

9 КЛАСС

Вариант 1

- Сравните числа $(10^{2017} + 10^{2016} + \dots + 10 + 1)^{2018}$ и $(10^{2018} + 10^{2017} + \dots + 10 + 1)^{2017}$.
- Найдите все четные натуральные числа n у которых число делителей (включая 1 и само n) равно $\frac{n}{2}$. (Например, число 12 имеет 6 делителей: 1,2,3,4,6,12.)
- Сколькими способами из первых n натуральных чисел $1, 2, \dots, n$ можно выбрать 4 числа, образующих возрастающую арифметическую прогрессию?
- Из пункта А в пункт D, расстояние между которыми равно 100 км, выехал автомобилист. Дорога из А в D проходит через пункты В и С. В пункте В навигатор показал, что ехать осталось 30 мин, и автомобилист тут же снизил скорость на 10 км/ч. В пункте С навигатор показал, что ехать осталось 20 км, и автомобилист сразу же второй раз снизил скорость на те же 10 км/ч. (Навигатор определяет оставшееся время на основании текущей скорости движения.) Определите первоначальную скорость автомобиля, если известно, что на путь из В в С он потратил на 5 мин больше времени, чем на путь из С в D.
- Про натуральные числа a, b, c известно следующее:
 - a^b делится на c ;
 - b^c делится на a ;
 - c^a делится на b .Докажите, что $(a + b + c)^{a+b+c}$ делится на произведение abc .
- В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD угол DAB прямой. Известно, что на стороне CD существует единственная точка M такая, что угол BMA прямой. Докажите, что $BC = CM$ и $AD = MD$.
- Известно, что существует натуральное число N такое, что
$$(\sqrt{3} - 1)^N = 4817152 - 2781184 \cdot \sqrt{3}.$$
Найдите N .
- Вписанная в трапецию окружность пересекает ее диагонали в точках A, B, C, D . Докажите, что сумма длин дуг $\overset{\frown}{BA} + \overset{\frown}{DC}$ больше суммы длин дуг $\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{CB}$.