

Решение варианта 1

1. (12 баллов) Шарик брошен вертикально вверх из точки, находящейся над полом на высоте H . Определите начальную скорость шарика, если известно, что за время движения (до падения на пол) он прошел путь $5H$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Возможное решение

Шарик, пролетев расстояние $2H$, поднялся до высоты $3H$, затем, пролетев расстояние $3H$, упал на землю. Чтобы подняться на максимальную высоту, шарик должен иметь начальную скорость, определяемую из условия

$$\frac{mV_0^2}{2} = 2Hmg.$$

Отсюда начальная скорость

$$V_0 = 2\sqrt{gH}.$$

Ответ: $V_0 = 2\sqrt{gH}$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Определена максимальная высота подъема	4
Записан закон сохранения механической энергии	4
Получено выражение для скорости	4
Всего баллов	12

2. (12 баллов) Металлический брусок теплоемкостью $650 \text{ Дж/}^\circ\text{C}$ получает теплоту от нагревателя мощностью 100 Вт . При некоторой температуре бруска дальнейший нагрев его на 1°C происходит за время $\tau = 2$ минуты. Если при этой же температуре отключить нагреватель, то брусок остынет на 1°C за время τ' . Определите время τ' , если известно, что потеря тепла за счёт рассеяния в окружающую среду прямо пропорциональна времени?

Возможное решение

Запишем уравнения теплового баланса для нагрева и остывания:

$$P\tau = C\Delta T + k\tau$$

$$C\Delta T = k\tau'$$

Из первого уравнения

$$k = \frac{P\tau - C\Delta T}{\tau}.$$

Тогда

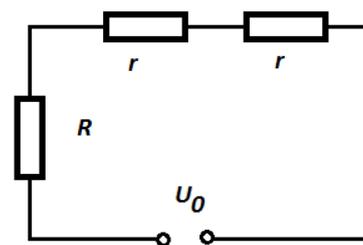
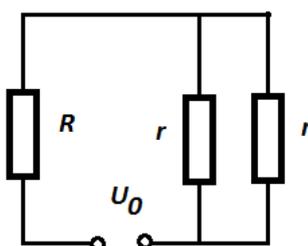
$$\tau' = \frac{C\Delta T\tau}{P\tau - C\Delta T} \approx 6,7 \text{ с}.$$

Ответ: $\tau' = \frac{C\Delta T\tau}{P\tau - C\Delta T} \approx 6,7 \text{ с}$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Составлены уравнения теплового баланса	4 (по 2 балла за каждое уравнение)
Получено выражение для коэффициента k	2
Получено выражение для искомого времени	4
Задание выполнено полностью, получен числовой ответ	2
Всего баллов	12

3. (16 баллов) Имеются две электрические цепи, схемы которых изображены на рисунках. В обеих цепях напряжения на каждом из резисторов, имеющих сопротивление $r = 10$ Ом, равны. Определите сопротивление R .



Возможное решение

Для параллельного соединения

$$U_r = \frac{U_0 r}{2 \cdot \left(R + \frac{r}{2} \right)}$$

Для последовательного соединения

$$U_r = \frac{U_0 r}{R + 2r}$$

Приравнивая правые части выражений, получим

$$2R + r = R + 2r,$$

то есть

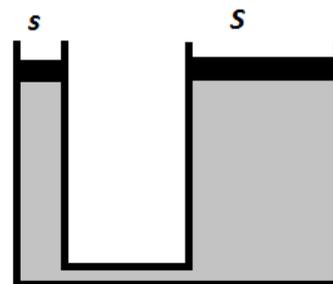
$$R = r = 10 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R = r = 10$ Ом.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записаны выражения для напряжений на сопротивлениях r	8 (по 4 балла за каждое выражение)
Выполнены промежуточные вычисления	3
Получен результат в общем виде	3
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	2
Всего баллов	16

4. (20 баллов) Гидравлический пресс представляет собой два сообщающихся сосуда, заполненных жидкостью плотностью ρ . Площадь поперечного сечения узкого сосуда равна s , а широкого сосуда S . Сосуды сверху закрыты легкими тонкими поршнями. На поршень широкого сосуда аккуратно ставят груз массой m . Через некоторое время в системе устанавливается равновесие. Определите модуль изменения потенциальной энергии системы.



Возможное решение

При установке груза широкий поршень опустится на некоторое расстояние x относительно прежнего уровня. При этом уровень жидкости в узком сосуде поднимется на высоту h относительно прежнего уровня так, чтобы выполнялось условие

$$\rho g(h + x) = \frac{mg}{S}.$$

Объем жидкости, ушедшей из большого сосуда равен объему жидкости, пришедшему в малый:

$$xS = hs.$$

Изменение потенциальной энергии жидкости:

$$\Delta\Pi_{\text{ж}} = \rho shg \left(\frac{h + x}{2} \right).$$

Учитывая первые два выражения, получим

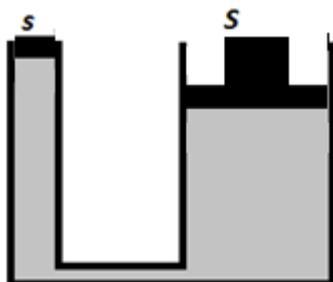
$$\Delta\Pi_{\text{ж}} = \frac{m^2 gs}{\rho S(S + s)}$$

Изменение потенциальной энергии груза

$$\Delta\Pi_{\text{г}} = -mgx = -\frac{m^2 gs}{\rho S(S + s)}.$$

Сумма изменений потенциальных энергий равна нулю.

