



XX Межрегиональная олимпиада

школьников по математике

«САММАТ-2012»

Заключительный тур

9 класс

▷ 1. В железнодорожной будке на расстоянии 1 м от окна, ширина которого 1 м, сидит обходчик. На расстоянии 299 м от окна и параллельно плоскости окна проходит железнодорожный путь. Обходчик видит целиком поезд длиной 100 м, идущий по этому пути с постоянной скоростью в течение 10 сек. Определить скорость поезда. (Шириной поезда и расстоянием между глазами обходчика можно пренебречь.)

▷ 2. Имеются два равновеликих, не являющихся квадратами прямоугольника, у которых стороны измеряются целыми числами. У первого прямоугольника ширина равна 2011, а длина равна полупериметру второго прямоугольника. Найдите ширину (меньшую сторону) второго прямоугольника.

▷ 3. Последовательность a_n задана соотношением $a_{n+1} = \frac{1}{1 - a_n}$.

Найдите a_{2012} , если $a_1 = 3 + \sqrt{7}$.

▷ 4. Ученик нарисовал треугольник с углами x, y, z , другой ученик нарисовал треугольник с углами $\sqrt{xy}, \sqrt{yz}, \sqrt{zx}$ градусов. Найдите x, y, z .

▷ 5. Дан произвольный треугольник. Построить с помощью циркуля и линейки квадрат, равновеликий данному треугольнику.

▷ 6. В классе присутствуют учитель и несколько учеников. Найти число учеников, если известно, что возраст учителя на 24 года больше среднего возраста учеников и на 20 лет больше среднего возраста всех присутствующих в классе.

▷ 7. 2012 чисел: $x_1, x_2, \dots, x_{2012}$ записаны в строчку. Известно, что сумма любых трех соседних из них равна 200. Причем первое число 19, а последнее - 98. Найдите остальные 2009 чисел.

▷ 8. Найти наибольшее значение величины $\frac{x}{3 + y^2} + \frac{y}{3 + x^2}$ при $0 \leq x, y \leq 1$.

▷ 9. Площадь треугольника ABC равна $15\sqrt{3}$. Угол $BAC = 120^\circ$. Угол ABC больше угла ACB . Расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , равно 2. Найдите медиану треугольника ABC , проведенную из вершины B .

▷ 10. Зная, что $\frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(a+b)(b+c)(c+a)} = \frac{m}{n}$, найти $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}$.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!!!