

▷ 6. Определим операцию \otimes с переменными a и b следующим образом:

$$a \otimes b = \frac{2a + b}{a - b}.$$

Решить неравенство $3 \otimes x \leq (x - 2) \otimes x$. В ответе запишите наибольшее натуральное решение.

Ответ: 5.

▷ 7. На уроке математики 11 класс разделили на две подгруппы: число членов первой подгруппы более чем в 2 раза превышает число членов второй подгруппы, уменьшенное на 12. Число членов второй подгруппы более чем в 9 раз превышает число членов первой подгруппы, уменьшенное на 10. Сколько человек в большей подгруппе (по количеству человек), если известно, что всего в этом классе учится более 27 человек?

Ответ: 17.

▷ 8. В куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром, равным $AB = 14 + 7\sqrt{2}$, вписаны четыре сферы одинакового радиуса r так, что каждая сфера касается некоторых трех соседних граней куба, а также касается остальных трех сфер. Найти радиус сферы r .

Ответ: 7.

▷ 9. Решите уравнение $\operatorname{ctg}^4 2\pi x = \cos^2 4\pi x + 1$. В ответе укажите наименьший положительный корень уравнения в виде десятичной дроби.

Ответ: 0,125.

▷ 10. Найдите число точек с целочисленными координатами на сфере радиуса 5 с центром в начале координат.

Ответ: 30.

Отборочный тур, 11 класс, 1 вариант

▷ 1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{1}{x} = y + z, \\ \frac{1}{y} = x + z, \\ \frac{1}{z} = x + y, \end{cases}$$
 для отрицательных значений x, y, z . В ответе укажите $\sqrt{2}(x + y + z)$.

Ответ: -3.

▷ 2. Найдите сумму корней уравнения

$$9^{\sin^2 \frac{\pi x}{4}} + 9^{\cos^2 \frac{\pi x}{4}} = \sqrt{34 + 4x - 2x^2}.$$

Ответ: 1.

▷ 3. Вычислите сумму чисел:

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2021} + \sqrt{2020}} - \sqrt{2021}.$$

Ответ: -1.

▷ 4. В одной фирме совет директоров составляет 4% сотрудников и получает 30% фонда оплаты труда, руководители отделов составляют 16% сотрудников и вместе получают 20% фонда оплаты труда, остальную оплату получают работники. К юбилею фирмы совет директоров решил повысить свою зарплату на 20%, зарплату руководителей отделов — на 10%, зарплату работников — на 5%, для этого решили сократить часть работников. Какой процент работников нужно сократить для повышения зарплат?

Ответ: 20%.

▷ 5. Известно, что числа u и v удовлетворяют условию

$$\frac{u}{2v} + \frac{9v}{2u} + \frac{18uv}{u^2 + 9v^2} - 6 = 0.$$

Найти наименьшее значение выражения $(u - 7)^2 + 3uv$.

Ответ: $\frac{49}{2}$ (24 $\frac{1}{2}$; 24,5).

▷ 6. Найти площадь треугольника со сторонами $\sqrt{10}$, $\sqrt{17}$, $\sqrt{29}$.

Ответ: 6,5.

▷ 7. Относительно квадратного трехчлена $f(x)$ известно, что $f(0) + f(1) = 0$, $f(2) + f(3) = 0$. Чему равна сумма корней уравнения $f(x) = 2021$ при условии, что корни существуют?

Ответ: 3.

▷ 8. Найдите значение выражения $31x + 728y$, если $\begin{cases} 7^{\lg x} = 5^{\lg y}, \\ (5x)^{\lg 5} = (7y)^{\lg 7}. \end{cases}$

Ответ: 110,2.

▷ 9. Коэффициенты a, b, c квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ в указанном порядке являются последовательными членами арифметической прогрессии с разностью 2. Корни этого уравнения являются последовательными членами геометрической прогрессии со знаменателем $\frac{3}{5}$. Найти числа a, b, c , если известно, что корни уравнения по абсолютной величине не превосходят 1. в ответе запишите $7(a+b+c)$.

Ответ: -48.

▷ 10. Решите неравенство

$$x + y^2 + \sqrt{x - y^2 - 2021} \leq 2021.$$

В ответе укажите наименьшее значение x .

Ответ: 2021.

Отборочный тур, 11 класс, 2 вариант

▷ 1. Сегодня число учеников 11 класса, присутствующих на уроке математики, было в 8 раз больше числа отсутствующих. Если завтра не придет еще 2 человека, то окажется, что число отсутствующих составит 20% от числа присутствующих. Сколько всего учеников в 11 классе?

Ответ: 36.

▷ 2. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x - y\sqrt{x+y} = 2\sqrt{3}, \\ (x+y)2^{y-x} = 3. \end{cases}$ В ответе укажите произведение xy .

Ответ: 35.

▷ 3. Известно, что $F(x+1) = 2x - 3$; $F(G(x)) = x^3$. Найти решение уравнения $2G(x) = F(x+7)$.

Ответ: 2.

▷ 4. В четырехугольнике $ABCD$ $AB = BC$; $\angle A = \angle B = 20^\circ$, $\angle C = 30^\circ$. Продолжение стороны AD пересекает BC в точке M , а продолжение стороны CD пересекает AB в точке N . Найдите угол AMN (в градусах).

Ответ: 30° .

▷ 5. Решите уравнение

$$\sqrt[3]{x+5} + 2 = \sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{4-2x}.$$

В ответе укажите сумму корней.

Ответ: -2.