

XXIII Межрегиональная олимпиада

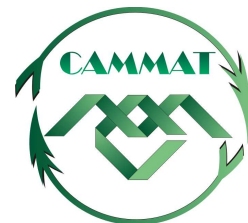
школьников по математике

«САММАТ-2015»

Отборочный тур

10 класс

Вариант 1



▷ 1. Найдите сумму всех целых x , при которых функции $f_1(x) = \frac{-1}{2x+5}$ и $f_2(x) = 2x-1$ принимают значения одинаковых знаков.

▷ 2. Найти наибольший корень уравнения $-2 \cos(\pi(x+0,5)) = \sqrt{3}$ на отрезке $[-3; 1]$. В ответе укажите значение выражения $3x_0$, где x_0 наибольший корень уравнения.

▷ 3. Взяли одинаковые массы ягод и сиропа. Известно, что в ягодах содержится 15% воды, а в сиропе 30%. Ягоды залили сиропом. Сколько процентов воды содержится в смеси ягод и сиропа?

▷ 4. Сумма первых трех членов геометрической прогрессии равна 14, а сумма следующих трех ее членов равна 112. Найдите восьмой член этой прогрессии.

▷ 5. Найдите сумму всех целых отрицательных a , при которых прямая $y = ax$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} -x - 3, & x < -6; \\ 3, & -6 \leq x \leq 6; \\ x - 3, & x > 6. \end{cases}$$

▷ 6. Если представить десятичную дробь $0,4(25)$ в виде несократимой обыкновенной дроби $\frac{m}{n}$, то значение выражения $n - m$ равно ...?

▷ 7. Около трапеции с основаниями 21 и 9 и высотой 8 описана окружность. Чему равен радиус этой окружности?

▷ 8. Найти все значения параметра a , при которых вершины двух парабол $y = x^2 - 2(a+1)x + 1$ и $y = ax^2 - x + a$ лежат по одну сторону от прямой $y = \frac{3}{4}$. В ответе укажите количество целых a удовлетворяющих условию.

▷ 9. Найти площадь S фигуры, заданной на координатной плоскости неравенствами $\begin{cases} 3y \geq 11 + |x + 3|; \\ 3y \leq 27 - |x - 3|. \end{cases}$ В ответе укажите $3S$.

▷ 10. В плоскости OXY найти минимальное расстояние между точками $(x; y)$, такими, что x и y являются целыми числами и удовлетворяют уравнению

$$x^2 - 9y^2 = 175.$$

XXIII Межрегиональная олимпиада

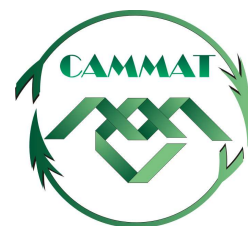
школьников по математике

«САММАТ-2015»

Отборочный тур

10 класс

Вариант 2



▷ 1. Найдите сумму всех целых x , при которых $f_1(x) = \frac{3}{x+1}$ и $f_2(x) = -4x - 3$ имеют одинаковые знаки.

▷ 2. Найти наибольший корень уравнения $2 \sin(\pi(x + 1)) = 1$ на отрезке $[-1; 2]$. В ответе укажите $6x_0$, где x_0 - решение удовлетворяющее условию задачи.

▷ 3. Из пункта А в пункт В вышла баржа с 400 тоннами песка 16% влажности. В пути содержание влаги увеличилось на 4%. Сколько тонн груза доставлено в пункт В?

▷ 4. Сумма первых четырех членов геометрической прогрессии равна 2, а сумма следующих четырех ее членов равна 162. Найдите четвертый член этой прогрессии.

▷ 5. Найдите сумму всех целых положительных a , при которых прямая $y = ax$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} -3x - 6, & x < -3; \\ 3, & -3 \leq x \leq 3; \\ 3x - 6, & x > 3. \end{cases}$$

▷ 6. Если представить десятичную дробь $0,3(15)$ в виде несократимой обыкновенной дроби $\frac{m}{n}$, то значение выражения $n - m$ равно ...?

▷ 7. В трапеции $ABCD$ с основаниями $BC = 2$ и $AD = 10$ боковые стороны $AB = 17$ и $CD = 15$. Найдите радиус окружности, касающейся сторон AB, AD, DC .

▷ 8. Найти все значения параметра a , при которых вершины двух парабол $y = 9x^2 + 6(a - 1)x + 1$ и $y = 9ax^2 + 4x + a$ лежат по одну сторону от прямой $y = \frac{5}{9}$. В ответе укажите количество целых a удовлетворяющих условию задачи.

