

ЗАДАНИЯ

олимпиады Северо-Кавказского государственного технического университета
среди школьников по математике,
2010-2011 учебный год

9 класс

9.1. Упростить выражение $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)\dots(2^{256}+1)$.
(20 баллов)

9.2. Найти отрицательный корень уравнения:

$$31 \cdot \left(\frac{24-5x}{x+1} + \frac{5-6x}{x+4} \right) + 370 = 29 \cdot \left(\frac{17-7x}{x+2} + \frac{8x+55}{x+3} \right).$$

(20 баллов)

9.3. Доказать, что при любом натуральном n число $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ делится на 7.
(20 баллов)

9.4. Каждый из четырех гномов – Бенья, Веня, Женя, Сеня – либо всегда говорит правду, либо всегда врет. Мы услышали такой разговор: Бенья – Веня: "ты врун";

Женя – Бене: "сам ты врун"; Сеня – Жене: "да оба они вруны, – (подумав), –
впрочем, ты тоже". Кто из них говорит правду?

(20 баллов)

9.5. В прямоугольном треугольнике ABC катет AB равен 3, катет AC равен 6. Центры окружностей радиусом 1; 2 и 3 находятся соответственно в точках A , B , C . Найдите радиус окружности, касающейся каждой из трех данных окружностей внешним образом.

(20 баллов)