

1. Лыжник спускается с вершины горы к её подножию за 9 минут, а сноубордист – за 7 минут. Спустившись, они тут же поднимаются вверх на подъемнике, а затем сразу же спускаются вновь. В 12:00 они одновременно начали спуск с вершины. Впервые они встретились у подножия в 17:45. Определите время подъёма от подножия до вершины.

Ответ: 19.

2. Найдите наименьший натуральный корень уравнения $(x^2 - 10x + 19)(x^2 - 6x + 3) = -15$.

Ответ: 2.

3. Найдите натуральное число n , ближайшее к 1022, сумма всех делителей которого (включая 1 и само это число) равна $2n-1$.

Ответ: 512.

4. Найдите значение суммы

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{26}\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{26}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{26}\right) + \dots + \cos^2\left(\frac{11\pi}{26}\right) + \cos^2\left(\frac{12\pi}{26}\right).$$

Ответ: 6.

5. Найдите наименьшее отличное от полного квадрата натуральное число N такое, что десятичная запись числа \sqrt{N} имеет вид: $A,00a_1a_2\dots a_n\dots$, где A – целая часть числа \sqrt{N} , $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ – цифры от 0 до 9.

Ответ: 2501.

6. Запишем подряд все натуральные числа, кратные девяти:

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, ...

У каждого из этих чисел подсчитаем сумму цифр. В результате получим последовательность:

9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 18, 9, ...

Найдите сумму первых 550 членов этой последовательности.

Ответ: 8505.