

▷ 6. Высота, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, равна  $h$ , а радиус окружности, вписанной в треугольник, равен  $r$ . Найдите радиус описанной окружности. В ответе запишите значение радиуса описанной окружности при  $h = 4$ ,  $r = 1,5$ .

Ответ: 3,125.

▷ 7. Найдите сумму  $x + y$  всех возможных пар целых чисел  $x$  и  $y$ , удовлетворяющих уравнению  $5xy - 20x^2 = 4y - 16x + 16$ .

Ответ: 38.

▷ 8. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен  $2\alpha$ . Прямая, пересекающая высоту на расстоянии  $c$  от вершины, образует с продолжением основания угол  $\beta$ . Найдите площадь треугольника, отсекаемого этой прямой от данного треугольника.

Ответ:  $\frac{1}{2}c^2 \frac{\cos^2 \beta \sin 2\alpha}{\cos(\alpha+\beta) \cos(\alpha-\beta)}$ .

▷ 9. В первом и втором сосудах содержится кислота: в первом сосуде 5 л 30%-ного раствора, во втором сосуде — 7 л 40%-ного раствора. Этими растворами наполнили 10-литровый сосуд так, что концентрация кислоты в нем оказалась  $c\%$ . Остальную кислоту слили в четвертый сосуд. Найти концентрацию кислоты в четвертом сосуде. При каких  $c$  задача имеет решение? В ответе укажите сумму всех возможных целых значений  $c$ .

Ответ: 108.

▷ 10. Найдите сумму всех целых значений параметра  $a$ , при которых неравенство  $(3x - a)(9x - a - 27) < 0$  выполняется при всех  $x$  таких, что  $1 \leq x \leq 3$ .

Ответ: 3.

### Отборочный тур, 10 класс, 1 вариант

▷ 1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x - y)(x + y) = 12; \\ x + y = 3(x - y). \end{cases}$$

В ответе запишите произведение всех  $y$ , удовлетворяющих системе.

Ответ: -4.

▷ 2. Чему равна сумма корней уравнения

$$(2x^2 - 3x + 1)(x^2 - 5x + 6)\sqrt{x^2 - 6x + 5} = 0?$$

Ответ: 6,5.

▷ 3. Сколько острых углов  $\alpha$  удовлетворяет уравнению

$$\sin 13\alpha + \sin 17\alpha + 2\sin^2 \alpha = 1.$$

Ответ: 9.

▷ 4. Найдите арифметическую прогрессию, если известно, что сумма первых десяти членов равна 300, а первый, второй и пятый члены прогрессии, кроме того, образуют геометрическую прогрессию. В ответе укажите произведение первого члена на разность прогрессии.

Ответ: 18.

▷ 5. При каких значениях  $b$  прямая  $y = 3x - b$  образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 6. Если  $b$  принимает несколько значений, в ответе укажите их сумму.

Ответ: 0.

▷ 6. Около круга радиуса  $r$  описана прямоугольная трапеция, наименьшая из сторон которой  $\frac{3r}{2}$ . Определите площадь трапеции. В ответе укажите площадь трапеции при  $r = 2$ .

Ответ: 18.

▷ 7. Найдите сумму всех целых  $y$ , удовлетворяющих уравнению

$$3xy - 9x^2 = y - 3x + 8.$$

Ответ: 4.

▷ 8. В треугольнике  $ABC$   $\angle A = \angle B = \alpha$ ,  $AB = a$ ,  $AH$  — высота,  $BE$  — биссектриса (точка  $H$  лежит на стороне  $BC$ , точка  $E$  — на  $AC$ ). Точки  $H$  и  $E$  соединены отрезком. Найдите площадь треугольника  $CHE$ .

Ответ:  $\frac{1}{4}a^2 \frac{\sin \alpha |\cos 2\alpha|}{\cos \alpha (2 \cos \alpha + 1)}$ .

