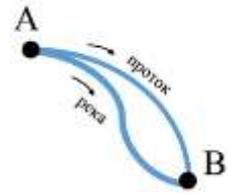


ОТБОРОЧНЫЙ ТУР

9 КЛАСС



1. Расстояния от пункта А до пункта В по реке и по протоку одинаковы и равны 1 км. Скорость течения в протоке равна V км/ч, а в реке $(2V + 1)$ км/ч. Течение и в реке, и в протоке направлено от А к В. Если к разности времен движения катера по протоку из В в А и обратно по протоку прибавить время движения плота по реке из А в В, то получится ровно 1 час. На сколько километров в час скорость катера больше скорости течения в протоке? Значение V не дано. В ответе должно получиться число.

2. Восемь чисел a_1, a_2, a_3, a_4 и b_1, b_2, b_3, b_4 удовлетворяют соотношениям

$$\begin{cases} a_1 b_1 + a_2 b_3 = 1 \\ a_1 b_2 + a_2 b_4 = 0 \\ a_3 b_1 + a_4 b_3 = 0 \\ a_3 b_2 + a_4 b_4 = 1. \end{cases}$$

Известно, что $a_2 b_3 = 7$. Найдите $a_4 b_4$.

3. Решите уравнение $2^x + 2^y = 2^{xy-1}$ в целых числах.
4. Пятиугольник $ABCDE$ вписан в окружность радиуса R . Известно, что $\angle B = 110^\circ, \angle E = 100^\circ$. Найдите сторону CD .
5. Пусть O – точка пересечения медиан треугольника ABC . Найдите длину медианы, проведенной из вершины A , если $\angle BAC = 35^\circ, \angle BOC = 145^\circ, BC = a$.
6. Найдите площадь треугольника ABC , вершины которого имеют координаты $A(0,0), B(1424233, 2848467), C(1424234, 2848469)$. Ответ округлите до сотых.
7. Рассмотрим всевозможные 100-значные натуральные числа, в десятичной записи которых встречаются только цифры 1,2. Сколько среди них делятся на 3 нацело?
8. На декартовой плоскости рассмотрим окружность радиуса R с центром в начале координат. Укажите хотя бы одно значение R , при котором на такой окружности лежат ровно 32 целочисленные точки (точку называют *целочисленной*, если ее абсцисса и ордината – целые числа).

Указание. Натуральное число x представимо в виде суммы квадратов двух целых чисел тогда и только тогда, когда все простые числа (кроме 2), входящие в разложение числа x в нечетной степени, имеют вид $4k + 1$ для некоторых целых k . В частности, в виде суммы двух квадратов представимо любое простое число, дающее остаток 1 при делении на 4. Если каждое из чисел a и b представимо в виде суммы двух квадратов, то это же верно и для их произведения.