

10 КЛАСС

1. Найдите сумму всех кратных трем натуральных чисел n , у которых число делителей (включая 1 и само n) равно $\frac{n}{3}$. (Например, число 12 имеет 6 делителей: 1,2,3,4,6,12.).

2. Сколькими способами из первых 1000 натуральных чисел 1,2, ..., 1000 можно выбрать 4 числа, образующих возрастающую арифметическую прогрессию?

3. Из пункта А в пункт D, расстояние между которыми равно 100 км, выехал автомобилист. Дорога из А в D проходит через пункты В и С. В пункте В навигатор показал, что ехать осталось 30 мин, и автомобилист тут же снизил скорость на 10 км/ч. В пункте С навигатор показал, что ехать осталось 20 км, и автомобилист сразу же второй раз снизил скорость на те же 10 км/ч. (Навигатор определяет оставшееся время на основании текущей скорости движения.) Определите первоначальную скорость автомобиля, если известно, что на путь из В в С он потратил на 5 мин больше времени, чем на путь из С в D.

4. Найдите число решений уравнения $\sin \frac{\pi n}{12} \cdot \sin \frac{\pi k}{12} \cdot \sin \frac{\pi m}{12} = \frac{1}{8}$. Здесь k, m, n – натуральные числа, не превосходящие 5.

5. В треугольнике ABC стороны $AB = 4, BC = 6$. Точка M лежит на серединном перпендикуляре к отрезку AB, при этом прямые AM и AC перпендикулярны. Найти MA, если радиус описанной вокруг треугольника ABC окружности равен 9.