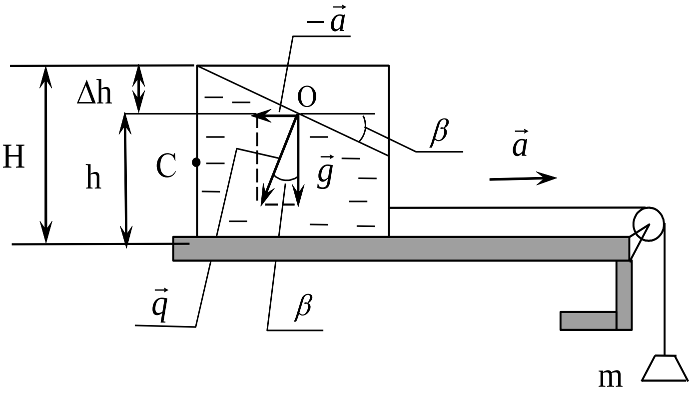
Решение типового варианта

Задача 1

Под действием груза *m* сосуд начинает двигаться с ускорением $\vec{a}$.

$$a = \frac{mg - F_{TP}}{\sum m_i} = \frac{mg - kg(M + \rho\ell^2 h)}{M + m + \rho\ell^2 h}.$$



При горизонтальном движении сосуда с ускорением $\vec{a}$ свободная поверхность жидкости наклонится к горизонту под углом β, определяемым из условия, что свободная поверхность нормальна к вектору полного ускорения $\vec{q}$, который определяется как $\vec{q} = \vec{g} + (-\vec{a})$. Из рисунка видно, что $tg\beta = -\frac{\vec{a}}{\vec{g}}$.

Из условия неизменности объёма воды в сосуде следует, что свободная поверхность должна повернуться вокруг оси О, расположенной на середине длины сосуда и нормальной к плоскости движения. При этом $\Delta h = \frac{\ell}{2} tg\beta = \frac{\ell}{2} \cdot \frac{\vec{a}}{\vec{g}} = \frac{\ell}{2} \cdot \frac{a}{g}$,

тогда $H = h + \Delta h = h + \frac{\ell}{2} \cdot \frac{a}{g}$.

Сила давления жидкости на заднюю стенку $F = P_C \cdot S$, где P_C - давление жидкости на глубине $\frac{H}{2}$ (на уровне точки С) ; $P_C = \rho g \frac{H}{2}$. S - площадь стенки, $S = H \cdot \ell$. Тогда

$$F = \rho g \frac{H}{2} \cdot H\ell = \rho g \ell \frac{H^2}{2}.$$

Ответ: $\boxed{F = \rho g \ell \frac{H^2}{2}}$.

Задача 2

Количество теплоты Q, выделяющееся при абсолютно неупругом столкновении стержней, равно уменьшению потенциальной энергии системы, считая при этом, что вся теплота идёт на нагревание стержней.

$Q = \Delta U = 2mg\frac{L}{2} = mgL$, где $L = 1{,}3$ *м* - длина стержня.

Из уравнения теплового баланса найдём, на сколько градусов повысится температура стержней

$\Delta T = \frac{Q}{2mc} = \frac{mgL}{2mc} = \frac{gL}{2c} = \frac{10 \cdot 1{,}3}{2 \cdot 130} = 0{,}05K$, где $c = 130 \frac{Дж}{кг \cdot град}$ - теплоёмкость свинца.

Ответ: $\boxed{\Delta T = 0{,}05^O C}$.

Задача 3

Внутренняя энергия газа U увеличивается за счёт энергии, которая выделяется при распаде молекул азота.

Пусть N_1 - число молекул азота при температуре T_1. Тогда $U_1 = \frac{5}{2} N \cdot kT_1$ (1).

После распада молекул $U_2 = U_1 + qN = \frac{3}{2} 2N \cdot kT_2$ (2)

Из этих соотношений находим $\frac{3}{2} 2N \cdot kT_2 = \frac{5}{2} N \cdot k \cdot T_1 + qN$, откуда

$$T_2 = \frac{5}{6} T_1 + \frac{q}{3k} = \frac{5}{6} 300 + \frac{0,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} = 2568,8 \approx 2569 K$$

Ответ: $\boxed{T_2 \approx 2569\ K}$.

Задача 4

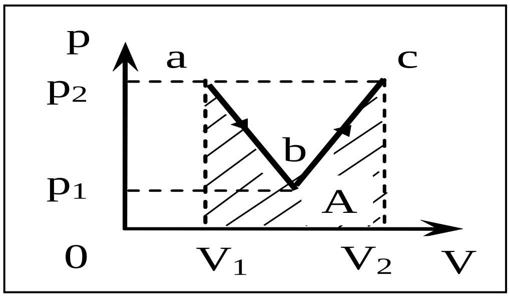
$Q = \Delta U + A,$

$\Delta U = \frac{3}{2} p_2 V_2 - \frac{3}{2} p_2 V_1 = \frac{3}{2} p_2 (V_2 - V_1),$

Работа равна площади заштрихованной фигуры

$A = p_2 (V_2 - V_1) - \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)$

$Q = \Delta U + A = \left(2 p_2 + \frac{1}{2} p_1\right)(V_2 - V_1) \quad Q = 2300 Дж.$



Ответ: $\boxed{Q = 2300 Дж}$.

