

Критерии определения победителей и призеров

11 класс

за I место – от 23 до 25 баллов (восемь задач);

за II место – от 17 до 22 баллов (шесть и семь задач);

за III место – от 14 до 16 баллов (пять задач).

Решения задач 11 класс

Задача 1 (СТО, замедление хода движущихся часов)

Атомы водорода могут излучать радиоволны с длиной волны $\lambda_0 = 21$ см в системе отсчета, связанной с излучающим атомом. Какую длину волны λ имеет принимаемое на Земле излучение атомов водорода, движущихся перпендикулярно направлению на Землю со скоростью $V = 0,6c$, где c — скорость света в вакууме?

Ответ: $\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = 26,25$ см.

Решение

Обозначим через T_0 период колебаний излучаемой неподвижным атомом водорода радиоволны. Тогда длина этой волны равна:

$$\lambda_0 = cT_0.$$

Для наблюдателя на Земле период колебаний радиоволны, излучаемой атомом водорода, движущимся со скоростью V , увеличивается по сравнению с T_0 , и равен:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

Поэтому принимаемая на Земле радиоволна будет иметь длину λ , равную:

$$\lambda = cT = \frac{cT_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = 1,25\lambda_0 = 26,25 \text{ см.}$$

Задача 2 (кинематика твердого тела, вращение вокруг неподвижной оси)

Одно колесо равномерно вращается, совершая $n=50$ оборотов в секунду. Второе колесо, равномерно вращаясь, делает $N=500$ оборотов за время $t=30$ с. Найти отношение угловой скорости первого колеса ω_1 к угловой скорости второго колеса ω_2 .

Ответ: $\omega_1/\omega_2 = nt/N = 3$.

Решение

Угловая скорость первого колеса:

$$\omega_1 = 2\pi n.$$

Угловая скорость второго колеса:

$$\omega_2 = 2\pi N/t.$$

Искомое отношение равно:

$$\omega_1/\omega_2=nt/N=3.$$

Задача 3 (ЗСИ)

Граната, летевшая со скоростью $V=10$ м/с, разорвалась на два осколка. Большой осколок, масса которого составляла 60% массы всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью $V_1=25$ м/с. Найти направление и величину скорости V_2 меньшего осколка.

Ответ: $V_2=(0,6V_1-V)/0,4=12,5$ м/с, меньший осколок стал двигаться в направлении, противоположном первоначальному направлению движения гранаты.

Решение

Можно считать, что разрыв гранаты происходит за очень короткий (близкий к нулю) промежуток времени. Закон сохранения импульса выполняется в векторной форме. С его помощью можно показать, что скорости всех тел рассматриваемой системы осколков направлены вдоль одной прямой.

Применим закон сохранения импульса в проекции на первоначальное направление движения гранаты (ось x):

$$MV=0,6MV_1+0,4MV_{2x},$$

где M — масса гранаты, $0,6M$ и $0,4M$ — массы большего и меньшего осколков.

Отсюда:

$$V_{2x}=(V-0,6V_1)/0,4=-12,5 \text{ м/с.}$$

Отрицательная величина проекции скорости меньшего осколка V_{2x} на ось x говорит о том, что осколок стал двигаться в направлении, противоположном первоначальному направлению движения гранаты. Модуль скорости меньшего осколка V_2 равен:

$$V_2=-V_{2x}=(0,6V_1-V)/0,4=12,5 \text{ м/с.}$$

Задача 4 (законы идеального газа)

Объем первого заполненного одноатомным газом сосуда в n раз больше объема второго заполненного таким же газом сосуда, давления в обоих сосудах одинаковые, температура газа в первом сосуде T_1 . После соединения сосудов тонкой трубкой и перемешивания газов конечная температура T . Найти начальную температуру T_2 газа во втором сосуде. Система теплоизолирована. Теплоемкостью сосудов и трубки пренебречь.

Ответ: $T_2 = \frac{T_1 T}{(n+1)T_1 - nT}$.

Решение

Приравняем давления в сосудах в начальном состоянии (до выравнивания температур):

$$\frac{v_1 RT_1}{V_1} = \frac{v_2 RT_2}{V_2}.$$

Отсюда:

$$v_1 = v_2 \frac{V_1 T_2}{V_2 T_1} = n v_2 \frac{T_2}{T_1}.$$

Суммарная внутренняя энергия газа до и после перемешивания одинаковая:

$$C_V v_1 T_1 + C_V v_2 T_2 = C_V (v_1 + v_2) T.$$

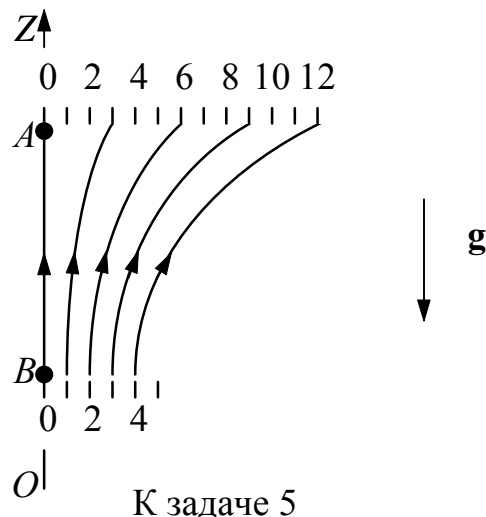
Подставим v_1 в последнее равенство и выразим из него T_2 :

$$nv_2 \frac{T_2}{T_1} T_1 + v_2 T_2 = \left(nv_2 \frac{T_2}{T_1} + v_2 \right) T,$$

$$T_2 = \frac{T}{n \left(1 - \frac{T}{T_1} \right) + 1} = \frac{T_1 T}{(n+1)T_1 - nT}.$$

Задача 5 (электростатика)

Небольшой шарик с положительным зарядом $q_1 = +q$ находится в однородном гравитационном поле (вектор \mathbf{g} направлен вертикально вниз) и неоднородном электростатическом поле, симметричном относительно поворота вокруг вертикальной оси OZ (см. рис.). На рисунке показаны силовые линии поля в одной из вертикальных полуплоскостей, проходящих через ось OZ . В начальный момент шарик покоился в точке A . Когда заряд шарика изменили так, что он стал равен q_2 , шарик опустился и в конечном счете стал покоиться в точке B . Используя рисунок и приведенные на нем данные, оценить, чему равен заряд q_2 .