Ответ: 0.



Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для равенства давлений в сосудах	6
Записано условие постоянства объемов	5
Записаны выражения для изменения потенциальных энергий жидкости и груза	8 (по 4 балла за каждое уравнение)
Сделан вывод о суммарном изменении потенциальной энергии	1
Всего баллов	20

5. (20 баллов) Две собирающие линзы с фокусными расстояниями 40 см расположены на расстоянии 1,6 м друг от друга. Главные оптические оси совпадают. Точечный источник света расположен на расстоянии 80 см перед первой линзой на главной оптической оси. На каком расстоянии от второй линзы находится его изображение?

Возможное решение

В системе линз изображение в первой линзе является объектом для второй линзы. Найдем положение изображения в первой линзе. Воспользуемся формулой для тонкой линзы:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}.$$

Расстояние от первой линзы до изображения в ней равно

$$f_1 = \frac{F d_1}{d_1 - F}.$$

Расстояние от второй линзы до изображения в первой линзе равно

$$d_2 = L - f_1.$$

Расстояние от второй линзы до изображения в ней будет равно

$$f_2 = \frac{F \left(L - \frac{F d_1}{d_1 - F} \right)}{L - \frac{F d_1}{d_1 - F} - F} = \frac{F d_1 (L - F) - L F^2}{d_1 (L - 2F) - F(L - F)} = 80 \text{ см}.$$

Ответ: $f_2 = \frac{F d_1 (L - F) - L F^2}{d_1 (L - 2F) - F(L - F)} = 80 \text{ см}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Сформулировано условие построения последовательности изображений	4
Получено выражение для положения изображения в первой линзе	4
Определено расстояние от изображения в первой линзе до второй линзы	4
Получено выражение для положения изображения во второй линзе в общем виде	6
Получен ответ в виде числа	2
Всего баллов	20

Примечание для проверки и апелляции. Допускается решение "по частям" с получением промежуточных результатов в виде числовых значений.

Решение варианта 2

1. (12 баллов) Шарик брошен вертикально вверх из точки, находящейся над полом на высоте H . Определите время движения шарика, если известно, что за время движения (до падения на пол) он прошел путь $5H$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Возможное решение

Шарик, пролетев расстояние $2H$, поднялся до высоты $3H$, затем, пролетев расстояние $3H$, упал на землю. Время полета шарика вверх до максимальной высоты равно времени полета вниз от максимальной высоты до высоты H . Это время равно

$$\tau_1 = \sqrt{\frac{4H}{g}}.$$

Время полета от высоты $3H$ до поверхности земли равно

$$\tau_2 = \sqrt{\frac{6H}{g}}.$$

Время движения шарика равно

$$\tau = (2 + \sqrt{6}) \sqrt{\frac{H}{g}}.$$

Ответ: $\tau = (2 + \sqrt{6}) \sqrt{\frac{H}{g}}$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Определена максимальная высота подъема	4
Записаны выражения для времен движения вверх и вниз	4 (по 2 балла за каждое выражение)
Получено выражение для времени движения	4
Всего баллов	12

2. (12 баллов) Металлический брусок массой 1 кг получает теплоту от нагревателя мощностью 100 Вт. При некоторой температуре бруска дальнейший нагрев его на 1°C происходит за 10 с. Если при этой же температуре отключить нагреватель, то брусок остынет на 1°C за в два раза большее время. Определите удельную теплоемкость металла, если известно, что потеря тепла за счёт рассеяния в окружающую среду прямо пропорциональна времени?

Возможное решение

Запишем уравнения теплового баланса для нагрева и остывания:

$$P\tau_1 = c m \Delta T + k \tau_1$$

$$c m \Delta T = 2 k \tau_1$$

Из второго уравнения

$$k = \frac{cm\Delta T}{2\tau_1}.$$

Для удельной теплоемкости

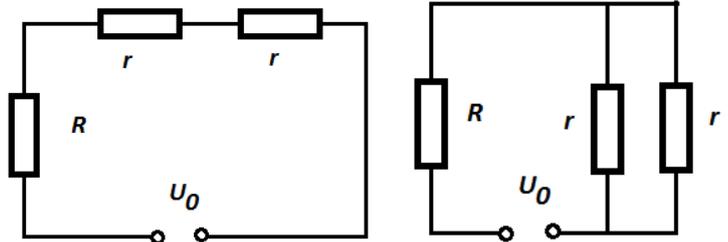
$$c = \frac{P\tau_1}{3m\Delta T} \approx 667 \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})}.$$

Ответ: $c = \frac{P\tau_1}{3m\Delta T} \approx 667 \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записаны уравнения теплового баланса	4 (по 2 балла за каждое уравнение)
Записано выражение для коэффициента k	2
Получено выражение для удельной теплоемкости в общем виде	4
Получен окончательный результат в числовом виде	2
Всего баллов	12

3. (16 баллов) Имеются две электрические цепи, схемы которых изображены на рисунках. В обеих цепях напряжения на каждом из резисторов, имеющих сопротивление r , равны 20 В. Определите напряжение U_0 .



