

**ХІХ Межрегиональная олимпиада
школьников по математике
«САММАТ-2011»
9 класс
Заключительный тур**

► 1. **Андреева Л.В.** Для того, чтобы купить контрольный пакет акций ОАО «Родина», олигарху Покатину не хватает денег, а олигарху Порохову не хватает в два раза больше денег. Бережливый олигарх Абрам Романович накопил денег, сколько Покатин и Порохов имеют вместе, но и этих денег не достаточно для совершения сделки. Смогут ли олигархи купить контрольный пакет акций на троих? Смогут ли Порохов и Романович совершить сделку вдвоем?

► 2. **Дворянинов С.В.** В треугольнике ABC медиана BM образует со стороной AB угол в 20° , со стороной BC - 80° . Найдите отношение длины стороны AB к длине медианы BM .

► 3. **Кузьмин Ю.Н.** Решите уравнение

$$\sqrt{x^2 - 2011x + 2010} = 2010x - x^2 - 2009.$$

► 4. Дан отрезок единичной длины. Построить с помощью циркуля и линейки отрезок x такой, что $\frac{1}{x} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2011}$.

► 5. **Фольклор** Груз вначале погрузили в вагоны по 80 тонн, но один вагон остался загружен не полностью. Тогда весь груз переложили в вагоны вместимостью по 60 тонн, однако понадобилось на 8 вагонов больше и при этом все равно один вагон остался не полностью загруженным. Наконец, груз переложили в вагоны вместимостью по 50 тонн, однако понадобилось еще на 5 вагонов больше, при этом все такие вагоны были загружены полностью. Сколько тонн груза было?

► 6. **Алякин В.А.** Решите уравнение $x^{20} + x^{11} = 2 \cdot x^{2011}$.

► 7. Четыре последовательных натуральных числа разбиты на две группы по 2 числа. Известно, что произведение одной группы на 2011 больше, чем другой группы. Найти эти числа.

► 8. Квадратный трехчлен $f(x) = ax^2 + bx + c$ таков, что

$$f\left(\frac{a-b-c}{2a}\right) = f\left(\frac{c-a-b}{2a}\right) = 0.$$

Докажите, что $f(-1)f(1) = 0$.

► 9. **Лексина С.В.** Пусть a, b, c, d - рациональные числа. Доказать, что существует треугольник со сторонами

$$\sqrt{b^2 + c^2}, \sqrt{a^2 + c^2 + d^2 + 2cd}, \sqrt{a^2 + b^2 + d^2 + 2ab},$$

площадь которого - рациональное число.

► 10. Не используя микрокалькулятор, найти значение числового выражения:

$$\sqrt[3]{50 + \sqrt{2495\frac{10}{27}}} + \sqrt[3]{50 - \sqrt{2495\frac{10}{27}}}.$$