

МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ

ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ «САММАТ - 2010»

7 КЛАСС

▷ 1. Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение

$$\text{НОК}(x, y) = \text{НОК}(201, 209),$$

где *НОК* - наименьшее общее кратное двух чисел?

▷ 2. В треугольнике *ABC* известно, что $AB = 5$, $BC = 6$, $AC = 7$. На сторонах взяты точки *K, L, M* так, что прямые *KL, ML, MK* перпендикулярны соответственно биссектрисам углов *ABC, BCA, CAB*. Найти длины отрезков, на которые указанные точки делят стороны треугольника.

▷ 3. Юра задумал натуральное число, умножил его на 13, зачеркнул последнюю цифру результата, полученное число умножил на 7, опять зачеркнул последнюю цифру результата и получил число 21. Какое число задумал Юра?

▷ 4. На физическом кружке учитель поставил следующий эксперимент. Он разложил на чашечные весы 16 гирек массами 1,2,3,...,16 грамм так, что одна из чаш перевесила. Пятнадцать учеников по очереди выходили из класса и забирали с собой по одной гирьке, причем после выхода каждого ученика весы меняли свое положение и перевешивала противоположная чаша весов. Какая гирька могла остаться на весах?

▷ 5. Карлсон и Малыш гуляли по крышам домов. Длина шага Малыша - 80 см, а Карлсона - 60 см. Их шаги совпали 601 раз, в том числе в самом начале и в конце пути. Какое расстояние они прошли?

▷ 6. Петя разрезал имеющийся у него прямоугольник на два больших квадрата, три квадрата поменьше и пять маленьких квадратов со стороной 10 см, используя автомат, который может от любого картонного прямоугольника отрезать квадрат со стороной, равной меньшей стороне прямоугольника. Найдите периметр Петиного прямоугольника.

▷ 7. В треугольнике *ABC* *H* - точка пересечения высот *AA₁* и *BB₁*. Найдите угол *BAC*, если известно, что $AH = BC$.

▷ 8. Сравнив дроби $x = \frac{111110}{111111}$, $y = \frac{222221}{222223}$, $z = \frac{333331}{333333}$, расположите их в порядке возрастания.

▷ 9. Однажды на слете юных математиков за круглым столом оказалось пятеро ребят родом из Москвы, Самары, Саранска, Оренбурга и Саратова: Юра, Толя, Алеша, Коля, и Витя.

Известно, что:

1. Самарец сидел между Юрой и Толей, а напротив сидел юный математик из Оренбурга и Алеша;
2. Коля никогда не был в Самаре;
3. Юра не был в Москве и Саратове;
4. Юный математик из Саратова и Толя регулярно переписываются.

Определите, в каком городе живет каждый из ребят.

▷ **10.** Существуют ли такие два ненулевых числа, что их удвоенная разность равна их произведению и их сумме.