

11 класс

1. Два числа x , y подобраны так, что выполняется равенство $x(2^y-1)+y(2^x-1)=0$. Докажите, что хотя бы одно из этих чисел равно нулю.
2. Длины сторон треугольника образуют арифметическую прогрессию с ненулевой разностью. Докажите, что ровно один угол этого треугольника больше 60 градусов.
3. В колоде 36 карт (4 масти, 9 достоинств). Про любую пару карт одной масти или одного достоинства известно, сколько карт между ними лежит. Достаточно ли этой информации, чтобы узнать пару крайних карт колоды?
4. Парабола на координатной плоскости называется красивой, если её вершина и две точки пересечения с осью абсцисс образуют равносторонний треугольник. Можно ли подобрать два квадратных трёхчлена с красивыми графиками и различными дискриминантами?
5. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. На рёбрах $A_1 B_1$, $A_1 D_1$ и AA_1 выбраны точки N_1 , M_1 , P_1 , а на рёбрах CD , CB и CC_1 выбраны точки N_2 , M_2 , P_2 соответственно. Расстояние между прямыми $N_1 M_1$ и $N_2 M_2$ равно a , расстояние между прямыми $M_1 P_1$ и $M_2 P_2$ равно b , расстояние между прямыми $N_2 P_2$ и $N_1 P_1$ равно c . Известно, что числа a , b , c попарно различны. Докажите, что прямые $P_1 P_2$, $M_1 M_2$ и $N_1 N_2$ пересекаются в одной точке.
6. На шахматной доске расставлено 8 ладей, никакие две из которых не бьют друг друга. Хулиган Вася закрасил n клеток, не занятых ладьями, в красный цвет. После этого оказалось, что при любой другой расстановке ладей на неиспорченных Васей клетках обязательно найдутся две ладьи, бьющие друг друга. При каком наименьшем n это возможно?

Председатель оргкомитета, ректор ОмГУ им. Ф.М. Достоевского
проф. Струнин Владимир Иванович

