

## XXIII Межрегиональная олимпиада

школьников по математике

«САММАТ-2015»

Заключительный тур

7 класс



▷ 1. Докажите, что уравнение  $2x^2 = y^2 + z^2$  имеет более 2015 решений в целых числах, если  $y$  отлично от  $z$ .

▷ 2. У Змея Горыныча 2015 голов. Богатырь может срубить одним ударом 33, 21, 19 или 1 голову, но при этом соответственно вырастают 48, 0, 16, 349 голов. Сможет ли богатырь победить Змея Горыныча?

▷ 3. На столе лежит 200 спичек. Играют два семиклассника, ходят по очереди. Ход состоит в том, что разрешается взять со стола не более семи спичек, но и не менее одной. Выигрывает тот, кто возьмет последнюю спичку. Кто выиграет при правильной игре? (А если спичек 199?)

▷ 4. На доске написаны все натуральные числа от 1 до 2015 — часть чисел красным мелом, часть — синим. Наибольшее синее число равно количеству синих чисел, наименьшее красное число — в два раза меньше количества красных чисел. Сколько красных чисел написано на доске?

▷ 5. У Попа больше земли, чем у Балды, на 90 квадратных аршинов. Каждый год Поп и Балда одновременно обмениваются землей: Поп отдает Балде треть своего надела, и Балда отдает Попу треть своего. У кого из них будет больше земли через 5 лет и на сколько?

▷ 6. Может ли каждый студент факультета прикладной математики иметь на факультете ровно 13 друзей, если всего студентов 2015?

▷ 7. Первоклассник Вова знает только цифру 5. Докажите, что он может написать число, делящееся на 2015.

▷ 8. Буратино, спасаясь от преследования Дуремара, пробежал уже  $\frac{1}{5}$  км. Если ему удастся пробежать 40% этого, то до укрытия под мостом останется всего  $\frac{3}{7}$  того, что он пробежал. Сколько осталось пробежать Буратино?

▷ 9. В семье 4 человека. Если Маше удвоят стипендию, то общий доход всей семьи возрастет на 5%, если вместо этого маме удвоят зарплату — то на 15%, если же зарплату удвоят папе — то на 25%. На сколько процентов возрастет доход всей семьи, если дедушке удвоят пенсию?

▷ 10. Последовательность чисел строится по следующему закону. На первом месте стоит число 7, далее за каждым числом стоит сумма цифр его квадрата, увеличенная на единицу. Например, на втором месте стоит число 14, так как  $7^2 = 49$ , а  $4 + 9 + 1 = 14$ . На третьем месте стоит число 17 и так далее. Какое число стоит на 2014-м месте?