▷ 9. Найти площадь фигуры, заданной на координатной плоскости неравенствами
$$\begin{cases} 9y \leq 27 - 2|x + 1|; \\ 9y \geq 15 + 2|x + 1|. \end{cases}$$

▷ 10. В плоскости OXY найти минимальное расстояние между точками $(x; y)$, такими, что x и y являются целыми числами и удовлетворяют уравнению

$$x^2 - 4y^2 = 105.$$

XXIII Межрегиональная олимпиада

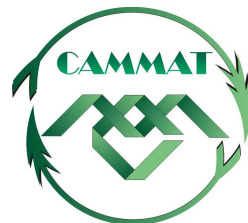
школьников по математике

«САММАТ-2015»

Отборочный тур

10 класс

Вариант 3



▷ 1. Найдите сумму всех целых x , при которых $f_1(x) = \frac{-2}{2x+1}$ и $f_2(x) = -x + 2$ принимают значения разных знаков.

▷ 2. Найти наименьший корень уравнения $2 \cos(\pi(x + 1)) = 1$ на отрезке $[-3; 1]$. В ответе укажите $3 \cdot x_0$, где x_0 - решение удовлетворяющее условию задачи.

▷ 3. Две мухи ползут по стене от пола до потолка и обратно по кратчайшему пути. Первая муха ползет и вверх и вниз с одинаковой скоростью, а вторая ползет вверх в полтора раза медленнее первой, а вниз - в полтора раза быстрее. В ответе цифрой укажите какая из мух проделает весь путь быстрее.

▷ 4. Сумма первых трех членов геометрической прогрессии равна 135, а сумма следующих трех ее членов равна 5. Найдите шестой член этой прогрессии. В ответе укажите $13 \cdot b_6$, где b_6 - шестой член этой прогрессии.

▷ 5. Найдите сумму всех целых положительных a , при которых прямая $y = ax$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} -4x - 2, & x < -1; \\ 2, & -1 \leq x \leq 1; \\ 4x - 2, & x > 1. \end{cases}$$

▷ 6. Если представить сумму десятичных дробей $0,8(7) + 0,7(8)$ в виде несократимой обыкновенной дроби $\frac{m}{n}$, то значение выражения $m - n$ равно ...

▷ 7. У трапеции, вписанной в окружность, диагонали перпендикулярны, а средняя линия равна 5. Найдите площадь трапеции.

▷ 8. Найти все значения параметра a , при которых вершины двух парабол $y = 4x^2 + 8ax - a$ и $y = 4ax^2 - 8x + a - 2$ лежат по одну сторону от прямой $y = -5$.

▷ 9. Найти площадь фигуры, заданной на координатной плоскости неравенствами $\begin{cases} y \leq 3 - |x + 1|; \\ y \geq 1 + |x + 1|. \end{cases}$

▷ 10. В плоскости OXY найти минимальное расстояние между точками $(x; y)$, такими, что x и y являются целыми числами и удовлетворяют уравнению

$$x^2 - y^2 = 135.$$

XXIII Межрегиональная олимпиада

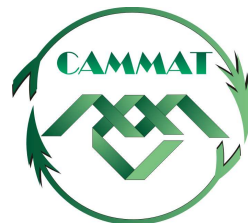
школьников по математике

«САММАТ-2015»

Отборочный тур

10 класс

Вариант 4



▷ 1. Найдите сумму всех целых x , при которых функции $f_1(x) = \frac{-5}{x-3}$ и $f_2(x) = 2x + 4$ принимают значения одинаковых знаков.

▷ 2. Найти наибольший корень уравнения $3tg(\pi(x + 1)) = \sqrt{3}$ на отрезке $[0; 3]$.

▷ 3. При постройке здания требовалось вынуть 4500 м^3 грунта в установленный срок. Перевыполняя дневную норму на 45 м^3 , строители уже за 4 дня до установленного срока выполнили 96% задания. Определите установленный срок.

▷ 4. Сумма первых четырех членов геометрической прогрессии равна 7, а сумма следующих четырех ее членов равна 112. Найдите пятый член этой прогрессии.

▷ 5. Найдите сумму всех положительных a , при которых прямая $y = ax$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} -x - 3, & x < -4; \\ 1, & -4 \leq x \leq 4; \\ x - 3, & x > 4. \end{cases}$$

▷ 6. Если представить сумму десятичных дробей $0,8(7) + 0,7(8)$ в виде несократимой обыкновенной дроби $\frac{m}{n}$, то значение выражения $m - n$ равно ...

▷ 7. Длины оснований трапеции равны 4 см и 2 см, один из углов при большем основании составляет 60° . Известно, что в трапецию можно вписать окружность. Найти радиус этой окружности.

▷ 8. Найти все значения параметра a , при которых вершины двух парабол $y = x^2 + 4ax - a$ и $y = -ax^2 + 4x + a + 2$ лежат по одну сторону от прямой $y = -3$.

▷ 9. Найти площадь фигуры, заданной на координатной плоскости неравенствами $\begin{cases} y \leq 10 - 4|x + 2|; \\ y \geq 4 - |x + 2|. \end{cases}$

▷ 10. В плоскости OXY найти минимальное расстояние между точками $(x; y)$, такими, что x и y являются целыми числами и удовлетворяют уравнению

$$4x^2 - y^2 = 75.$$