XXIII Межрегиональная олимпиада

школьников по математике

«САММАТ-2015»

Заключительный тур

9 класс

$\triangleright$ **1.** С помощью любых математических действий и минимального количества цифр 5 представьте число 2015.

$\triangleright$ **2.** Разделить данный отрезок а) на два равных отрезка; б) на три равных отрезка; в) на 2015 равных отрезков, пользуясь односторонней линейкой и шаблоном, имеющим форму равностороннего треугольника (шаблон можно обводить по его границе).

$\triangleright$ **3.** Может ли дискриминант квадратного трехчлена с натуральными коэффициентами $ax^2 + bx + c$ быть равным 1)2013; 2)2014; 3)2015; 4)2016?

$\triangleright$ **4.** Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 + z^2 + 2x + 2 = 2y(x+z) + 2z \\ (x-2014)^2 + (y-2015)^2 + (z-2016)^2 = 2028 \end{cases}$$

$\triangleright$ **5.** Доказать, что если y есть среднее арифметическое чисел x и z, то значение выражения $x^4 + 2x^3z \quad 2xz^3 \quad z^4 - 4x^2y^2 + 4y^2z^2$ равно нулю.

$\triangleright$ **6.** Может ли сумма N последовательных натуральных чисел быть точным квадратом, если а) $N = 2012$; б) $N = 2015$?

$\triangleright$ **7.** На какую наибольшую степень тройки делится произведение $3 \cdot 33 \cdot \cdot 333 \cdot \ldots \cdot 3333333333$? (В последнем множителе 10 троек.)

$\triangleright$ **8.** По кругу висят 250 лампочек. Вначале все лампочки включены. Разрешается либо переключить (из включенного состояния в выключенное или наоборот) любые 4 последовательные лампочки, либо взять 5 последовательных лампочек и переключить все, кроме средней. Можно ли с помощью таких операций выключить все лампочки?

$\triangleright$ **9.** В круг радиуса 3 произвольным образом помещены несколько кругов, сумма радиусов которых равна 25. Доказать, что найдется прямая, которая пересекает не менее девяти из этих кругов.

$\triangleright$ **10** Какое наибольшее число фигур, имеющих форму четверти круга радиуса 1 см, можно разместить без наложения прямогольнике размером 2,15 см $\times$ 4 см?