

9 класс

Вариант 1

1. (2 балла) Докажите, что в выражении $2012^2 * 2011^2 * 2010^2 * \dots * 2^2 * 1^2$ знак «*» можно заменить знаками «+» и «-» так, чтобы полученное выражение равнялось 2012.

2. (3 балла) В луже живут амёбы трех видов: красные, синие и желтые. Время от времени любые две амёбы разных видов могут слиться в одну амёбу третьего вида. Известно, что утром в луже было 26 красных, 31 синяя и 16 желтых амёб, а вечером осталась одна амёба. Какого она цвета?

3. (4 балла) Найдите все целые решения уравнения:

$$y^2 = x^2 + x + 1.$$

4. (4 балла) Решите уравнение:

$$\left[\frac{5+6x}{8} \right] = \frac{15x-7}{5},$$

где символом $[a]$ обозначена целая часть числа a .

5. (4 балла) Найдите площадь треугольника, если две его медианы равны $\frac{15}{7}$

и $\sqrt{21}$, а косинус угла между ними равен $\frac{2}{5}$.

6. (5 баллов) На шахматную доску нанесены числа (см. рис. 1). Сколько существует расстановок 8 ладей, не бьющих друг друга, при которых на местах, занимаемых ладьями, встречаются все числа от 0 до 7?

0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	2	3	4	5	6	7
7	6	5	4	3	2	1	0
7	6	5	4	3	2	1	0
7	6	5	4	3	2	1	0
7	6	5	4	3	2	1	0

Рис.1.

Вариант 2

1. (2 балла) Докажите, что в выражении $2012^2 * 2011^2 * 2010^2 * \dots * 2^2 * 1^2$ знак «*» можно заменить знаками «+» и «-» так, чтобы полученное выражение равнялось 2012.

2. (3 балла) В луже живут амёбы трех видов: красные, синие и желтые. Время от времени любые две амёбы разных видов могут слиться в одну амёбу третьего вида. Известно, что утром в луже было 47 красных, 40 синяя и 53 желтых амёб, а вечером осталась одна амёба. Какого она цвета?

3. (4 балла) Найдите все целые решения уравнения:

$$y^2 = x^2 - x + 2.$$

4. (4 балла) Решите уравнение:

$$\left[\frac{9x - 4}{6} \right] = \frac{12x + 7}{4},$$

где символом $[a]$ обозначена целая часть числа a .

5. (4 балла) Найдите площадь треугольника, если две его медианы равны 3 и $2\sqrt{7}$, а косинус угла между ними равен $-\frac{3}{4}$.

6. (5 баллов) На шахматную доску нанесены числа (см. рис. 1). Сколько существует расстановок 8 ладей, не бьющих друг друга, при которых на местах, занимаемых ладьями, встречаются все числа от 0 до 7?

7	7	7	7	0	0	0	0
6	6	6	6	1	1	1	1
5	5	5	5	2	2	2	2
4	4	4	4	3	3	3	3
3	3	3	3	4	4	4	4
2	2	2	2	5	5	5	5
1	1	1	1	6	6	6	6
0	0	0	0	7	7	7	7

Рис.1.