

Решение задач 1 варианта 9 класс (2014-2015)

1 Вариант.

Задача 1. На рисунке показана часть разветвленной цепи с известными сопротивлениями R_1 , R_2 , R_3 , R_4 . Известна мощность тепловых потерь P_1 на сопротивлении R_1 . Найти мощность тепловых потерь P_4 на сопротивлении R_4 .

Решение:

Мощность тепловых потерь P_1 на сопротивлении R_1 равна $R_1 I_1^2$. Отсюда находим ток, текущий через сопротивления R_1 и R_2

$$I_1 = I_2 = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}}.$$

На концах двух параллельных ветвей сопротивлений (ветвь $R_1 + R_2$ и ветвь R_3) одинаковая разность потенциалов, или падение напряжения:

$$I_1(R_1 + R_2) = I_3 R_3.$$

Из последнего уравнения находим ток I_3 , текущий через сопротивление R_3 :

$$I_3 = I_1 \frac{R_1 + R_2}{R_3} = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} \frac{R_1 + R_2}{R_3}.$$

Из закона сохранения электрического заряда $I_1 + I_3 = I_4$, найдем ток I_4 , текущий через сопротивление R_4 :

$$I_4 = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3}.$$

Мощность тепловых потерь P_4 на сопротивлении R_4 равна $R_4 I_4^2$. Выразим ее через известные величины

$$P_4 = P_1 \frac{R_4}{R_1} \frac{(R_1 + R_2 + R_3)^2}{R_3^2}.$$

Ответ: $P_4 = P_1 \frac{R_4}{R_1} \frac{(R_1 + R_2 + R_3)^2}{R_3^2}.$

Задача 2. Какую максимальную массу льда $m_{\text{льда}}$ с температурой 0°C можно бросить в налитую в теплоизолированный сосуд воду массой $m_{\text{воды}}=1,5$ кг и начальной температурой $t=30^\circ\text{C}$, чтобы весь лед растаял? Удельная теплота плавления льда $\lambda=3,35\cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$. Удельная теплоемкость воды $c=4,2\cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{K}}$.

Решение:

Запишем уравнение теплового баланса:

$$\lambda m_{\text{льда}} = Q_{\text{полученная льдом}} = Q_{\text{отданная водой}} = cm_{\text{воды}}t.$$

Решая это уравнение, получим ответ задачи

$$m_{\text{льда}} = \frac{ctm_{\text{воды}}}{\lambda} = \frac{4,2\cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 1,5}{3,35\cdot 10^5} = 0,56 \text{ кг}.$$

Ответ: $m_{\text{льда}} = \frac{ctm_{\text{воды}}}{\lambda} = \frac{4,2\cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 1,5}{3,35\cdot 10^5} = 0,56 \text{ кг}$

Задача 3. В цилиндрический сосуд налиты две не перемешивающиеся жидкости с разными плотностями ρ_1 и ρ_2 . Известно, что масса второй жидкости в $n=2$ раза больше, чем масса первой жидкости. Общая высота налитых в сосуд жидкостей равна H . Найти давление столба жидкостей P на дно сосуда.

Решение:

По условию задачи $m_2 = nm_1$. Так соотносятся массы обеих жидкостей. ($n=2$). Распишем это условие:

$$\rho_2 S(H - h_1) = n\rho_1 Sh_1.$$

Здесь S - площадь поперечного сечения сосуда, h_1 - высота столба первой жидкости. Решая это уравнение относительно h_1 , получаем:

$$h_1 = H \frac{\rho_2}{n\rho_1 + \rho_2}.$$

Найдем массу m всего столба жидкости ($m = m_1 + m_2$):

$$m = m_1 + m_2 = m_1(n+1) = (n+1)\rho_1 Sh_1 = \frac{(n+1)\rho_1 \rho_2 SH}{n\rho_1 + \rho_2}.$$

По определению, давление P столба обеих жидкостей на дно сосуда будет равно

$$P = \frac{mg}{S} = \frac{(n+1)\rho_1\rho_2gH}{n\rho_1 + \rho_2}.$$

Подставляя в последнее выражение $n=2$, получим ответ задачи

$$P = \frac{3\rho_1\rho_2gH}{2\rho_1 + \rho_2}.$$

Ответ: $P = \frac{3\rho_1\rho_2gH}{2\rho_1 + \rho_2}.$

Задача 4. Два тела находятся в точках, расположенных на одной вертикали над поверхностью земли. Расстояние между этими точками $h=100$ м. Начальное положение нижнего тела над поверхностью земли $H_{0, \text{ниж.}}=600$ м. Тела одновременно бросают вертикально вверх. Начальные скорости верхнего тела $v_{0, \text{верх.}}=v_0$ и нижнего тела $v_{0, \text{ниж.}}=nv_0$ известны ($v_0=10$ м/с; $n=2$). На каком расстоянии L от начального положения нижнего тела произойдет столкновение тел? Где произойдет столкновение тел: а) выше точки бросания верхнего тела, б) между точками бросания обоих тел, в) в точке бросания одного из тел (какого?), г) между точкой бросания нижнего тела и землей, д) на поверхности земли? Найти время столкновения тел $\tau_{\text{столк.}}$. Считать ускорение свободного падения тел равным $g=10$ м/с².