Возможное решение

Для параллельного соединения

$$U_r = \frac{U_0 r}{2 \cdot \left(R + \frac{r}{2}\right)}.$$

Для последовательного соединения

$$U_r = \frac{U_0 r}{R + 2r}.$$

Приравняв правые части выражений, получим

$$R = r.$$

Окончательно

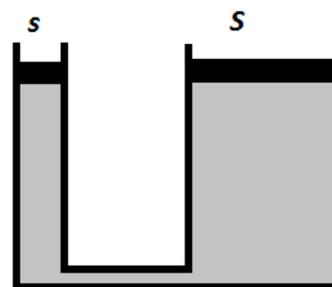
$$U_0 = \frac{U_r (R + 2r)}{r} = 3U_r = 60 \text{ В}.$$

Ответ: $U_0 = 3U_r = 60 \text{ В}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записаны выражения для напряжений на сопротивлениях r	8 (по 4 балла за каждое выражение)
Выполнены промежуточные вычисления	3
Получен результат в общем виде	3
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	2
Всего баллов	16

4. (20 баллов) Гидравлический пресс представляет собой два сообщающихся сосуда, заполненных жидкостью плотностью ρ . Площадь поперечного сечения узкого сосуда равна s , а широкого сосуда S . Сосуды сверху закрыты легкими тонкими поршнями. На поршень узкого сосуда аккуратно ставят груз массой m . Через некоторое время в системе устанавливается равновесие. Определите модуль изменения потенциальной энергии системы.



Возможное решение

При установке груза узкий поршень опустится на некоторое расстояние x относительно прежнего уровня. При этом уровень жидкости в широком сосуде поднимется на высоту h относительно прежнего уровня так, чтобы выполнялось условие

$$\rho g(h + x) = \frac{mg}{S}.$$

Объем жидкости, ушедшей из малого сосуда равен объему жидкости, пришедшему в большой:

$$xs = hS.$$

Изменение потенциальной энергии жидкости:

$$\Delta\Pi_{\text{ж}} = \rho Shg \left(\frac{h + x}{2} \right).$$

Учитывая первые два выражения, получим

$$\Delta\Pi_{\text{ж}} = \frac{m^2 g S}{\rho s(S + s)}$$

Изменение потенциальной энергии груза

$$\Delta\Pi_{\text{г}} = -mgx = -\frac{m^2 g S}{\rho s(S + s)}.$$

Сумма изменений потенциальных энергий равна нулю.

Ответ: 0

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для равенства давлений в сосудах	6
Записано условие постоянства объемов	5
Записаны выражения для изменения потенциальных энергий жидкости и груза	8 (по 4 балла за каждое уравнение)
Сделан вывод о суммарном изменении потенциальной энергии	1
Всего баллов	20

5. (20 баллов) Две собирающие линзы с фокусными расстояниями 40 см и 60 см расположены на расстоянии 2 м друг от друга. Главные оптические оси совпадают. На каком расстоянии нужно расположить перед первой линзой на главной оптической оси точечный источник света, чтобы его изображение находилось на расстоянии 120 см от второй линзы?

Возможное решение

В системе линз изображение в первой линзе является объектом для второй линзы. Найдем расстояния от второй линзы до изображения в ней и до изображения в первой линзе (это расстояние равно расстоянию от объекта до второй линзы). Воспользуемся формулой для тонкой линзы:

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_2}.$$

Расстояние от второй линзы до изображения в первой линзе равно

$$d_2 = \frac{F_2 f_2}{f_2 - F_2}.$$

Расстояние от первой линзы до изображения в ней равно

$$f_1 = L - d_2.$$

Расстояние от первой линзы до источника света будет равно

$$d_1 = \frac{F_1 f_1}{f_1 - F_1} = F_1 \cdot \frac{L(f_2 - F_2) - f_2 F_2}{L(f_2 - F_2) - f_2(F_1 + F_2) + F_1 F_2} = 80 \text{ см}.$$

Ответ: $d_1 = F_1 \cdot \frac{L(f_2 - F_2) - f_2 F_2}{L(f_2 - F_2) - f_2(F_1 + F_2) + F_1 F_2} = 80 \text{ см}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Сформулировано условие построения последовательности изображений	4
Получено выражение для положения изображения в первой линзе относительно второй линзы	4
Определено расстояние от изображения в первой линзе до первой линзы	4
Получено выражение для положения источника света относительно первой линзы в общем виде	6
Получен ответ в виде числа	2
Всего баллов	20

Примечание для проверки и апелляции. Допускается решение "по частям" с получением промежуточных результатов в виде числовых значений.