

▷ **6.** В ателье поступило по одному куску черной, зеленой и синей ткани. Хотя зеленой ткани было на 9 метров меньше, чем черной, и на 6 метров больше, чем синей, стоимость кусков была одинаковой. Стоимость 4,5 метра черной ткани равна общей стоимости 3 метров зеленой и 0,5 метра синей ткани. Сколько метров в синем куске?

▷ **7.** Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна S . После того, как из этой прогрессии вычеркнули каждый пятый член, начиная с третьего (3-й, 8-й, 13-й, ...), сумма возросла и стала равна $\frac{7}{11}S$. Найдите сумму первого члена и знаменателя прогрессии при $S = -1$.

▷ **8.** Найти сумму всех целых решений неравенства

$$\frac{\sqrt{4 + 3x} - 4x + 3}{5 - 4x^2 + 19x} \leq 0.$$

▷ **9.** Сколько знаков содержится в десятичной записи числа $4^{15}5^{33}$?

▷ **10.** В равнобокой трапеции $PQRS$ ($QR \parallel RS$) известны длины $QR = 1$, $PS = 4$. Точки P', Q', R', S' лежат по одну сторону от плоскости трапеции, причем прямые PP', QQ', RR', SS' перпендикулярны этой плоскости, $PP' = 1$, $QQ' = 7$, $RR' = 2$, $SS' = 1$. Точки K' и L' лежат на прямых $P'R'$ и $Q'S'$ соответственно. Найти длину отрезка $K'L'$, если $P'K' : K'R' = 3 : 2$, $Q'L' : L'S' = 2 : 3$. В ответе укажите, чему равна площадь квадрата со стороной $K'L'$.

Отборочный тур, 11 класс, 1 вариант

▷ **1.** Вычислить площадь треугольника, ограниченного касательными, проведенными к графику функции

$$y = \frac{4x}{x^2 - 12}$$

в точках с абсциссами $x_1 = 2$ и $x_2 = 6$ и прямой, соединяющей точки касания.

▷ **2.** Определим операцию \otimes с переменными a и b следующим образом:

$$a \otimes b = \frac{a \cdot b}{a - b}.$$

Решить неравенство $3 \otimes x \geq (x - 2) \otimes x$. В ответе количество сумму целых решений.

▷ **3.** Ребро куба $ABCA_1B_1C_1D_1$ равно 1. Найти квадрат расстояния между диагоналями AD_1 и BD , записанный в виде десятичной дроби.

▷ **4.** При всех значениях x функции $F(x)$ и $G(x)$ удовлетворяют равенствам: $F(x) = x^3$; $F(G(x)) = 2x + 1$. Найти $G(4) + G(-5)$.

▷ **5.** Имеются два сплава, состоящие из цинка, меди и олова. Известно, что первый сплав содержит 40% олова, а второй - 26% меди. Процентное содержание цинка в первом и во втором сплавах одинаково. Сплавив 150 кг первого сплава и 250 кг второго, получили новый состав, в котором оказалось 30% цинка. Определить, сколько килограммов олова содержится в новом сплаве.

▷ 6. На угольной шахте сначала работали два участка, а через некоторое время вступил в строй третий участок, в результате чего производительность шахты увеличилась в полтора раза. Сколько процентов составляет производительность второго участка от производительности первого, если известно, что за 4 месяца первый и третий участки выдают угля столько же, сколько второй за год?

▷ 7. Первый член арифметической прогрессии равен b , а ее разность равна 5. Найти сумму наибольшего и наименьшего значений параметра b , для которых сумма n членов этой прогрессии достигает своего минимального значения при $n = 30$.

▷ 8. Сколько целых решений имеет неравенство

$$\frac{\sqrt{5+7x}-2x+3}{7-3x^2+20x} \leq 0.$$

▷ 9. Сколько знаков содержится в десятичной записи числа $4^{17}5^{35}$?

