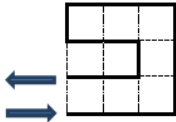


**Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных учреждений**  
**11 КЛАСС**

**УСЛОВИЯ ЗАДАЧ**

1. Найдите какое-нибудь натуральное число, сумма всех делителей которого (включая 1 и само это число) равна 2016.
2. Решите уравнение  $(x^2 + 3x + 6)(x^2 + 7x + 16) = 41$ .
3. Докажите, что для любого треугольника с длинами сторон  $a, b, c$  и углами  $\alpha, \beta, \gamma$  ( $\alpha$  напротив стороны  $a$ ,  $\beta$  – напротив  $b$ ,  $\gamma$  – напротив  $c$ ) выполняются равенства  $a^2 + b^2 - 2ab \cos(60^\circ + \gamma) = b^2 + c^2 - 2bc \cos(60^\circ + \alpha) = a^2 + c^2 - 2ac \cos(60^\circ + \beta)$ .
4. Две частицы находятся в вершинах правильного 2016-угольника. В начальный момент первая частица находится на расстоянии 45 сторон по часовой стрелке от второй. Затем одновременно они начинают совершать прыжки: вторая – против часовой стрелки через 100 сторон, а первая – по часовой стрелке через 83 стороны. Попадут ли они одновременно в одну вершину и если да, то через сколько прыжков?
5. На плоскости изображён квадрат  $n \times n$  клеток. Вершины клеток будем называть узлами. Требуется в этом квадрате уложить трубу (“тёплый пол”) так, чтобы вход был в левом нижнем углу, а выход – в соседнем узле, и при этом труба прошла бы ровно один раз через каждый узел. Трубу разрешается укладывать только по границам клеток. На рисунке изображён пример укладки трубы в квадрате  $3 \times 3$ . Докажите, что уложить трубу возможно при любом нечётном значении  $n$  и невозможно ни при каком чётном  $n$ .  

6. Первый спортсмен начинает движение из пункта А в пункт В, держа в руке эстафетную палочку. Одновременно с ним из пункта В стартует второй спортсмен и совершает челночный бег между пунктами А и В со скоростью, в 10 раз большей, чем скорость первого спортсмена (т.е., добежав до А, второй спортсмен тут же разворачивается и бежит в В, оттуда снова в А и т.д.). При каждой встрече спортсмен, владеющий эстафетной палочкой, передает её другому спортсмену. Найти путь, который будет проделан эстафетной палочкой к тому моменту, когда первый спортсмен окажется в пункте В, если расстояние между пунктами А и В равно S.
7. Пусть  $x$  – действительное число. Обозначим символом  $\|x\|$  расстояние на числовой прямой от  $x$  до ближайшего целого числа. (Например,  $\|3,7\| = 0,3$ .) Докажите, что найдётся натуральное число  $k$  такое, что 1)  $k \leq 999$  и 2)  $\|k \cdot \sqrt{2}\| < \frac{1}{1000}$ .
8. Найдите все пары натуральных чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих равенству:

$$x^2 + y^2 = 100000.$$