▷ 9. В сосуд емкости 6 л налито 4 л 70-процентного раствора серной кислоты; во второй сосуд той же емкости налито 3 л 90-процентного раствора серной кислоты (имеется в виду процентное содержание по объему). Сколько литров раствора нужно перелить из второго сосуда в первый, чтобы в нем получился  $r$ -процентный раствор серной кислоты? Найдите все  $r$ , при которых задача имеет решение. В ответе запишите сумму всех возможных целых значений  $r$ .

Ответ: 441.

▷ 10. Найдите рациональные решения уравнения  $x + \sqrt{2} = 2\sqrt{x} + a^2$ , если  $a$  — рациональный параметр.

Ответ: 1.

### Отборочный тур, 10 класс, 2 вариант

▷ 1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} xy = 24; \\ (x+1)(y-2) = 20. \end{cases}$$

В ответе запишите произведение всех  $x$ , удовлетворяющих системе.

Ответ: -12.

▷ 2. Чему равна сумма корней уравнения

$$(2x^2 - 5x + 2)(4x^2 - 17x + 4)\sqrt{x^2 - 8x + 15} = 0?$$

Ответ: 10,75.

▷ 3. Решите уравнение  $(1 - \cos 4x) \sin 2x = \cos^2 2x$ . Найдите сумму  $S$  всех решений из промежутка  $[-\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}]$ . В ответе запишите  $\frac{12}{\pi}S$ .

Ответ: 43.

▷ 4. Найдите сумму девяти первых членов положительной арифметической прогрессии, если разность между седьмым и третьим членами равна 8, а произведение второго и седьмого членов равно 75?

Ответ: 99.

▷ 5. При каких значениях  $q$  прямая  $y = 2x + q$  образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 4. Если  $q$  принимает более одного значения, в ответе укажите их произведение.

Ответ: -16.

▷ 6. В ромб со стороной  $a$  и острым углом  $60^\circ$  вписана окружность. Определить площадь четырехугольника, вершины которого лежат в точках касания окружности со сторонами ромба. В ответе укажите значение площади при  $a = \sqrt[4]{3}$ . Ответ записать в виде десятичной дроби.

Ответ: 0,5625.

▷ 7. Найдите сумму всех целых  $x$ , удовлетворяющих уравнению

$$3xy - 6x^2 = y - 2x + 4.$$

Ответ: 0.

▷ 8. Угол при основании равнобедренного треугольника равен  $\alpha$ . В каком отношении  $m : n$  ( $m, n \in N$ , взаимно простые) делит площадь этого треугольника прямая, делящая его основание в отношении  $2 : 1$  и составляющая острый угол  $\beta$  с меньшей частью основания? В ответе запишите  $m + n$ .

Ответ: 18.

▷ 9. Имеются два слитка сплавов меди и олова. Первый весит 3 кг и содержит 40% меди, второй весит 7 кг и содержит 30% меди. Какого веса нужно взять куски этих слитков, чтобы после их совместной переплавки получить 8 кг сплава, содержащего  $r\%$  меди? Найти сумму всех целых  $r$ , при которых задача имеет решение.

Ответ: 65.

▷ 10. Найдите наибольшее целое значение параметра  $c$ , при котором уравнение  $x - 2\sqrt{x} + c = 0$  имеет единственное решение, большее 2019.

Ответ: -1930.

### Отборочный тур, 10 класс, 3 вариант

▷ 1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} xy = -8; \\ (x - 4)(y - 2) = -12. \end{cases}$$

В ответе запишите сумму всех  $y$ , удовлетворяющих системе.

Ответ: 3.

▷ 2. Чему равна сумма всех корней уравнения

$$(x^2 - 6x + 8)(8x^2 - 6x + 1)\sqrt{4x^2 - 13x + 3} = 0?$$

Ответ: 7,25.

▷ 3. Сколько решений уравнения

$$(1 - \operatorname{tg} x)(1 + \sin 2x) = 1 + \operatorname{tg} x$$

принадлежит промежутку  $[0; \frac{4\pi}{3}]$ ?