▷ 10. Вокруг треугольника MKN описана окружность радиуса r с центром в точке O . Длина стороны HM равна a . Для сторон треугольника выполняется соотношение $HK^2 - HM^2 = HM^2 - MK^2$. Найти площадь треугольника OKL , где L — точка пересечения медиан треугольника MKN . Ответ записать в виде десятичной дроби, если $a = 4\sqrt{3}$, $r = 4$, (3)

Отборочный тур, 11 класс, 2 вариант

▷ 1. Вычислить площадь треугольника, ограниченного касательными, проведенными к графику функции

$$y = \frac{2x}{x^2 - 3}$$

в точках с абсциссами $x_1 = 1$ и $x_2 = 2$ и прямой, соединяющей точки касания.

▷ 2. Определим операцию ∇ с переменными a и b следующим образом:

$$a \nabla b = \sqrt{a+b}.$$

Решить уравнение $(x \nabla 22) - (x \nabla 10) = 2$.

▷ 3. В вершине A прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сидит паук, а в центре противоположной грани $A_1 B_1 C_1 D_1$ — муха. Какое минимальное расстояние (по поверхности параллелепипеда) от паука до мухи, если стороны параллелепипеда равны: $AA_1 = 4$; $AB = 1$; $AD = 2$. В ответе укажите квадрат этого расстояния в виде десятичной дроби.

▷ 4. Известно, что $F(x-1) = 2x-3$; $F(G(x)) = 3x-4$. Найти решение уравнения $F(x) = G(x)$.

▷ 5. Имеются 3 слитка: 1-й слиток — сплав меди и никеля, 2-й слиток — сплав никеля с цинком, 3-й слиток — сплав цинка с медью. Если сплавить 1-й слиток со 2-м, то процент меди в полученном сплаве будет в 2 раза меньше, чем он был в 1-м слитке. Если сплавить 2-й слиток с 3-м, то процент никеля в полученном сплаве будет в 3 раза меньше, чем он был во 2-м слитке. Какой процент цинка будет содержать слиток, полученный при сплаве всех трех слитков, если во 2-м слитке цинка 10%, а в 3-м — 7%?

▷ 6. Два куска одинаковой ткани стоят вместе 91 тыс. рублей. Когда из первого куска продали столько, сколько было первоначально во втором, а из второго — половину того, что было первоначально в первом, остаток первого куска оказался на 10 метров больше остатка второго куска. Сколько метров ткани было в большем куске, если 1 метр ткани стоит 1400 рублей?

▷ 7. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна S . После того, как из этой прогрессии вычеркнули каждый второй член, начиная с четвертого (4-й, 6-й, 8-й, ...), сумма изменилась и стала равна $\frac{19}{18}S$. Найдите второй член этой прогрессии при $S = 2016$.

▷ 8. Найти сумму всех целых решений неравенства

$$\sqrt{x+8(3-\sqrt{8+x})} < \frac{x+16}{2\sqrt{8+x}-10}.$$

▷ 9. Сколько различных цифр содержится в десятичной записи числа $20^{18}25^{10}$?

▷ 10. Четырехугольник $PQRT$ вписан в окружность. Длины его противоположных сторон PQ и RT равны соответственно 9 и 6, а длины диагоналей PR и QT равны соответственно 8 и 10. Найти отношение площадей треугольника PQR и четырехугольника $PQRT$. Ответ записать в виде десятичной дроби

Отборочный тур, 11 класс, 3 вариант

▷ 1. Вычислить площадь треугольника, ограниченного касательными, проведенными к графику функции

$$y = \frac{4}{3x^2 + x}$$

в точках с абсциссами $x_1 = 1$ и $x_2 = -1$ и прямой, соединяющей точки касания.

▷ 2. Определим операцию \otimes с переменными a и b следующим образом:

$$a \otimes b = \frac{2a + b}{a - b}.$$

Решить неравенство $3 \otimes x \leq (x - 2) \otimes x$. В ответе запишите наибольшее натуральное решение.

