

**ХІХ Межрегиональная олимпиада  
школьников по математике  
«САММАТ-2011»  
10 класс  
Заключительный тур**

► 1. **Андреева Л.В.** Известная итальянская мебельная фабрика PALI CUCCIOLI выпускает комоды и буфеты. Их производство ограничено наличием необходимых ресурсов (высококачественных досок из красного дерева (ВДКД), фурнитуры (Ф), стекла (С)). Нормы затрат ресурсов на единицу продукции, запасы ресурсов и прибыль от реализации единицы продукции приведены в таблице. Требуется составить производственный план выпуска продукции с учетом имеющихся ресурсов, который обеспечивал бы наибольшую прибыль фабрике.

Виды ресурсов	Комод	Буфет	Запасы ресурсов
ВДКД	3	2	27
Ф	2	4	28
Стекло	2	3	23
Прибыль	4000	7000	

- 2. **Андреев А.А.** Докажите, что число 63001999 - составное.  
 ► 3. Дан единичный отрезок. Построить отрезок  $x$  такой, что

$$\sqrt{x} = \sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{2011}.$$

► 4. **Лексина С.В.** Землемер - Трехглавый Змей Горыныч нарезает прямоугольные садовые участки. Первая голова измеряет длину  $x$ , вторая - ширину  $y$ , а третья, самая умная, которая знает все, в том числе и о первой и о второй головах, и даже то, что  $8 \times 8 = 71$ , записывает полупериметр  $p$  и площадь  $S$  участка. В его записях обнаружено

$$x = 111, y = 111, p = 224, S = 12103.$$

Продолжите запись:  $x = 12, y = 21, p = ?, S = ?$ .

- 5. Упростить выражение

$$\sqrt{2010 - \sqrt{2011 \cdot 2009}} + \sqrt{2008 - \sqrt{2009 \cdot 2007}} + \dots + \sqrt{2 - \sqrt{3 \cdot 1}}.$$

► 6. **Кузьмин Ю.Н.** Последовательность  $\{a_n\}$  задана равенством  $a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = -1, a_n = a_{n-1} \cdot a_{n-3}, (n > 3)$ . Найдите  $a_{2011} + a_{2007}$ .

- 7. **Лексина С.В.** Найти положительные решения системы при  $a, b > 0$

$$\begin{cases} \frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 8(y^4 - x^4), \\ ax - by = x^4 - y^4. \end{cases}$$

► 8. **Гусев А.А.** Найдите все трехзначные числа, любая степень которых оканчивается теми же тремя цифрами и в том же порядке, что и исходное число.

- 9. Доказать, что произведение  $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{9999}{10000}$  меньше 0,01.

► 10. В треугольнике  $ABC$  заданы углы  $B, C$  и длина  $a$  стороны  $BC$ . Через середину  $O$  стороны  $AB$  и вершину  $A$  проведена окружность, касающаяся стороны  $BC$ . Вычислить радиус этой окружности.