Ответ: 3.

▷ 4. Произведение первого и пятого членов геометрической прогрессии равно 12. Частное от деления второго члена на четвертый равно 3. Найдите, сколько значений может принимать выражение  $u_2 + u_5$ .

Ответ: 4.

▷ 5. При каких значениях  $p$  прямая  $y = x + 2p$  образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 72. Если  $p$  принимает более одного значения, в ответе запишите их произведение.

Ответ: -36.

▷ 6. Вычислить  $\sin^4 \frac{\pi}{16} + \sin^4 \frac{3\pi}{16} + \sin^4 \frac{5\pi}{16} + \sin^4 \frac{7\pi}{16}$ .

Ответ: 1,5.

▷ 7. Пусть  $f(x) = |x + 1| - 1$ ,  $g(x) = 2 - |x|$ . Сколько целых решений имеет неравенство  $g[f(x)] \geq -2019$ .

Ответ: 4045.

▷ 8. Если в описанной около круга равнобедренной трапеции расстояние от центра этого круга до дальней вершины в 10 раз больше радиуса круга. Найдите косинус острого угла трапеции.

Ответ: 0,98.

▷ 9. Рестораны расположены на 1-м, 12-м, 23-м, 34-м (и далее с шагом 11) этажах 200-этажного здания. Бары расположены на 1-м, 23-м, 45-м, 67-м (и далее с шагом 22) этажах того же здания. Сколько в этом здании этажей, на которыхх имеется ресторан, но нет бара?

Ответ: 9.

▷ 10. Найти все числа, кратные 44 и имеющие десятичную запись вида  $\overline{7645a1b}$ , где  $a, b$  — цифры. В ответе запишите сумму цифр суммы всех таких чисел.

Ответ: 35.

### Отборочный тур, 10 класс, 4 вариант

▷ 1. Упростите выражение

$$\frac{(\sqrt[4]{p} - \sqrt[4]{q})^{-2} + (\sqrt[4]{p} + \sqrt[4]{q})^{-2}}{\frac{\sqrt{p} + \sqrt{q}}{p - q}}.$$

В ответе укажите его значение при  $p = 9$ ,  $q = 4$ .

Ответ: 10.

▷ 2. Решите уравнение  $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} + \frac{3}{x-3} = \frac{6}{x+6}$ . В ответе запишите сумму корней уравнения в виде десятичной дроби.

Ответ: 3,6.

▷ 3. Решите неравенство

$$(x^2 - 2)(x^3 - 23)(x^4 - 202)(x^5 - 2019) < 0.$$

В ответе укажите число целых решений неравенства

Ответ: 4.

▷ 4. Внутри угла величиной  $60^\circ$  с вершиной в точке  $A$  на расстоянии 4 от нее расположена точка  $M$ . Найдите расстояние  $d$  между основаниями перпендикуляров, опущенных из точки  $M$  на стороны этого угла. В ответе укажите значение выражения  $d^2$ .

Ответ: 12.

▷ 5. Даны две арифметические прогрессии:

$$(11; 15; 19; \dots), \\ (154; 147; 140; \dots).$$

Найдите все общие члены этих прогрессий. В ответе укажите сумму общих членов этих прогрессий.

Ответ: 455.

▷ 6. Вычислить  $\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{7} \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{2\pi}{7} \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{3\pi}{7}$ .

Ответ: 7.

▷ 7. Пусть  $f(x) = |x + 1| - 1$ ,  $g(x) = 2 - |x|$ . Сколько целых решений имеет неравенство  $g[f(x)] \geq 2019$ .

Ответ: 4047.

▷ 8. Если в описанной около круга равнобедренной трапеции расстояние от центра этого круга до дальней вершины в 4 раза больше радиуса круга. Найдите косинус острого угла трапеции.

Ответ: 0,875.