Ответ: $q_2 = +q/9$, заряд шарика уменьшился в 9 раз.

Решение.

Густота силовых линий пропорциональна напряженности электростатического поля. Как следует из рисунка, через малую горизонтальную площадку, расположенную вблизи точки A , проходит в 9 раз меньше силовых линий, чем через такую же площадку, расположенную вблизи точки B . Поэтому напряженность электростатического поля вблизи точки A в 9 раз меньше, чем вблизи точки B :

$$E_A = (1/9)E_B.$$

В условиях равновесия шарика сила тяжести mg уравновешивается силой кулоновского взаимодействия как в точке A , так и в точке B :

$$mg = q_1 E_A,$$

$$mg = q_2 E_B.$$

С учетом приведенных равенств получаем:

$$q_2/q_1 = E_A/E_B = (1/9).$$

Таким образом, заряд шарика уменьшился в 9 раз:

$$q_2 = q_1/9 = +q/9.$$

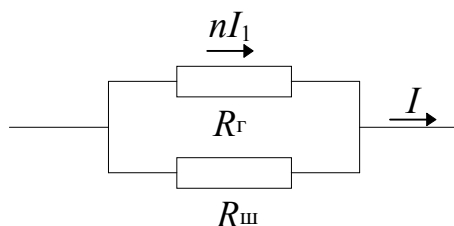
Задача 6 (постоянный ток)

На школьном демонстрационном гальванометре (от амперметра) указаны сопротивление прибора $R_r=385$ Ом и сила тока, вызывающая отклонение стрелки на одно деление, $I_1=3,8 \cdot 10^{-5}$ А/дел. Вся шкала гальванометра имеет $n=10$ делений. Каково сопротивление прилагаемого шунта $R_{ш}$, делающего прибор амперметром с пределом измерения силы тока $I=3$ А?

Ответ: $R_{ш} = nI_1R_r/(I-nI_1) \approx 0,049$ Ом.

Решение.

Схема включения шунта показана на рисунке.



К решению задачи 6

Показана ситуация, когда в цепи течет ток, сила I которого равна пределу измерения амперметра. При этом через гальванометр течет ток силой nI_1 , для которого отклонение стрелки составляет $n=10$ делений.

Сопротивление шунта $R_{ш}$ равно напряжению на нем nI_1R_r , деленному на силу тока через шунт $I-nI_1$:

$$R_{ш} = nI_1R_r/(I-nI_1) \approx 0,049 \text{ Ом.}$$

Задача 7 (закон преломления)

При переходе луча из первой среды во вторую угол падения равен $\theta_1 = 60^\circ$, а угол преломления равен $\theta_2 = 45^\circ$. При переходе луча из первой среды в третью угол падения равен $\theta_1 = 60^\circ$, а угол преломления равен $\theta_3 = 30^\circ$. Найти угол преломления β при переходе луча из второй среды в третью, если при этом угол падения равен $\theta_1 = 60^\circ$.

Ответ: $\beta = \arcsin \frac{\sin\theta_3 \sin\theta_1}{\sin\theta_2} \approx 38^\circ$.

Решение.

Обозначим через n_1 , n_2 и n_3 абсолютные показатели преломления первой, второй и третьей сред соответственно. Закон преломления дает:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2,$$

$$n_1 \sin\theta_1 = n_3 \sin\theta_3.$$

Отсюда:

$$n_2/n_3 = \sin\theta_3 / \sin\theta_2.$$

Закон преломления при переходе луча из второй среды в третью:

$$n_2 \sin\theta_1 = n_3 \sin\beta.$$

Отсюда найдем β :

$$\sin\beta = n_2 \sin\theta_1 / n_3 = \frac{\sin\theta_3 \sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}},$$

$$\beta = \arcsin \frac{\sin\theta_3 \sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \arcsin \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \right) \approx 37,8^\circ \approx 38^\circ.$$

Задача 8 (законы идеального газа)

Атмосфера Венеры состоит в основном из двуокиси углерода с молярной массой $M_1 = 44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, имеет у поверхности планеты температуру около 700 К ($T_1=700$ К) и давление 90 земных атмосфер ($P_1=90P_0$, где $P_0=1$ атм $\approx 10^5$ Па — одна земная атмосфера). Температура атмосферы Земли у ее поверхности близка к 300 К ($T_2=300$ К). Молярная масса воздуха приблизительно равна $M_2=29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Каково отношение плотностей атмосфер у поверхностей Венеры и Земли ρ_1/ρ_2 ?

Ответ: $\rho_1/\rho_2=P_1M_1T_2/(P_0M_2T_1)\approx 59$.

Решение

Запишем уравнение Клапейрона-Менделеева через плотности атмосфер Венеры и Земли ρ_1 и ρ_2 соответственно:

$$P_1=\rho_1RT_1/M_1,$$

$$P_0=\rho_2RT_2/M_2.$$

Отсюда:

$$\rho_1/\rho_2=P_1M_1T_2/(P_0M_2T_1)\approx 59.$$