

11 класс

11.1. Пусть $f(x) = x^2 + 12x + 30$. Решите уравнение $f(f(f(f(f(x)))))) = 0$.
(20 баллов)

11.2. Для положительных чисел x, y, z выполнено равенство $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{z} + \frac{z^2}{x} = \frac{x^2}{z} + \frac{z^2}{y} + \frac{y^2}{x}$. Докажите, что хотя бы два из них равны друг другу.
(20 баллов)

11.3. Для системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - 6y^2 - yx - 2x + 11y - 3 = 0, \\ \sqrt{x - 3y + 2} + \sqrt{x + 2y - 5} = x + y - 7. \end{cases}$$

Найти $(x+y)$, где x, y – решение системы, и умножить его на наибольшее из чисел

$$\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \log_{81} \frac{1}{27} \text{ и } \sin \frac{43\pi}{6} \cdot \operatorname{tg}^3\left(-\frac{8\pi}{3}\right) \cdot \operatorname{ctg} \frac{4\pi}{3}.$$

(20 баллов)

11.4. Найти все пары целых чисел p, q , удовлетворяющие одновременно двум условиям:

$$\begin{cases} p^2 + q^2 < 18p - 20q - 166, \\ 32p - q^2 > p^2 + 12q + 271. \end{cases}$$

(20 баллов)

11.5. Можно ли в кубе проделать дыру так, чтобы через нее можно было бы протащить точно такой же куб?

(20 баллов)