▷ 9. Рестораны расположены на 1-м, 8-м, 15-м, 22-м (и далее с шагом 7) этажах 130-этажного здания. Бары расположены на 1-м, 15-м, 29-м, 43-м (и далее с шагом 14) этажах того же здания. Сколько в этом здании этажей, на которыхх имеется ресторан, но нет бара?

Ответ: 9.

▷ 10. Найти все числа, кратные 28 и имеющие десятичную запись вида  $31a5b$ , где  $a, b$  — цифры. В ответе запишите сумму цифр суммы всех таких чисел.

Ответ: 22.

### Отборочный тур, 10 класс, 5 вариант

▷ 1. Вычислить выражение

$$\frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} \div \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}}$$

при  $x = 2019$ .

Ответ: 2018.

▷ 2. Решите уравнение

$$(x^2 - 2x)^2 - (x - 1)^2 + 1 = 0.$$

В ответе запишите среднее арифметическое корней уравнения.

Ответ: 1.

▷ 3. Решите неравенство

$$(x^4 - 2)(x^4 - 23)(x^4 - 213)(x^4 - 2013) < 0.$$

В ответе укажите число целых решений неравенства

Ответ: 8.

▷ 4. Внутри угла величиной  $60^\circ$  с вершиной в точке  $A$  на расстоянии 4 от нее расположена точка  $M$ . Найдите расстояние  $d$  между основаниями перпендикуляров, опущенных из точки  $M$  на стороны этого угла. В ответе укажите значение выражения  $\sqrt{3}d$ .

Ответ: 6.

▷ 5. Даны две арифметические прогрессии:

$$(153; 145; 137; \dots), \\ (15; 18; 21; \dots).$$

Найдите все общие члены этих прогрессий. В ответе укажите сумму общих членов этих прогрессий.

Ответ: 558.

▷ 6. Вычислить  $\sin^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$ .

Ответ: 2.

▷ 7. Пусть  $f(x) = 1 - |x - 1|$ ,  $g(x) = |x| - 2$ . Сколько целых решений имеет неравенство  $g[f(x)] \geq -2019$ .

Ответ: 4045.

▷ 8. Если в описанной около круга равнобедренной трапеции расстояние от центра этого круга до дальней вершины в 5 раз больше радиуса круга. Найдите косинус острого угла трапеции. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: 0,92.

▷ 9. Рестораны расположены на 1-м, 7-м, 13-м, 19-м (и далее с шагом 6) этажах 100-этажного здания. Бары расположены на 1-м, 13-м, 25-м, 37-м (и далее с шагом 12) этажах того же здания. Сколько в этом здании этажей, на которых имеется ресторан, но нет бара?

Ответ: 8.

▷ 10. Найти наибольшее из всех чисел, кратных 72 и имеющих десятичную запись вида  $\overline{7a531b}$ , где  $a, b$  — цифры.

Ответ: 795312.

### Отборочный тур, 10 класс, 6 вариант

▷ 1. Упростить выражение

$$\frac{2x^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} - 3x^{-\frac{1}{3}}} - \frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{5}{3}} - x^{\frac{2}{3}}} - \frac{x+1}{x^2 - 4x + 3}$$

Ответ: 0.

▷ 2. Решите уравнение

$$18x^4 - 3x^3 - 25x^2 + 2x + 8 = 0.$$

В ответе запишите произведение корней уравнения в виде десятичной дроби.

Ответ: 0,(4).

▷ 3. Решите неравенство

$$(x^2 - 1)^2(x^2 - 10)^3(x^2 - 100)^4(x^2 - 1000)^5(x^2 - 10000)^6 < 0.$$

В ответе укажите число целых решений неравенства

Ответ: 54.

▷ 4. Внутри угла величиной  $60^\circ$  с вершиной в точке  $A$  на расстоянии 6 от нее расположена точка  $M$ . Найдите расстояние  $d$  между основаниями перпендикуляров, опущенных из точки  $M$  на стороны этого угла. В ответе укажите значение выражения  $\sqrt{3}d$ .

