

МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ

ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ «САММАТ - 2010»

9 КЛАСС

▷ **1.** Шестизначное число A делится на 17, а число, полученное вычеркиванием его последней цифры, делится на 13. Найти наибольшее и наименьшее число A , удовлетворяющее этим требованиям.

▷ **2.** Решите уравнение $x^2 - 4x \cdot \cos \pi x^3 + 4 = 0$.

▷ **3.** В треугольнике ABC на сторонах AB , BC , AC соответственно отмечены точки M , N , P так, что четырехугольник $AMNP$ - параллелограмм. Найти площадь треугольника ABC , если площади треугольников MBN и PNC равны S_1 и S_2 .

▷ **4.** Решить уравнение $x + y + z = 2\sqrt{x-6} + 4\sqrt{y-5} + 6\sqrt{z-3}$.

▷ **5.** AM — медиана треугольника ABC , а K и L — точки пересечения медианы AM с вписанной в треугольник ABC окружностью, K лежит между A и L . При этом $AK = KL = LM$. Докажите что стороны треугольника ABC соотносятся как 5 : 10 : 13 (в каком то порядке).

▷ **6.** Решить систему $\begin{cases} [x] - \{x+y\} = 20,09, \\ [x+y] - \{y\} = 20,11, \end{cases}$ где $[x]$ - целая часть числа x , $\{x\}$ - дробная часть числа x .

▷ **7.** Все натуральные числа от 1 до 2010 записали в следующем порядке: сперва записали в порядке возрастания все числа, сумма цифр которых равна 1. Затем все числа с суммой цифр 2 (также в порядке возрастания), потом - все числа с суммой 3 (также в порядке возрастания), и т.д. Какое число стоит на 1993 месте.

▷ **8.** Многочлен $P(x)$ при делении на $x^4 + x^2 + 1$ дает остаток $x^3 + x$. Какой остаток будет получен при делении этого многочлена на $x^2 + x + 1$?

▷ **9.** Мамаша семейки Симпсон собирается закупить фрукты для своей семейки. Согласно диетическим нормативам, ежедневная порция фруктов на одного члена семьи должна содержать не менее 3 г витамина С и 2 г витамина А. У мамыши имеется возможность закупить апельсины по цене 5 долларов за один килограмм и яблоки по цене 4 доллара за один килограмм. Содержимое витаминов в этих фруктах приведено в таблице.

Витамины	Апельсины	Яблоки
А	2%	1%
С	1%	3%

Сколько граммов апельсинов и яблок должна содержать ежедневная порция одного члена семейки, чтобы удовлетворять диетическим нормативам и при этом стоимость порции была бы наименьшей?

▷ **10.** Дан отрезок длиной $a = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ с помощью циркуля и линейки постройте отрезок длиной 1.