Материалы заданий

олимпиады школьников по математике «САММАТ - 2010»

8 КЛАСС

▷ **1.** Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение

$$HOK(x, y) = HOD(1944, 2052),$$

где HOK - наименьшее общее кратное двух чисел, HOD - наибольший общий делитель двух чисел?

▷ **2.** На стороне AC треугольника ABC взяты точки D и E, причем ($AD < AE$). Известно, что некоторые четыре из отрезков AB, BC, CE, DE, AD, BD и BE имеют равные длины. Могут ли три остальных отрезка иметь равные длины?

▷ **3.** На доске выписали в порядке возрастания все числа от 1 до 10000, а потом стерли те, которые не делятся ни на 4, ни на 11. Какое число окажется на 2010 месте?

▷ **4.** Может ли в остроугольном треугольнике биссектриса быть в два раза больше высоты, проведенной из той же вершины?

▷ **5.** Каких пятизначных чисел больше: четных с суммой цифр, равной 36, или нечетных с суммой цифр равной 38? Обоснуйте ответ.

▷ **6.** Сто чудаков последовательно красят доску 100×100, используя 100 цветов. Они соблюдают единственное правило: в одной строке и в одном столбце не может оказаться двух клеток, раскрашенных одинаково. Смогут ли 99 чудаков правильно докрасить доску, если первый чудак уже раскрасил «свои» 100 клеток?

▷ **7.** Найдите все несократимые дроби со знаменателем 2010, заключенные между числами $\frac{13}{120}$ и $\frac{14}{120}$.

Ответ: $\frac{221}{2010}, \frac{223}{2010}, \frac{227}{2010}, \frac{229}{2010}, \frac{233}{2010}$.

▷ **8.** Решить уравнение $n^2 \quad 7p^m = 1$ в целых числах.

▷ **9.** В некотором простом двузначном числе поменяли местами цифры и сложили полученное число с исходным. Получился точный квадрат. Найдите все такие числа.

▷ **10.** В урне находится одинаковое число белых и черных шаров. $2k$ черных шаров выбросили, а из оставшихся в урне шаров k белых шаров перекрасили в черный цвет. Увеличилась или уменьшилась доля черных шаров в урне.