Ответ: 9.

▷ 5. Найдите четвертый член геометрической прогрессии, если второй ее член равен  $5\sqrt{3} - 14$ , а третий  $3 - 5\sqrt{3}$ .

Ответ: -6.

▷ 6. В прямоугольный треугольник вписана окружность. Точка касания делит гипотенузу в отношении 2 : 3. Найти стороны треугольника, если центр вписанной окружности удален от вершины прямого угла на расстоянии  $\sqrt{8}$ . В ответе укажите сумму длин сторон данного треугольника.

Ответ: 24.

▷ 7. Решите систему уравнений  $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{5}{12}, \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{7}{12}. \end{cases}$  В ответе укажите значение выражения  $x + 2y + 3z$ .

Ответ: 27.

▷ 8. В трапеции диагонали равны 3 и 5, а отрезок, соединяющий середины оснований, равен 2. Найти площадь трапеции.

Ответ: 6.

▷ 9. Вкладчику на положенные в банк деньги начислили через год 15 тыс. рублей процентных денег. Не взяв их, а добавив 85 тыс. рублей, он оставил все деньги еще на год под те же проценты. По истечении второго срока вклад вместе с процентными начислениями составил 275 тыс. рублей. Сколько тысяч рублей было положено в банк первоначально? (Считаем, что процентная ставка банка не может превышать 100% годовых).

Ответ: 150 000.

▷ 10. При каком значении  $a$  один из корней уравнения  $x^2 - (2a + 1)x + a^2 + 2 = 0$  в 2 раза больше другого?

Ответ: 4.

### Отборочный тур, 10 класс, 7 вариант

▷ 1. Найдите наименьшее натуральное число, сумма цифр которого равна 12 и которое к тому же оканчивается на 12 и делится на 12.

Ответ: 912.

▷ 2. Решить уравнение:

$$|2x + 3| = 4(2x + 1)|x - 1| - 1.$$

В ответе запишите сумму целых решений уравнения.

Ответ: 0.

▷ 3. Из городов  $M$  и  $N$  расстояние между которыми 150 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля. Через 54 мин после отправления им осталось до встречи 24 км, а еще через 36 мин одному осталось проехать до города  $N$  расстояние, вдвое меньшее, чем другому до города  $M$ . Найти скорости автомобилей.

Ответ: 80; 60.

▷ 4. Найдите все положительные члены арифметической прогрессии,  $n$ -й член которой задан формулой  $58 - 10n$ .

Ответ: 140.

▷ 5. Вычислите площадь той части круга, ограниченного окружностью  $y^2 + (x + 7)^2 = 16$ , которая расположена во второй координатной четверти.

Ответ:  $8\pi$ .

▷ 6. Из одной точки окружности проведены две хорды длиной 10 и 12 см. Найти радиус окружности, если расстояние от середины меньшей хорды до большей хорды равно 4 см.

Ответ: 6,25.

▷ 7. Решите систему уравнений  $\begin{cases} xy = 9z, \\ yz = 100x, \\ xz = 4y. \end{cases}$  В ответе укажите сумму всех  $x$ , удовлетворяющих системе.

Ответ: 0.

▷ 8. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AB$  и  $CD$  диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $O$ , причем треугольник  $BOC$  равносторонний. Известно, что  $AB = 5$ ,  $CD = 3$ . Найти длину стороны  $BC$ . В ответе укажите значение выражения  $7 \cdot BC$ .

Ответ: 15.

▷ 9. В прошлом году абонемент на посещение бассейна стоил 10000 рублей. В текущем году стоимость абонемента увеличилась, а число проданных абонементов уменьшилось на 20%, так что выручка от их продажи уменьшилась на 8%. Определите стоимость абонемента в текущем году.

Ответ: 11500.

▷ 10. При каком положительном значении  $c$  один корень уравнения

$$8x^2 - 6x + 9c^2 = 0$$

равен квадрату другого?

