



XX Межрегиональная олимпиада

школьников по математике

«САММАТ-2012»

Заключительный тур

8 класс

▷ 1. Купец, будучи должен 753 руб., попросил у того же заимодавца еще 303 руб. Последний согласился удовлетворить его просьбу на условии, чтобы весь долг был уплачен в течение 8 месяцев и притом так, чтобы должник, внося к концу первого месяца некоторую сумму на покрытие части долга, ежемесячно увеличивал свой взнос на половину, т.е. уплатил бы во второй месяц полторы суммы таких суммы, в третий месяц две таких же суммы, в четвертый две с половиной и т.д. Обсудив эти условия, купец согласился на них. Спрашивается, какую сумму должен он внести в первый месяц и сколько в каждый из следующих месяцев.

▷ 2. Имеется 199 литров молока в бутылках по 0,5, 0,7 и 1 литру. Доказать, что можно взять 50 литров молока, не вскрывая бутылок.

▷ 3. Построить квадрат, равновеликий данному прямоугольнику.

▷ 4. Три тюльпана и девять гвоздик стоят меньше 220 рублей, а 7 тюльпанов и 5 гвоздик - больше 240 рублей. Что дороже: 41 тюльпан или 53 гвоздики?

▷ 5. Школьный звонок был сломан. Он начинал звенеть каждый раз, когда на электронных часах появлялась цифра 2, и звенел до тех пор, пока какая-нибудь двойка была на циферблате часов. Сколько всего времени в течение суток звенел школьный звонок? (Электронные часы показывают время от 00:00 до 23:59.)

▷ 6. Двое по очереди ломают шоколадку фабрики «Россия» размером $m \times n$ ($m \cdot n$ долей). За один ход разрешается сделать прямолинейный разлом любого из кусков вдоль углубления (но только одного). Проигрывает тот, кто не может сделать очередного хода. Кто выигрывает?

▷ 7. Вычислить:

$$\sqrt{1 + 2012^2 + \frac{2012^2}{2013^2} + \frac{2012}{2013}}.$$

▷ 8. Найти все пятизначные числа \overline{abcde} , делящиеся на 36 и такие, что $a < b < c < d < e$.

▷ 9. Турист выехал из турбазы на байдарке против течения в 10 ч 15 мин с обязательством вернуться обратно не позднее 13 часов того же дня. Известно, что скорость течения 1,4 км/ч, скорость байдарки в стоячей воде 3 км/ч. На какое максимальное расстояние турист может отплыть от турбазы, если через каждые 30 мин гребли он 15 мин отдыхает, не причаливая к берегу, и может повернуть назад только после отдыха.

▷ 10. Зная, что $\frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(a+b)(b+c)(c+a)} = \frac{m}{n}$, найти $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}$.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!!!