

▷ 1 (10 баллов). Найдите наименьшее значение функции

$$f(a, b, c) = \left(\frac{a+4b}{c}\right)^2 + \left(\frac{2b+2c}{a}\right)^2 + \left(\frac{c+2a}{2b}\right)^2$$

при $a > 0, b > 0, c > 0$.

▷ 2 (10 баллов). Решите неравенство:

$$4\left(1 - \ln\left(\frac{x}{2021}\right)\right)^{2020} + \left(1 + \ln\left(\frac{x}{2021}\right)\right)^{2022} \geq 2^{2022}.$$

▷ 3 (10 баллов). В школе математики и программирования лестница с первого этажа на второй этаж состоит из двух пролетов, состоящих из 8 и 9 ступенек. Сколькими способами десятиклассник Вася может спуститься по ней, если он может шагнуть на следующую ступеньку, или перешагивать через ступеньку, или прыгать через две ступеньки?

▷ 4 (10 баллов). Дана арифметическая прогрессия $a_1 = 25, a_2, a_3, \dots, a_{2022} = 2025$. Вычислите

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2021}} + \sqrt{a_{2022}}}.$$

▷ 5 (10 баллов). Решить уравнение

$$\sqrt{x^2 + 4x - 2} - \sqrt{x^2 + 6} = \sqrt[3]{x + 3} - \sqrt[3]{3x - 1}.$$

▷ 6 (10 баллов). Докажите, что для $a < 1, b < 1, c < 1, a + b + c \geq \frac{1}{2}$

выполняется неравенство $(1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{125}{216}$.

▷ 7 (10 баллов). Пусть задано множество остатков от деления на 11, $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Пусть над этим множеством задана степенная функция четвертой степени (т.е. все значения переменных и коэффициенты принадлежат только множеству A) $f(x) = x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 6x + 10$. Найдите элемент множества A , являющийся суммой корней уравнения $f(x) = 0$.

▷ 8 (10 баллов). Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{yz}}{y+z}, \\ y = \frac{\sqrt{xz}}{x+z}, \\ z = \frac{\sqrt{yx}}{y+x}. \end{cases}$$

▷ 9 (10 баллов). Найти наименьшее значение функции

$$f(x) = x^8 - 8\sqrt{3}x^6 + 66x^4 - 72\sqrt{3}x^2 + 100.$$

▷ 10 (10 баллов). Три окружности с радиусами $a = 1, b = 2, c = 3$ попарно касаются друг друга внешним образом, а также касаются внешним образом четвертой окружности с радиусом r . Найти r .

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!!!



▷ 1 (10 баллов). Найдите наименьшее значение функции

$$f(a, b, c) = \left(\frac{a+4b}{c}\right)^2 + \left(\frac{2b+2c}{a}\right)^2 + \left(\frac{c+2a}{2b}\right)^2$$

при $a > 0, b > 0, c > 0$.

▷ 2 (10 баллов). Решите неравенство:

$$4\left(1 - \ln\left(\frac{x}{2021}\right)\right)^{2020} + \left(1 + \ln\left(\frac{x}{2021}\right)\right)^{2022} \geq 2^{2022}.$$

▷ 3 (10 баллов). В школе математики и программирования лестница с первого этажа на второй этаж состоит из двух пролетов, состоящих из 8 и 9 ступенек. Сколькими способами десятиклассник Вася может спуститься по ней, если он может шагнуть на следующую ступеньку, или перешагивать через ступеньку, или прыгать через две ступеньки?

▷ 4 (10 баллов). Дана арифметическая прогрессия $a_1 = 25, a_2, a_3, \dots, a_{2022} = 2025$. Вычислите

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2021}} + \sqrt{a_{2022}}}.$$

▷ 5 (10 баллов). Решить уравнение

$$\sqrt{x^2 + 4x - 2} - \sqrt{x^2 + 6} = \sqrt[3]{x + 3} - \sqrt[3]{3x - 1}.$$

▷ 6 (10 баллов). Докажите, что для $a < 1, b < 1, c < 1, a + b + c \geq \frac{1}{2}$

выполняется неравенство $(1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{125}{216}$.

▷ 7 (10 баллов). Пусть задано множество остатков от деления на 11, $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Пусть над этим множеством задана степенная функция четвертой степени (т.е. все значения переменных и коэффициенты принадлежат только множеству A) $f(x) = x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 6x + 10$. Найдите элемент множества A , являющийся суммой корней уравнения $f(x) = 0$.

▷ 8 (10 баллов). Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{yz}}{y+z}, \\ y = \frac{\sqrt{xz}}{x+z}, \\ z = \frac{\sqrt{yx}}{y+x}. \end{cases}$$

▷ 9 (10 баллов). Найти наименьшее значение функции

$$f(x) = x^8 - 8\sqrt{3}x^6 + 66x^4 - 72\sqrt{3}x^2 + 100.$$

▷ 10 (10 баллов). Три окружности с радиусами $a = 1, b = 2, c = 3$ попарно касаются друг друга внешним образом, а также касаются внешним образом четвертой окружности с радиусом r . Найти r .

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!!!

