XX Межрегиональная олимпиада
школьников по математике
«САММАТ-2012»
6 класс

1. В магазин поступили 4 ящика с печеньем, если из каждого ящика вынуть по $13,5$ кг, то во всех ящиках останется столько, сколько было в каждом. Сколько печенья было в каждом ящике?

Ответ: 18 кг.

2. Зайчик прыгает по прямой вперед и назад большими и малыми прыжками. Большой прыжок составляет 90 см, малый - 50 см. Покажите, как ему попасть из пункта A в пункт B, если расстояние между пунктами 2 м 60 см.

Ответ: $90 \cdot 4 - 50 \cdot 2 = 260$.

3. При сложении двух натуральных чисел Незнайка поставил лишний ноль на конце первого слагаемого и вместо 4022 получил сумму, равную 22112. Какие числа складывал Незнайка?

Увказание. Если к записи числа приписать ноль в конце, то оно увеличится в десять раз, т.е. сумма увеличится на девять первых слагаемых. Значит, первое слагаемое равно: $(22112 - 4022) \div 9 = 2010$. Второе слагаемое равно: $4022 - 2010 = 2012$.

Ответ: 2010, 2012.

4. Найти наименьшее трехзначное число n, при котором все дроби

$$\frac{3}{n+2009}, \frac{4}{n+2010}, \frac{5}{n+2011}, \frac{6}{n+2012}$$

несократимы.

Решение. При $n = 100$ сократима первая и четвертая дроби, при $n = 101$ несократимы все дроби.

Ответ: 101.

5. Двое по очереди ломают шоколадку фабрики «Россия» размером 3×6. За один ход разрешается сделать прямолинейный разлом людого из кусков вдоль углубления (но только одного). Проигрывает тот, кто не может сделать очередного хода. Кто выигрывает?

Решение. Решим задачу в общем случае, взяв шоколадку $m \times n$. После каждого хода количество кусков увеличивается на 1. Сначала был один кусок. В конце игры, когда нельзя сделать ходы, шоколадка разломана на маленькие дольки, число кусков равно mn. Значит, игра будет продолжаться $mn - 1$ ход. Поэтому, если $mn - 1$ нечетно, а значит, mn - четно, то выигрывает первый игрок, так как он делает последний ход. Если $mn - 1$ - четно, а значит, mn - нечетно, то выигрывает второй игрок.

Ответ: Выигрывает первый игрок.

6. Найти сумму всех прямоугольников различных размеров (в том числе, и квадратов), состоящих из клеток шахматной доски, если сторона клетки равна 1 см.

Решение. Если длины сторон обозначить a и b, то все такие прямоугольники исчепрпываются следующими:

при $a = 1$ $b = 1, 2, ..., 8$;

при $a = 2$ $b = 2, 3, ..., 8$;

....

при $a = 7$ $b = 7, 8$;

при $a = 8$ $b = 8$.

Искомая сумма равна $1(1 + 2 + ... + 8) + 2(2 + .. + 8) + ... + 8 \cdot 8 = 750$ см ^{2}.

Ответ: 750 см ^{2}.

7. Школьный звонок был сломан. Он начинал звенеть каждый раз, когда на электронных часах появлялась цифра 6, и звенел до тех пор, пока какая-нибудь шестерка была на циферблате часов. Сколько всего времени в течение суток звенел школьный звонок? (Электронные часы показывают время от 00:00 до 23:59.)

Указание. Во первых звонок звенел, когда в числе, обозначающем часы, была цифра шесть. Возможные варианты: 06, 16 часов, всего - 2 часа.

Во-вторых, он звенел, когда число часов не содержало цифры 6, а таких часов 22, и минут было 06, 16, 26, 36, 46, 56. Всего - 132 мин=2 часа 12 минут.

Ответ: 4 часа 12 минут.

8. В оздоровительный лагерь приехали три друга: Миша, Володя, Петя. Известно, что каждый из них имеет одну из фамилий: Иванов, Семенов, Герасимов. Миша не Герасимов. Отец Володи бизнесмен. Володя учится в 6 классе. Мальчик с фамилией Герасимов учится в 5 классе. Отец мальчика с фамилией Иванов - хирург. Какая фамилия у каждого из друзей?

Ответ: Петя - Герасимов, Володя - Семенов, Миша - Иванов.

9. На прямой выбраны четыре точки A, B, C, D, причем $AB = 1$, $BC = 2$, $CD = 4$. Чему может быть равно AD? Укажите все возможные варианты.

Ответ: $7; 5; 3; 1$.

10. Решите ребус КОРОВА+КОРОВА=МОЛОКО. (Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным - разные.)

Ответ: 302015+302015=604030; 304015+304015=608030.