

**XX Межрегиональная олимпиада  
школьников по математике  
«САММАТ-2012»  
7 класс**

1. Сколько стоят 1 кг лука, 2 кг картофеля и 2 кг огурцов вместе, если известно, что 0,5 кг лука, 3 кг картофеля и 1 кг огурцов стоят вместе 119 руб., а 2 кг лука и 4 кг огурцов стоят 410 руб.

**Ответ:** 216 р.

2. Найти наибольшее двузначное число  $n$ , при котором все дроби

$$\frac{3}{n+2009}, \frac{4}{n+2010}, \frac{5}{n+2011}, \frac{6}{n+2012}$$

несократимы.

**Ответ:** 96.

3. Имеется 10 ящиков. В некоторых из них лежат 10 ящиков меньшего размера, а в некоторых из меньших ящиков лежат еще по 10 ящиков. Сколько всего ящиков, если заполнено всего 54 ящика?

Решение. Пусть  $x$  - число заполненных больших ящиков,  $y$  - число заполненных меньших ящиков. По условию  $x + y = 54$ . Число меньших ящиков в 10 раз больше, чем  $x$ , а число самых маленьких ящиков в 10 раз больше, чем  $y$ . Значит, общее число ящиков равно

$$10 + 10x + 10y = 10(1 + x + y) = 10 \cdot 55 = 550.$$

**Ответ:** 550.

4. На доске было написано число  $x$  с одним знаком после запятой, а под ним в столбик - числа  $x + 0,1$ ,  $x + 0,2$ ,  $x + 0,3$  и  $x + 0,4$ . Незнайка стер все знаки после запятой и подсчитал сумму полученных чисел, которая оказалась равной 33. Найдите  $x$ .

Решение. Искомое число можно найти подбором, заметив, что  $6 < x < 7$  (ввиду неравенств  $5 \cdot 6 < 33 < 5 \cdot 7$ .)

**Ответ:** 6,8.

5. В банке лежат 2012 белых и черных зерен, из них 1000 белые. Наугад достаем два зерна. Если зерна одного цвета, то мы их выбрасываем, а в банку добавляем черное зерно, если зерна разного цвета, то черное выбрасываем, а белое кладем обратно. В конце концов осталось одно зерно. Какого оно цвета?

Решение. Легко видеть, что число белых зерен каждый раз либо не меняется, либо уменьшается на 2, т.е. не меняет четности. Если исходное число белых зерен было нечетным, то в конце концов оставшееся единственное зерно должно быть белым, если же это число четно, то оставшееся зерно черное.

**Ответ:** Черное зерно.

6. Школьный звонок был сломан. Он начинал звенеть каждый раз, когда на электронных часах появлялась цифра 5, и звенел до тех пор, пока какая-нибудь пятерка была на циферблате часов. Сколько всего времени в течение суток звенел школьный звонок? (Электронные часы показывают время от 00:00 до 23:59.)

Указание. Во первых звонок звенел, когда в числе, обозначающем часы, была цифра шесть. Возможные варианты: 05, 15 часов, всего - 2 часа.

Во-вторых, он звенел, когда число часов не содержало цифры 5, а таких часов 22, и минут было 05, 15, 25, 35, 45, с 50 до 59. Всего - 330 мин=5 часов 30 минут.

**Ответ:** 7 часов 30 минут.

7. Веселый молочник имеет 12 л молока и хочет подарить из него половину, но у него нет кувшина в 6 литров . У него два кувшина, один 8-и литровый, другой 5-и литровый. Спрашивается, каким образом налить 6 л в 8-и литровый кувшин.

Решение.

Первое решение.

12	8	5
<b>Переливания</b>		
12	0	0
4	8	0
4	3	5
9	3	0
9	0	3
1	8	3
1	6	5
6	6	0

Второе решение.

12	8	5
<b>Переливания</b>		
12	0	0
7	0	5
0	7	5
0	8	4
8	0	4
8	4	0
3	4	5
3	8	1
11	0	1
11	1	0
6	1	5
6	6	0

8. В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $BK$  и  $\angle AKB : \angle CKB = 4 : 5$ . Найдите разность углов  $A$  и  $C$  треугольника  $ABC$ .

**Ответ:**  $20^\circ$ .

9. Лиса Алиса и кот Базилио делят 10 золотых монет по следующему правилу. Сначала Базилио делит все золотые на две кучки, в каждой не менее двух золотых. Потом Алиса делит каждую из этих кучек еще на две кучки. Из полученных четырех кучек наибольшая и наименьшая достаются Алисе, а две средние - Базилио. Кому сколько достанется?

Решение. Пусть Базилио разделит монеты на две кучки, состоящие из  $a$  и  $b$  монет, причем  $a \leq b$ . Алиса может разделить первую кучку примерно поровну, а вторую кучку - на кучки состоящие из 1 и  $1 - b$  монет. Этим самым Лиса Алиса обеспечит себе  $b$  золотых. Поскольку  $b \geq a$  и  $a + b = 10$ , то  $b \geq 5$ . Поэтому Алисе достанется не менее 5 монет.

Предположим, что Базилио разделит монеты на две равные кучки. Тогда, как бы ни делила монеты Алиса, ей достанется 5 золотых. Итак каждому достанется по 5 монет.

10. Расшифровать пример на деление

ЗАКОН:Н=УКАЗ.

Одним и тем же буквам соответствуют одинаковые цифры, разным - разные.

**Ответ:**  $12063:3=4021$ ;  $12084:4=3021$ ;  $14082:2=7041$ ;  $15902:2=7951$ ,  $17942:2=8971$ ,  $19473:3=6491$ .