

11 КЛАСС

1. Решите неравенство  $2^{\log_2^2 x} - 12 \cdot x^{\log_{0,5} x} < 3 - \log_{3-x}(x^2 - 6x + 9)$ .
2. Решите уравнение  $\sqrt{\frac{2t}{1+t^2}} + \sqrt[3]{\frac{1-t^2}{1+t^2}} = 1$ .
3. Рассмотрим всевозможные 100-значные натуральные числа, в десятичной записи которых встречаются только цифры 1 и 2. Сколько среди них делятся на 3 нацело?
4. Решите уравнение  $2^x + 2^y = 6^t$  в целых числах.
5. Восемь чисел  $a_1, a_2, a_3, a_4$  и  $b_1, b_2, b_3, b_4$  удовлетворяют соотношениям
$$\begin{cases} a_1 b_1 + a_2 b_3 = 1 \\ a_1 b_2 + a_2 b_4 = 0 \\ a_3 b_1 + a_4 b_3 = 0 \\ a_3 b_2 + a_4 b_4 = 1. \end{cases}$$

Известно, что  $a_2 b_3 = 7$ . Найдите  $a_4 b_4$ .

6. Основанием пирамиды  $TABCD$  является трапеция  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ). Расстояния от точек  $A$  и  $B$  до плоскости  $TCD$  равны  $r_1$  и  $r_2$  соответственно. Площадь треугольника  $TCD$  равна  $S$ . Найдите объем пирамиды  $TABCD$ .
7. Дан треугольник  $ABC$ . На стороне  $AC$  выбирают точку  $Q$  таким образом, чтобы длина отрезка  $MK$ , где  $M$  и  $K$  – основания перпендикуляров, опущенных из точки  $Q$  на стороны  $AB$  и  $BC$  соответственно, оказалась минимальной. При этом  $QM = 1$ ,  $QK = \sqrt{2}$ ,  $\angle B = 45^\circ$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ .
8. Найдите все неотрицательные целые числа  $a$  и  $b$ , удовлетворяющие равенству
$$a^2 + b^2 = 841 \cdot (ab + 1).$$