

МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ С ОТВЕТАМИ

ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ «САММАТ - 2010»

8 КЛАСС

▷ 1. Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение

$$\text{НОК}(x, y) = \text{НОД}(1944, 2052),$$

где НОК - наименьшее общее кратное двух чисел, НОД - наибольший общий делитель двух чисел?

Ответ: 35.

▷ 2. На стороне AC треугольника ABC взяты точки D и E , причем ($AD < AE$). Известно, что некоторые четыре из отрезков AB, BC, CE, DE, AD, BD и BE имеют равные длины. Могут ли три остальных отрезка иметь равные длины?

Ответ: нет.

▷ 3. На доске выписали в порядке возрастания все числа от 1 до 10000, а потом стерли те, которые не делятся ни на 4, ни на 11. Какое число окажется на 2010 месте?

Ответ: 6314.

▷ 4. Может ли в остроугольном треугольнике биссектриса быть в два раза больше высоты, проведенной из той же вершины?

Ответ: Не может.

▷ 5. Каких пятизначных чисел больше: четных с суммой цифр, равной 36, или нечетных с суммой цифр равной 38? Обоснуйте ответ.

Ответ: Первых меньше чем вторых.

▷ 6. Сто чудаков последовательно красят доску 100×100 , используя 100 цветов. Они соблюдают единственное правило: в одной строке и в одном столбце не может оказаться двух клеток, раскрашенных одинаково. Смогут ли 99 чудаков правильно докрасить доску, если первый чудака уже раскрасил «свои» 100 клеток?

Ответ: Нет, не смогут.

▷ 7. Найдите все несократимые дроби со знаменателем 2010, заключенные между числами $\frac{13}{120}$ и $\frac{14}{120}$.

Ответ: $\frac{221}{2010}, \frac{223}{2010}, \frac{227}{2010}, \frac{229}{2010}, \frac{233}{2010}$.

▷ 8. Решить уравнение $n^2 - 7p^m = 1$ в целых числах.

Ответ: $n = 8, m = 2, p = 3; n = 6, m = 1, p = 5$.

▷ 9. В некотором простом двузначном числе поменяли местами цифры и сложили полученное число с исходным. Получился точный квадрат. Найдите все такие числа.

Ответ: 29, 47, 83.

▷ 10. В урне находится одинаковое число белых и черных шаров. $2k$ черных шаров выбросили, а из оставшихся в урне шаров k белых шаров перекрасили в черный цвет. Увеличилась или уменьшилась доля черных шаров в урне.

Ответ: не изменилось.