

▷ 6. Определим операцию  $\otimes$  с переменными  $a$  и  $b$  следующим образом:

$$a \otimes b = \frac{2a + b}{a - b}.$$

Решить неравенство  $3 \otimes x \leq (x - 2) \otimes x$ . В ответе запишите наибольшее натуральное решение.

Ответ: 5.

▷ 7. На уроке математики 11 класс разделили на две подгруппы: число членов первой подгруппы более чем в 2 раза превышает число членов второй подгруппы, уменьшенное на 12. Число членов второй подгруппы более чем в 9 раз превышает число членов первой подгруппы, уменьшенное на 10. Сколько человек в большей подгруппе (по количеству человек), если известно, что всего в этом классе учится более 27 человек?

Ответ: 17.

▷ 8. В куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром, равным  $AB = 14 + 7\sqrt{2}$ , вписаны четыре сферы одинакового радиуса  $r$  так, что каждая сфера касается некоторых трех соседних граней куба, а также касается остальных трех сфер. Найти радиус сферы  $r$ .

Ответ: 7.

▷ 9. Решите уравнение  $\operatorname{ctg}^4 2\pi x = \cos^2 4\pi x + 1$ . В ответе укажите наименьший положительный корень уравнения в виде десятичной дроби.

Ответ: 0,125.

▷ 10. Найдите число точек с целочисленными координатами на сфере радиуса 5 с центром в начале координат.

Ответ: 30.

### Отборочный тур, 11 класс, 1 вариант

▷ 1. Решите систему уравнений  $\begin{cases} \frac{1}{x} = y + z, \\ \frac{1}{y} = x + z, \\ \frac{1}{z} = x + y, \end{cases}$  для отрицательных значений  $x, y, z$ . В ответе укажите  $\sqrt{2}(x + y + z)$ .

Ответ: -3.

▷ 2. Найдите сумму корней уравнения

$$9^{\sin^2 \frac{\pi x}{4}} + 9^{\cos^2 \frac{\pi x}{4}} = \sqrt{34 + 4x - 2x^2}.$$

Ответ: 1.

▷ 3. Вычислите сумму чисел:

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2021} + \sqrt{2020}} - \sqrt{2021}.$$

Ответ: -1.

▷ 4. В одной фирме совет директоров составляет 4% сотрудников и получает 30% фонда оплаты труда, руководители отделов составляют 16% сотрудников и вместе получают 20% фонда оплаты труда, остальную оплату получают работники. К юбилею фирмы совет директоров решил повысить свою зарплату на 20%, зарплату руководителей отделов — на 10%, зарплату работников — на 5%, для этого решили сократить часть работников. Какой процент работников нужно сократить для повышения зарплат?

Ответ: 20%.

▷ 5. Известно, что числа  $u$  и  $v$  удовлетворяют условию

$$\frac{u}{2v} + \frac{9v}{2u} + \frac{18uv}{u^2 + 9v^2} - 6 = 0.$$

Найти наименьшее значение выражения  $(u - 7)^2 + 3uv$ .

Ответ:  $\frac{49}{2}$  (24 $\frac{1}{2}$ ; 24,5).

▷ 6. Найти площадь треугольника со сторонами  $\sqrt{10}$ ,  $\sqrt{17}$ ,  $\sqrt{29}$ .

Ответ: 6,5.

▷ 7. Относительно квадратного трехчлена  $f(x)$  известно, что  $f(0) + f(1) = 0$ ,  $f(2) + f(3) = 0$ . Чему равна сумма корней уравнения  $f(x) = 2021$  при условии, что корни существуют?

Ответ: 3.

▷ 8. Найдите значение выражения  $31x + 728y$ , если  $\begin{cases} 7^{\lg x} = 5^{\lg y}, \\ (5x)^{\lg 5} = (7y)^{\lg 7}. \end{cases}$

Ответ: 110,2.

▷ 9. Коэффициенты  $a, b, c$  квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$  в указанном порядке являются последовательными членами арифметической прогрессии с разностью 2. Корни этого уравнения являются последовательными членами геометрической прогрессии со знаменателем  $\frac{3}{5}$ . Найти числа  $a, b, c$ , если известно, что корни уравнения по абсолютной величине не превосходят 1. в ответе запишите  $7(a+b+c)$ .

Ответ: -48.

▷ 10. Решите неравенство

$$x + y^2 + \sqrt{x - y^2 - 2021} \leq 2021.$$

В ответе укажите наименьшее значение  $x$ .

Ответ: 2021.

### Отборочный тур, 11 класс, 2 вариант

▷ 1. Сегодня число учеников 11 класса, присутствующих на уроке математики, было в 8 раз больше числа отсутствующих. Если завтра не придет еще 2 человека, то окажется, что число отсутствующих составит 20% от числа присутствующих. Сколько всего учеников в 11 классе?

Ответ: 36.

▷ 2. Решите систему уравнений:  $\begin{cases} x - y\sqrt{x+y} = 2\sqrt{3}, \\ (x+y)2^{y-x} = 3. \end{cases}$  В ответе укажите произведение  $xy$ .

Ответ: 35.

▷ 3. Известно, что  $F(x+1) = 2x - 3$ ;  $F(G(x)) = x^3$ . Найти решение уравнения  $2G(x) = F(x+7)$ .

Ответ: 2.

▷ 4. В четырехугольнике  $ABCD$   $AB = BC$ ;  $\angle A = \angle B = 20^\circ$ ,  $\angle C = 30^\circ$ . Продолжение стороны  $AD$  пересекает  $BC$  в точке  $M$ , а продолжение стороны  $CD$  пересекает  $AB$  в точке  $N$ . Найдите угол  $AMN$  (в градусах).

Ответ:  $30^\circ$ .

▷ 5. Решите уравнение

$$\sqrt[3]{x+5} + 2 = \sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{4-2x}.$$

В ответе укажите сумму корней.

Ответ: -2.