▷ 3. Боковые ребра треугольной пирамиды $SABC$ равны: $SA = 3$; $SB = 2$; $SC = 4$. Известно, что $SA \perp SB$; $SA \perp SC$. Угол BSC равен 30° . Найти объем пирамиды.

▷ 4. Известно, что $F(x+1) = 2x - 3$; $F(G(x)) = x^3$. Найти решение уравнения $2G(x) = F(x+7)$.

▷ 5. Имеются два раствора серной кислоты в воде: первый — 40%-ный, второй — 60%-ный. Эти два раствора смешали, а потом добавили 5 кг чистой воды и получили 20%-ный раствор. Если бы вместо чистой воды добавили 5 кг 80%-ного раствора, то получили бы 70%-ный раствор. Сколько было 60%-ного раствора?

▷ 6. Монгольский школьник затратил некоторую сумму денег на покупку портфеля, авторучки и книги. Если бы портфель стоил в 5 раз дешевле, авторучка в 2 раза дешевле, а книга в 2,5 раза дешевле, то та же покупка стоила бы 8 тугриков. Если бы портфель стоил в 2 раза дешевле, авторучка в 4 раза дешевле, а книга в 3 раза дешевле, то за покупку школьник уплатил бы 12 тугриков. Сколько стоит вся покупка?

▷ 7. Первый член арифметической прогрессии равен b , а ее разность равна -3 . Найти сумму всех целых значений параметра b , для которых сумма n членов этой прогрессии достигает своего максимального значения при $n = 25$.

▷ 8. Найти количество решений неравенства

$$\sqrt{x + 2(2 - \sqrt{3 + x})} < \frac{x + 5}{4 - 5\sqrt{3 + x}},$$

при которых $1000x$ принимает целое значение.

▷ 9. Сколько различных цифр содержится в десятичной записи числа $4^{15}5^{33}$?

▷ 10. Четырехугольник $PQRT$ вписан в окружность. Длины его противоположных сторон PQ и RT равны соответственно 9 и 6, а длины диагоналей PR и QT равны соответственно 8 и 10. Найти отношение площадей треугольника PQR и четырехугольника $PQRT$. Ответ записать в виде десятичной дроби

Отборочный тур, 11 класс, 4 вариант

▷ 1. Вычислить площадь треугольника, ограниченного касательными, проведенными к графику функции

$$y = \frac{4}{3x^2 - 4x}$$

в точках с абсциссами $x_1 = 1$ и $x_2 = 2$ и прямой, соединяющей точки касания.

▷ 2. Определим операцию \square с переменными a и b следующим образом:

$$a \square b = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}.$$

Найти сумму корней уравнения $(x \square 20) - (x \square 17) = 2016$. В ответе укажите сумму цифр найденной суммы.

▷ 3. В вершине A прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сидит паук, а в центре противоположной грани $A_1 B_1 C_1 D_1$ — муха. Какое минимальное расстояние (по поверхности параллелепипеда) от паука до мухи, если стороны параллелепипеда равны: $AA_1 = 3$; $AB = 2$; $AD = 4$. В ответе укажите квадрат этого расстояния.

▷ 4. Известно, что при всех значениях x функции $F(x)$ и $G(x)$ удовлетворяют равенствам: $F(x) = x^2 + 2x$; $F(G(x)) = x^4 + 2x^2$. Найти сумму всех решений $G(F(x)) = -6$.

▷ 5. Имеются 3 слитка: 1-й слиток — сплав меди и никеля, 2-й слиток — сплав никеля с цинком, 3-й слиток — сплав цинка с медью. Если сплавить 1-й слиток со 2-м, то процент меди в полученном сплаве будет в 2 раза меньше, чем он был в 1-м слитке. Если сплавить 2-й слиток с 3-м, то процент никеля в полученном сплаве будет в 3 раза меньше, чем он был во 2-м слитке. Какой процент цинка будет содержать слиток, полученный при сплаве всех трех слитков, если во 2-м слитке цинка 12%, а в 3-м — 5%?