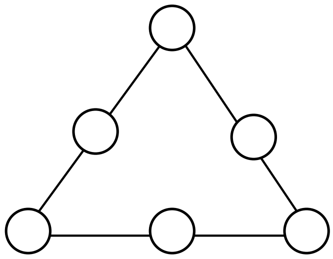
**САММАТ-2022**
**Решение задач 6 класса**

**Задача №1.** Разность между двузначным числом и произведением его цифр равна утроенному произведению суммы его цифр. Найдите это число.

Решение: Если $\overline{ab}$ — двузначное число, то, по условию имеем $\overline{ab} - ab = 3(a+b)$, или $10a + b - ab = 3(a+b)$. Тогда получим $a(7-b) = 2b$ или $a = \dfrac{2b}{7-b}$.

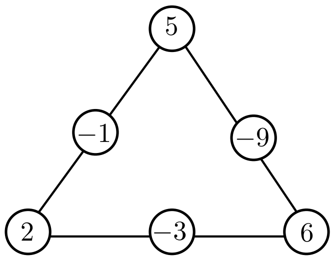
Так как $1 \le a \le 9$, $0 \le b \le 9$, то $b = 5$, тогда $a = 5$. Получаем число 55.

Ответ: 55.



**Задача №2.** Можно ли расставить в вершинах и на серединах сторон треугольника шесть различных целых чисел так, чтобы каждое число, стоящее в вершине, было равно сумме чисел в двух других вершинах и числа, стоящего на середине противоположной стороны. Приведите хотя бы один пример.

Решение: Да, можно. Например, так.




Проверка:

$$5 = 2 - 3 + 6; \quad 6 = 2 - 1 + 5; \quad 2 = 5 - 9 + 6.$$

**Задача №3.** Восстановите поврежденную запись

$$\begin{array}{cccc} & & 2 & 6 \\ \times & & * & * \\ \hline & & 5 & * \\ + & * & * & \\ \hline & 8 & * & * \end{array}$$

В ответ запишите результат произведения.

Ответ: $$\begin{array}{cccc} & & 2 & 6 \\ \times & & 3 & 2 \\ \hline & & 5 & 2 \\ + & 7 & 8 & \\ \hline & 8 & 3 & 2 \end{array}$$

**Задача №4.** Площадь пересечения квадрата и круга составляет 36% площади их объединения, при этом площадь вне квадрата составляет 20% площади их объединения. Сколько процентов площади квадрата находится вне круга?

Решение: Обозначим через $x$ — площадь объединения квадрата и круга. Тогда, в соответствии с условием задачи, площадь пересечения квадрата и круга равна $0,36x$; площадь круга вне квадрата — $0,2x$; площадь квадрата вне круга $x-0,56x=0,44x$; вся площадь квадрата равна $0,44x+0,36x=0,8x$.

Отсюда следует, что процентное отношение площади квадрата, лежащей вне круга, ко всей площади квадрата равно $\dfrac{0,44x}{0,8x}\cdot 100\%=55\%$.

Ответ: 55%.

**Задача №5.** Найти наименьшее натуральное число, которое при делении на 5 дает в остатке 3, при делении на 6 — в остатке 4, а при делении на 7 — в остатке 5.

Решение: Пусть $x$ — это число: $x=5b_1+3$, $x=6b_2+4$, $x=7b_3+5$, где $b_1, b_2, b_3$ — натуральные числа. Тогда $(x+2)=5(b_1+1)$, $(x+2)=6(b_2+1)$, $(x+2)=7(b_3+1)$, откуда следует, что $x+2$ равно наименьшему кратному чисел 5, 6, 7, т.е. $x+2=5\cdot 6\cdot 7=210$ $\Rightarrow x=208$.

Ответ: 208.

**Задача №6.** Сколько лет брату, если в прошлом году брат был старше сестры в 4 раза, а в будущем году сестра будет младше брата в три раза?

Решение: Пусть $x$ — лет сестре в прошлом году, $4x$ — лет брату в прошлом году. Тогда $x+2$ — лет сестре будет в будущем году, $4x+2$ — лет брату будет в будущем году.

