

XXIII Межрегиональная олимпиада

школьников по математике

«САММАТ-2015»

Заключительный тур

6 класс



▷ 1. На доске написаны все натуральные числа от 1 до 2015 — часть чисел красным мелом, часть — синим. Наибольшее синее число равно количеству синих чисел, наименьшее красное число равно количеству красных чисел. Сколько красных чисел написано на доске?

▷ 2. Может ли каждый ученик дружить ровно с пятью одноклассниками, если в классе 33 человека?

▷ 3. Некий леспромхоз решил вырубить сосновый лес, но экологи запротестовали. Тогда директор леспромхоза всех успокоил, сказав: "В нашем лесу 99% сосны. После рубки сосна будет составлять 98% всех деревьев". Какое наименьшее количество деревьев может остаться?

▷ 4. В десятичной записи числа $\frac{1}{7}$ зачеркнули 2015-ю цифру после запятой (а другие цифры не меняли). Как изменилось число? (Увеличилось или уменьшилось?)

▷ 5. В обменном пункте совершаются операции двух типов:

1) дай 2 евро — получи 3 доллара и конфету в подарок;

2) дай 5 долларов — получи 3 евро и конфету в подарок.

Когда богатенький Буратино пришел в обменник, у него были только доллары. Когда ушел — долларов стало меньше, евро так и не появились, зато он получил 50 конфет. Во сколько долларов обошелся Буратино такой "подарок"?

▷ 6. Найдите произведение $O \cdot X \cdot A$, если известно, что $XAXAXA + XOXOXO$ делится на 2015.

▷ 7. У ромашки n лепестков. За ход разрешается оторвать либо один, либо два рядом растущих лепестка. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто и как выигрывает при правильной игре, если а) $n = 20$; б) $n = 15$?

▷ 8. Первоклассник Вова знает только цифру 1. Докажите, что он может написать число а) делящееся на 7; б) делящееся на 13; в) делящееся на 31.

▷ 9. В семье 4 человека. Если Маше удвоят стипендию, то общий доход всей семьи возрастет на 5%, если вместо этого маме удвоят зарплату — то на 15%, если же зарплату удвоят папе — то на 25%. На сколько процентов возрастет доход всей семьи, если дедушке удвоят пенсию?

▷ 10. Дано 2015 спичек. Играют два шестиклассника, ходят по очереди. Ход состоит в том, что играющий забирает не более шести, но не менее одной спички. Выигравшим считается тот, кто возьмет последнюю спичку. Кто выиграет при правильной игре?