Ответ:  $\frac{1}{3}$ .

### Отборочный тур, 10 класс, 8 вариант

▷ 1. Найдите наименьшее натуральное число, сумма цифр которого равна 21 и которое к тому же оканчивается на 21 и делится на 21.

Ответ: 18921.

▷ 2. Решите уравнение:

$$3|x + 2| + x + 2 = -x|3x - 1|.$$

Ответ: -1.

▷ 3. Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми 70 км, навстречу друг другу одновременно выехали автобус и велосипедист и встретились через 1 ч 24 мин. Продолжая движение с той же скоростью, автобус прибыл в  $B$  и через 20 мин отправился в обратный рейс. Найти скорость автобуса и велосипедиста, если известно, что автобус обогнал велосипедиста через 2 ч 41 мин после первой встречи. В ответе запишите скорость велосипедиста.

Ответ: 15.

▷ 4. Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии на 50 меньше суммы ее следующих пяти членов. На сколько десятый член прогрессии больше ее второго члена?

Ответ: 16.

▷ 5. Вычислите площадь прямоугольника, образованного при пересечении графиков функций  $y = |x - 1| - 3$  и  $y = -|x - 2| + 2$ .

Ответ: 12.



▷ 6. В треугольник вписана окружность радиуса 3 см. Вычислить длины сторон треугольника, если одна из них разделена точкой касания на отрезки 4 и 3 см. В ответе запишите сумму длин сторон треугольника.

Ответ: 56.

▷ 7. Решите систему уравнений  $\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} = 1,5, \\ \frac{1}{y+z} + \frac{1}{z+x} = 0,7, \\ \frac{1}{z+x} + \frac{1}{x+y} = 1,2. \end{cases}$  В ответе запишите сумму  $x, y, z$ , удовлетворяющих системе.

Ответ: 4.

▷ 8. Пусть  $ABCD$  — квадрат и точка  $O$  лежит вне квадрата, причем  $OA = OB = 5$ ,  $OD = \sqrt{13}$ . Найти площадь  $ABCD$ .

Ответ: 2.

▷ 9. Вкладчику на положенные в банк деньги начислили через год 15 тыс. рублей процентных денег. Не взяв их, а добавив 85 тыс. рублей, он оставил все деньги еще на год под те же проценты. По истечении второго срока вклад вместе с процентными начислениями составил 275 тыс. рублей. Сколько тысяч рублей было положено в банк первоначально? (Считаем, что процентная ставка банка не может превышать 100% годовых).

Ответ: 150 000.

▷ 10. При каком целом значении  $k$  один из корней уравнения

$$4x^2 - (3k + 2)x + (k^2 - 1) = 0$$

втрое меньше другого?

Ответ: 2.

Отборочный тур, 10 класс, 9 вариант

▷ 1. Найдите наименьшее натуральное число, сумма цифр которого равна 15 и которое к тому же оканчивается на 15 и делится на 15.

Ответ: 915.

▷ 2. Решить уравнение:

$$x + |x - 3| = -3x|x + 2|.$$

В ответе запишите сумму целых решений уравнения.

Ответ: -1.

▷ 3. Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми 33 км, навстречу друг другу одновременно отправились два туриста. Через 3 ч 12 мин расстояние между ними сократилось до 1 км, а еще через 2 ч 18 мин одному осталось пройти до пункта  $B$  втрое большее расстояние, чем второму до пункта  $A$ . Найти скорости туристов.

Ответ: 4,5; 5,5.

▷ 4. Найдите сумму всех отрицательных членов арифметической прогрессии,  $n$ -й член которой равен  $20n - 78$ .

Ответ: -114.

▷ 5. Вычислите площадь той части круга, ограниченного окружностью  $y^2 + (x - 7)^2 = 16$ , которая расположена во первой координатной четверти. В ответе укажите, во сколько раз найденная площадь больше площади единичного круга.

Ответ: 8.