



Заключительный тур

10 класс

▷ 1. В слове *САМАРА* заменили каждую букву некоторой цифрой так, что одинаковые буквы были заменены одинаковыми цифрами, а разные - разными. Таким образом получилось некоторое число. При этом оказалось, что выполняется следующее двойное равенство  $\sin(CA)^0 = \sin(MA)^0 = \cos(P + A)^0$ .

Найдите сумму цифр числа *САМАРА*. Замечание. Выражения *СА* и *МА* означают соответствующие двузначные числа.

▷ 2. Найдите по крайней мере два различных натуральных решения уравнения

$$[\sqrt[3]{m}] + [\sqrt[3]{m+1}] + \dots + [\sqrt[3]{n}] = 2013,$$

где  $[x]$  — целая часть числа  $x$ .

▷ 3. Известно, что  $\forall x \in \mathbb{R} \ 3f(x+2) + f(x) = 3f(x+1)$  и  $f(3) = 3^{1000}$ . Найдите  $f(2013)$ .

▷ 4. Можно ли расставить 18 подряд идущих натуральных чисел в вершинах и серединах сторон правильного девятиугольника так, чтобы сумма трех чисел, стоящих в концах и середине каждой стороны, была бы для всех сторон одинаковой?

▷ 5. Из множества всех трехзначных чисел составляются последовательности, подряд идущих чисел и число членов в этих последовательностях нечетное.

а) Сколько различных таких последовательностей можно составить?

б) Сколько последовательностей удовлетворяет условию: сумма квадратов  $k$  первых членов совпадает с суммой квадратов  $k - 1$  последних членов?

▷ 6. Действительные числа  $a, b, c, d$  таковы, что

$$\begin{cases} a + b + c + d = 8 \\ a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 19 \end{cases}$$

Какие наибольшее и наименьшее значения может принимать  $d$ ?

▷ 7. Дан правильный шестиугольник, сторона которого равна 1. С помощью только линейки (без делений) построить отрезок  $\sqrt{21}$ .

▷ 8. Из многоугольника можно получить новый многоугольник с помощью следующих операций: разрезав его по отрезку на 2 части, одну из частей перевернуть и приставить к другой части по линии разреза, если при этом части не будут иметь общих точек разреза. Можно ли с помощью нескольких таких операций из квадрата получить треугольник?

▷ 9. Найдите сумму целых частей всех корней уравнения

$$(-1)^{[x^2]}x^2 + (-1)^{[4x]}(4x + 1) = 0.$$

▷ 10. Можно ли разрезать квадрат на

а) 2013 равнобедренных трапеций;

б) 13 равнобедренных трапеций.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!!!**