Составим и решим уравнение:

$$4x+2=3(x+2),\quad 4x+2=3x+6,\quad x=4.$$

То есть сестре сейчас 5 лет, а брату $4\cdot 4+1=17$ лет.

Ответ: 17.

**Задача №7.** Часы пробили полночь. Какой угол между часовой и минутной стрелкой будет через 2022 минуты?

Решение: 2022 мин. = 33 ч. 42 мин. = 24 ч. + 9 ч. + 42 мин. = 24 ч. + 9 ч. + $\dfrac{7}{10}$ ч. = 24 ч. + $\dfrac{97}{10}$.

$\dfrac{360^\circ}{12}=30^\circ$ — угол, который проходит часовая стрелка за час.

$\dfrac{97}{10}\cdot 30^\circ=97\cdot 3=291^\circ$ — угол через 9 ч. 42 мин.

$\dfrac{360^\circ}{60}=6^\circ$ — угол между стрелками через 1 минуту.

$42\cdot 6^\circ=252^\circ$ — угол между часовой и минутной стрелкой через 42 мин.

Искомый угол $\alpha=291^\circ-252^\circ=39^\circ$.

Ответ: $39^\circ$.

**Задача №8.** Задано двузначное число. Разность между этим числом и двузначным числом, которое получено перестановкой местами чисел десятков и единиц исходного числа, равна 18. Найти разность между максимальным и минимальным значениями таких заданных двузначных чисел.

Решение: $10x + y$ — заданное число. $10y + x$ — число, полученное перестановкой чисел десятков и единиц.

$(10x + y) - (10y + x) = 18 \Rightarrow 9x - 9y = 18 \Rightarrow x - y = 2 \Rightarrow x = 2 + y$

$\begin{matrix} 1 \le y \le 9 \\ 1 \le x \le 9 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases} \begin{cases} y = 2 \\ x = 4 \end{cases} \begin{cases} y = 3 \\ x = 5 \end{cases} \begin{cases} y = 4 \\ x = 6 \end{cases} \begin{cases} y = 5 \\ x = 7 \end{cases} \begin{cases} y = 6 \\ x = 8 \end{cases} \begin{cases} y = 7 \\ x = 9 \end{cases}$

Двузначные числа 31, 42, 53, 64, 75, 86, 97. Разность $97 - 31 = 66$.

Ответ: 66.

**Задача №9.** Алиса и Базилио продали за 3 дня 20 порций мороженого. Сегодня Алиса продала столько порций, сколько Базилио вчера и сегодня, но зато позавчера он продал на две порции больше, чем Алиса вчера и позавчера. Сколько порций мороженого продал каждый?

Решение: Пусть Алиса продала позавчера, вчера, сегодня — $a_1, b_1, c_1$ порций мороженого; Базилио продал — $a_2, b_2, c_2$ порций мороженого.

$$a_1 + b_1 + c_1 + a_2 + b_2 + c_2 = 20$$
$$c_1 = b_2 + c_2$$
$$b_1 + a_1 = a_2 - 2$$
$$a_1 + b_1 + c_1 = a_2 + b_2 + c_2 - 2$$
$$a_1 + b_1 + c_1 + a_1 + b_1 + 2 + c_1 = 20$$
$$2(a_1 + b_1 + c_1) = 18$$
$$a_1 + b_1 + c_1 = 9$$
$$a_2 + b_2 + c_2 = 11.$$

Ответ: 9 и 11.

**Задача №10.** Каким минимальным количеством плиток квадратного сечения можно замостить площадь в форме прямоугольника со сторонами 462 и 510 метров?

Решение: Для решения необходимо найти наибольший общий делитель чисел 462 и 510: $462 = 6 \cdot 7 \cdot 11$; $510 = 6 \cdot 5 \cdot 17$. Наибольший общий делитель — 6. Поэтому плитка имеет размеры $6 \times 6$. Тогда в одном ряду имеем 77 плиток, а рядов 85. Поэтому количество плиток $77 \times 85 = 6545$.

Ответ: 6545.