

Решения задач для 10 класса 1 варианта.

Задача 1. Авианосный крейсер «Адмирал Кузнецов» идет со скоростью 30 км/час. Сколько времени потребуется катеру, движущемуся параллельным курсом со скоростью 50 км/час, для того чтобы пройти от кормы крейсера до носа и обратно к корме, если длина крейсера 306 м?

Решение. Перейдя в систему отсчета, связанную с крейсером, находим время движения катера туда и обратно: $t = \frac{L}{v+u} + \frac{L}{v-u}$, где v и u – скорости катера и крейсера соответственно, L – длина крейсера. Подставляя значения этих величин, получаем $t = 1,1$ мин.

Задача 2. Если ракете сообщить вторую космическую скорость 11,2 км/с, то она навсегда улетит от Земли. При этом на бесконечности скорость ракеты будет равна нулю. Какая скорость будет у ракеты на бесконечности, если ей сообщить скорость 12,4 км/с?

Решение. Пусть $v_1 = 11,2$ км/с, $v_2 = 12,4$ км/с, u – искомая скорость, m – масса ракеты. Тогда из закона сохранения энергии следует, что потенциальная энергия ракеты на бесконечности равна $mv_2^2/2$. Следовательно, $mv_2^2/2 = mv_1^2/2 + mu^2/2$. Или $u = \sqrt{v_2^2 - v_1^2} = 5,32$ км/с.

Задача 3. Пластина массой M подвешена за ее середину на резиновом шнуре. Вдоль шнура с высоты h на пластину падает плашмя шайба (шнур проходит через отверстие в шайбе) и прилипает к пластине. Масса шайбы m , жесткость шнура k . Какую максимальную скорость будет иметь пластина с шайбой при движении после удара?

Решение. До соударения с шайбой пластина находилась в равновесии, т.е. сумма сил, действующих на пластину, равнялась нулю $Mg = kl_0$, где l_0 – первоначальное растяжение шнура. Скорость шайбы в момент удара о пластину $u_0 = \sqrt{2gh}$. Из закона сохранения импульса имеем $mu_0 = (m + M)u$, где u – скорость пластины с шайбой сразу после удара. Максимальную скорость пластина с шайбой будут иметь в том момент, когда их ускорение будет равно нулю. Из второго закона Ньютона следует: $kl - Mg = 0$, где l – соответствующее растяжение шнура. Принимая потенциальную энергию пластины с шайбой в поле силы тяжести в этот момент равной нулю, запишем закон сохранения энергии

$$(M + m)g(l - l_0) + \frac{kl_0^2}{2} + \frac{(M + m)u^2}{2} = \frac{kl^2}{2} + \frac{(M + m)v^2}{2}.$$

Из полученных выражений находим:

$$v = \sqrt{\frac{g^2 m^2}{k(M + m)} + \frac{2ghm^2}{(M + m)^2}}.$$

Задача 4. Два одинаковых баллона наполнены одинаковым количеством гелия. Среднеквадратичная скорость атомов гелия в первом сосуде 1200 м/с, а во втором 2400 м/с. Какой будет среднеквадратичная скорость, если соединить баллоны трубкой?

Решение. Среднеквадратичную скорость молекул можно найти, используя закон сохранения энергии

$$2 \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}.$$

Здесь $v_1=1200$ м/с, $v_2=2400$ м/с. Искомая среднеквадратичная скорость

$$v = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2}{2}} = \frac{1897\text{м}}{\text{с}}$$

Задача 5. Атмосферное давление у поверхности Марса в 160 раз меньше, чем на Земле. Радиус Земли – 6400 км, а Марса – 3400 км. Средняя плотность Марса составляет 0,7 плотности Земли. Во сколько раз масса атмосферы Марса меньше, чем - атмосферы Земли? Толщина атмосферы Земли и Марса составляет около 100 км, но большая часть ее массы находится ближе к поверхности. Так у Земли более 80% массы воздуха находится ниже 20 км.

Решение. Давление $p = \frac{mg}{s}$, где m – масса атмосферы, g – ускорение свободного падения, s – площадь поверхности планеты. Поскольку атмосфера относительно тонкая, полагаем, что ускорение свободного падения в пределах атмосферы существенно не изменяется.

Ускорение свободного падения

$$g = \frac{GM}{R^2},$$

где G – гравитационная постоянная, M, R – масса и радиус планеты. Масса планеты равна произведению плотности ρ на объем, который пропорционален R^3 . Площадь s пропорциональна R^2 . Тогда

$$\frac{p_3}{p_M} = \frac{m_3 \rho_3 R_M}{m_M \rho_M R_3},$$

Индексы «з» и «м» обозначают соответствующие величины на Земле и Марсе. Тогда для отношения масс атмосфер получаем:

$$\frac{m_3}{m_M} = \frac{p_3 \rho_M R_3}{p_M \rho_3 R_M}.$$

Откуда получаем, что масса атмосферы Марса примерно в 210 раз меньше, чем Земли.