Решение:

Выберем направление вертикальной оси X вверх. Выберем (для удобства) начало координат на оси X в точке, откуда бросили нижнее тело. Тогда можно записать координаты $x_{\text{ниж.}}(t)$ и $x_{\text{верх.}}(t)$ обоих тел во время полета (до падения на землю)

$$x_{\text{ниж.}}(t) = nv_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

$$x_{\text{верх.}}(t) = h + v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Найдем время столкновения тел $\tau_{\text{столк.}}$ из условия их столкновения

$$x_{\text{ниж.}}(\tau_{\text{столк.}}) = x_{\text{верх.}}(\tau_{\text{столк.}}):$$

$$nv_0 \tau_{\text{столк.}} - \frac{g\tau_{\text{столк.}}^2}{2} = h + v_0 \tau_{\text{столк.}} - \frac{g\tau_{\text{столк.}}^2}{2}.$$

$$\tau_{\text{столк.}} = \frac{h}{(n-1)v_0}.$$

При выбранном нами начале координат (в точке бросания нижнего тела), расстояние L от точки бросания нижнего тела до точки столкновения тел находится из выражения

$$L = |x_{\text{ниж.}}(\tau_{\text{столк.}})|,$$

или

$$L = \left| \frac{h}{(n-1)} \left[n - \frac{gh}{2(n-1)v_o^2} \right] \right| = \left| \frac{100}{1} \left[2 - \frac{10 \cdot 100}{2 \cdot 1 \cdot 100} \right] \right| = |-300| \text{ м} = 300 \text{ м}.$$

Полученный нами ответ для L говорит о том, что оба тела столкнутся в воздухе ($L < H = 600$ м), на 300 м ниже точки бросания нижнего тела.

Время столкновения тел

$$\tau_{\text{столк.}} = \frac{h}{(n-1)v_o} = \frac{100}{1 \cdot 10} = 10 \text{ с}.$$

Ответ: $\tau_{\text{столк.}} = \frac{h}{(n-1)v_o} = \frac{100}{1 \cdot 10} = 10 \text{ с}.$

Задача 5. На горизонтальной опоре находится куб. На нем укреплены два блока. Через блоки переброшены нити. К концам нитей прикреплены три груза с известными массами, как показано на рисунке. С какой горизонтальной силой F (и в каком направлении: справа налево, или слева направо) надо действовать на куб, чтобы куб покоился при движении относительно него вышеуказанных грузов?

Решение:

Обратим внимание на то, что сумма внешних сил, действующих на систему тел (куб и три груза) в вертикальном направлении, равна нулю. Внешние силы, действующие на систему тел в горизонтальном направлении, вообще отсутствуют. Это означает, что горизонтальная координата центра масс системы тел будет оставаться в покое (если он первоначально покоился), когда систему тел (куб и три груза) предоставят самой себе. В тот момент времени, когда грузы придут в движение, обнаружится следующая тенденция: левый груз начнет двигаться вверх, правый груз начнет двигаться вниз, средний груз начнет движение слева на право (изменяя при этом горизонтальную координату центра масс системы тел). Чтобы этого не случилось (чтобы не был нарушен закон сохранения горизонтальной составляющей импульса системы тел), куб должен начать движение справа налево. Таким образом, мы должны приложить внешнюю горизонтальную силу F к кубу (направленную слева на право), чтобы куб покоился.

Рассчитать эту силу довольно просто. Решив динамическую задачу движения трех грузов относительно неподвижного куба (куба, неподвижного относительно горизонтальной подставки), найдем линейные ускорения грузов относительно куба

$$a = \frac{g}{3}.$$

Внутренние силы системы тел действуют на средний груз в горизонтальном направлении (слева на право) с результирующей силой Φ , равной

$$\Phi = 2m \frac{g}{3} = \frac{2mg}{3}.$$

С такой же по величине результирующей силой Φ^* внутренние силы системы тел действуют в горизонтальном направлении (справа налево) на куб.

$$\Phi^* = \frac{2mg}{3}.$$

Чтобы куб оставался в покое, мы приложим к нему искомую силу

$$F = \frac{2mg}{3},$$

действующую в горизонтальном направлении слева направо.

Ответ: $F = \frac{2mg}{3}.$