

Условия задач 10 класс

1. (2 балла) Про натуральное число x сделано шесть утверждений:

$$3x > 91$$

$$x < 120$$

$$x < 27$$

$$4x > 37$$

$$2x \geq 21$$

$$x > 7$$

Известно, что только три из них верны, а три неверны. Найти x .

2. (3 балла) При каких целых p, q значение многочлена $Q(x) = x^3 + px + q$ делится на 3 при любом целом x ?

3. (4 балла) Решите уравнение $\frac{\sin^2 3x}{\sin^2 x} = 8 \cos 4x + \frac{\cos^2 3x}{\cos^2 x}$.

4. (4 балла) При подготовке к экзамену три школьника решали 100 задач. Каждый школьник решил по 60 задач, причем каждую задачу кто-нибудь решил. Задача считается трудной, если ее решил только один школьник. Легкой считается задача, которую решили все три школьника. Каких задач больше – легких или трудных? Насколько?

5. (5 баллов) Найдите все пары целых чисел (x, y) , для которых справедливо равенство $x(x+1)(x+7)(x+8) = y^2$.

6. (5 баллов) Точка D лежит на продолжении стороны AC треугольника ABC , площадь которого равна S ; при этом точка A находится между D и C . Пусть O – точка пересечения медиан треугольника ABC . Известно, что площадь треугольника DOC равна S_1 . Выразите площадь треугольника DOB через S и S_1 .