## XXVIII Межрегиональная олимпиада

#### школьников по математике

## «CAMMAT-2020»

# Заключительный тур

16 февраля 2020 года

#### 9 класс

- ▶ 1. Шофёр автобуса установил в одной кассе катушку билетов с номерами от 537000 до 537999, а в другой—с номерами от 462000 до 462999. В какой из катушек «счастливых» билетов больше (т.е. таких, что сумма первых трёх цифр равна сумме следующих трёх цифр)?
- ▶ 2. Решить систему уравнений

$$12(x^{2} + xy + y^{2}) = 4(x^{2} + xz + z^{2}) = 3(y^{2} + yz + z^{2}).$$

- $\triangleright$  3. Разложите на простые множители число  $989 \cdot 1001 \cdot 1007 + 320$ .
- ▶ 4. Имеется кубик и шесть одинаковых крестообразных фигур(см. рис), вырезанных из бумаги. Площадь каждой бумажной фигуры равна площади одной грани кубика. Можно ли этими кусками бумаги целиком оклеить поверхность кубика?



- ▶ 5. Можно ли написать подряд 17 целых чисел так, чтобы сумма любых четырех соседних чисел была отрицательной, а сумма всех чисел равнялась 2020?
- $\triangleright$  6. Сколько целых решений имеет уравнение  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1945$ ?
- $\triangleright$  7. Для каждого натурального  $n \ (n > 1)$  имеет место равенство  $n(n+1)a_{n+1} =$  $n(n-1)a_n-(n-2)a_{n-1}$ , где  $a_0=1$ ,  $a_1=2$ . Найдите:

$$\frac{a_{1945}}{a_{1946}} + \frac{a_{1946}}{a_{1947}} + \dots + \frac{a_{2019}}{a_{2020}}.$$

- ⊳ 8. Докажите, что существует бесконечно много целых чисел, которые являются точными квадратами и остаются таковыми после приписывания к ним справа единицы (в десятичной записи).
- $\triangleright$  9. Переменные x, y, z, t таковы, что справедливо неравенство

$$8 \leqslant x \leqslant y \leqslant z \leqslant t \leqslant 128.$$

Какое наименьшее значение может принимать выражение  $\frac{x}{y} + \frac{z}{t}$ ?  $\triangleright$  **10.** В строку в порядке возрастания записали целые числа от 1945 до 2020. После

этого под каждыми двумя соседними числами записали их сумму, образовав новую строку. Затем под каждой парой соседних чисел получившейся строки записали их сумму, образовав третью строку, и так далее, до тех пор, пока не получилась строка, состоящая из одного числа. Какое это число?

## ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!!!

## XXVIII Межрегиональная олимпиада

#### школьников по математике

## «CAMMAT-2020»

# Заключительный тур

# 16 февраля 2020 года

## 9 класс



- ▶ 1. Шофёр автобуса установил в одной кассе катушку билетов с номерами от 537000 до 537999, а в другой—с номерами от 462000 до 462999. В какой из катушек «счастливых» билетов больще (т.е. таких, что сумма первых трёх пифр равна сумме следующих трёх цифр)?
- ▶ 2. Решить систему уравнений

$$12(x^{2} + xy + y^{2}) = 4(x^{2} + xz + z^{2}) = 3(y^{2} + yz + z^{2}).$$

- $\triangleright$  3. Разложите на простые множители число  $989 \cdot 1001 \cdot 1007 + 320$ .
- ▶ 4. Имеется кубик и шесть одинаковых крестообразных фигур(см. рис), вырезанных из бумаги. Площадь каждой бумажной фигуры равна площади одной грани кубика. Можно ли этими кусками бумаги целиком оклеить поверхность кубика?



- ▶ 5. Можно ли написать подряд 17 целых чисел так, чтобы сумма любых четырех соседних чисел была отрицательной, а сумма всех чисел равнялась 2020?
- $\triangleright$  6. Сколько целых решений имеет уравнение  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1945$ ?
- $\triangleright$  7. Для каждого натурального n (n > 1) имеет место равенство  $n(n + 1)a_{n+1} =$  $n(n-1)a_n-(n-2)a_{n-1}$ , где  $a_0=1$ ,  $a_1=2$ . Найдите:

$$\frac{a_{1945}}{a_{1946}} + \frac{a_{1946}}{a_{1947}} + \dots + \frac{a_{2019}}{a_{2020}}.$$

- ⊳ 8. Докажите, что существует бесконечно много целых чисел, которые являются точными квадратами и остаются таковыми после приписывания к ним справа единицы (в десятичной записи).
- $\triangleright$  9. Переменные x, y, z, t таковы, что справедливо неравенство

$$8 \leqslant x \leqslant y \leqslant z \leqslant t \leqslant 128.$$

Какое наименьшее значение может принимать выражение  $\frac{x}{y} + \frac{z}{t}$ ?  $\triangleright$  **10.** В строку в порядке возрастания записали целые числа от 1945 до 2020. После этого под каждыми двумя соседними числами записали их сумму, образовав новую строку. Затем под каждой парой соседних чисел получившейся строки записали их сумму, образовав третью строку, и так далее, до тех пор, пока не получилась строка, состоящая из одного числа. Какое это число?

## ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!!!

использование мобильных телефонов во время проведения олимпиады запрешено!!!