

10 КЛАСС

Вариант 1

1. Сравните числа

$$(10^{2017} + 10^{2016} + \dots + 10 + 1)^{2018} \text{ и } (10^{2018} + 10^{2017} + \dots + 10 + 1)^{2017}.$$

2. Найдите все кратные трем натуральные числа n , у которых число делителей (включая 1 и само n) равно $\frac{n}{3}$. (Например, число 12 имеет 6 делителей: 1, 2, 3, 4, 6, 12.)

3. Сколькими способами из первых n натуральных чисел $1, 2, \dots, n$ можно выбрать 4 числа, образующих возрастающую арифметическую прогрессию?

4. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми равно 100 км, выехал автомобилист. В момент, когда навигатор показывал, что ехать осталось 30 мин, автомобилист первый раз снизил скорость на 10 км/ч, а в момент, когда навигатор показывал, что ехать осталось 20 км, автомобилист второй раз снизил скорость на те же 10 км/ч. (Навигатор определяет оставшееся время и расстояние на основании текущей скорости движения.) Определите первоначальную скорость автомобиля, если известно, что автомобиль с пониженной скоростью двигался на 5 мин дольше, чем с дважды пониженной скоростью

5. Решите уравнение $\sin \frac{\pi n}{12} \cdot \sin \frac{\pi k}{12} \cdot \sin \frac{\pi m}{12} = \frac{1}{8}$. Здесь k, m, n – натуральные числа, не превосходящие 5.

6. В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD угол DAB прямой.

Известно, что на стороне CD существует единственная точка M такая, что угол BMA прямой. Докажите, что $BC = CM$ и $AD = MD$.

7. Произведение положительных чисел a и b больше 1. Докажите, что для любого натурального $n \geq 2$ верно неравенство

$$(a + b)^n > a^n + b^n + 2^n - 2.$$

8. Вписанная в трапецию окружность пересекает ее диагонали в точках A, B, C, D . Докажите, что сумма длин дуг $\widehat{BA} + \widehat{DC}$ больше суммы длин дуг $\widehat{AD} + \widehat{CB}$.