

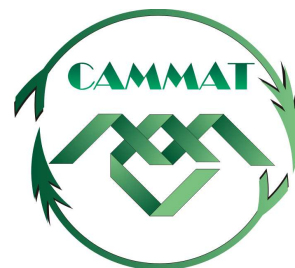
# XXIII Межрегиональная олимпиада

школьников по математике

«САММАТ-2015»

Заключительный тур

8 класс



▷ 1. Докажите, что при любом  $n > 1$  число  $2^{2^n} + 2^{2^{n-1}} + 1$  — составное.

2

▷ 2. Придумайте наибольшее (и наименьшее) число, делящееся на 11, в записи которого используются все десять цифр по одному разу.

▷ 3. В двух противоположных углах коробки размером  $30\text{см} \times 30\text{см} \times 10\text{см}$  сидят муха и паук. Паук может двигаться к мухе кратчайшим путем двумя способами: по двум боковым граням или сначала по боковой, потом по верхней грани. Какой из этих путей короче?

▷ 4. На доске написаны все натуральные числа от 1 до 2015 — часть чисел красным мелом, часть — синим. Наибольшее синее число равно количеству синих чисел, наименьшее красное число в семь раз меньше количества красных чисел. Сколько красных чисел написано на доске?

▷ 5. У короля было 4 сына и 864 млн. фартингов. Король поделил все свои миллионы между сыновьями. Сыновья его поехали в разные страны. Первый в пути 6 млн. потерял, второй 6 млн. заработал, у третьего миллионов в два раза больше стало, а у четвертого в два раза меньше. Через три года оказалось, что у всех миллионов осталось поровну. Сколько?

▷ 6. На какую наибольшую степень тройки делится произведение  $3 \cdot 33 \cdot 333 \cdot \dots \cdot 3333333333$ ? (В последнем множителе 10 троек.)

▷ 7. Найдите произведение  $O \cdot X \cdot A$ , если известно, что  $XAXAXA + XOXOXO$  делится на 2015.

▷ 8. В шахматном турнире участвовало 20 школьников. Каждый сыграл с каждым по одной партии. После окончания турнира оказалось, что ровно один ученик набрал 9,5 очков и он занял девятнадцатое место. Мог ли победитель турнира обойти игрока, занявшего второе место, на 1 очко?

▷ 9. Четыре коммерческих банка вкладывают деньги в предприятие. Если бы только первый банк удвоил сумму своего вклада, то всего в предприятия банками оказались бы вложенными 11 млн. рублей, если это сделает только второй банк — 12 млн., если только третий — 13 млн., а если только четвертый — 14 млн. рублей. Сколько денег вложил в предприятие каждый банк?

▷ **10.** На клетчатой бумаге отметили 5 точек, расположенных в узлах клеток. Доказать, что хотя бы один из отрезков, соединяющих эти точки, проходит через узел клетки.