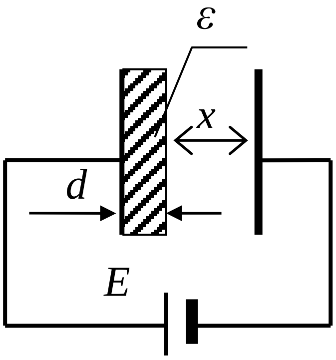
Задача 5

Работа, совершённая внешними силами $A = \frac{1}{2} C_2 E^2 - \frac{1}{2} C_1 E^2 - A_{БАТ}$

После подстановки работы батареи получим

$$A = \frac{1}{2} E^2 (C_1 - C_2) = -\frac{1}{2} \varepsilon_O \cdot \varepsilon \cdot S \cdot E^2 \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d + \varepsilon \cdot x} \right) = \frac{\varepsilon_O \cdot \varepsilon^2 \cdot S \cdot E^2 \cdot x}{2d(d + \varepsilon \cdot x)}.$$

При $x = 2d$ $\quad A = \frac{\varepsilon_O \cdot \varepsilon^2 \cdot S \cdot E^2 \cdot 2d}{2d(d + \varepsilon \cdot 2d)} = \frac{\varepsilon_O \cdot \varepsilon^2 \cdot S \cdot E^2}{d(1 + 2\varepsilon)}.$



Ответ: $\boxed{A = \frac{\varepsilon_O \cdot \varepsilon^2 \cdot S \cdot E^2}{d(1 + 2\varepsilon)}.}$

Задача 6

Первая космическая скорость на Земле: $\frac{m\upsilon_1^{\ 2}}{R_З} = G\frac{mM_З}{R_З^{\ 2}}$, откуда $\upsilon_1 = \sqrt{G\frac{M_З}{R_З}}$.

Скорость корабля на орбите находим из условия

$\frac{m\upsilon_0^{\ 2}}{R} = G\frac{mM_З}{R^2}$, откуда $\upsilon_0 = \sqrt{G\frac{M_З}{R}}$. Так как $R = 4R_З$, то $\upsilon_0 = \frac{1}{2}\sqrt{G\frac{M_З}{R_З}} = \frac{\upsilon_1}{2}$.

Из закона сохранения энергии определим скорость , при достижении которой корабль на орбите радиуса R может преодолеть гравитационное притяжение Земли. Обозначим её через υ_∞ .

Тогда $\frac{m\upsilon_\infty^{\ 2}}{2} - G\frac{mM_З}{R} = 0$. Отсюда $\upsilon_\infty = \sqrt{2G\frac{M_З}{R}} = \sqrt{2}\cdot\upsilon_0$.

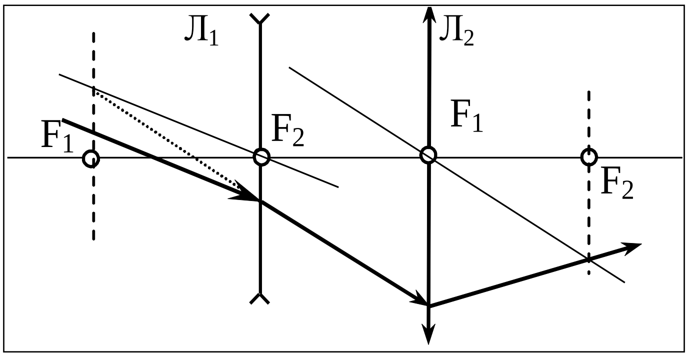
$$\Delta\upsilon = \sqrt{\upsilon_\infty^{\ 2} - \upsilon_0^{\ 2}} = \sqrt{2\upsilon_0^{\ 2} - \upsilon_0^{\ 2}} = \upsilon_0 = \frac{\upsilon_1}{2}; \qquad \Delta\upsilon = \frac{\upsilon_1}{2} = 3{,}95\cdot 10^3\ \frac{м}{с}.$$

Ответ: $\boxed{\Delta\upsilon = \frac{\upsilon_1}{2} = 3{,}95\cdot 10^3\ \frac{м}{с}}$.

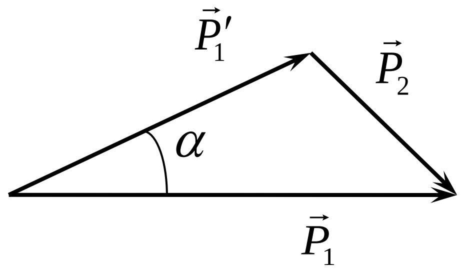
Решение варианта № 16

Задача 1 (10 баллов)

Ответ:



Задача 2 (12 баллов)



По закону сохранения импульса

$P_2 = \sqrt{P^2{}_1 + (P_1')^2 - 2P_1\ P_1'\cdot\cos\alpha}$ (1)

По закону сохранения энергии

$\frac{P_1^{\ 2}}{2m} = \frac{(P'{}_1)^2}{2m} + \frac{P_2^{\ 2}}{2m}$, (2) откуда

$$P_2^{\ 2} = P_1^{\ 2} - (P_1')^2 = P_1^{\ 2} - \left(\frac{P_1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}P_1^{\ 2}.$$

Подставляя (1) в (2), получим $\frac{3}{4}P_1^{\ 2} = P_1^{\ 2} + \frac{P_1^{\ 2}}{4} - 2P_1\frac{P_1}{2}\cos\alpha$, откуда $\cos\alpha = \frac{1}{2}$; $\alpha = 60^0$.

Ответ: $\boxed{\alpha = 60^0}$.

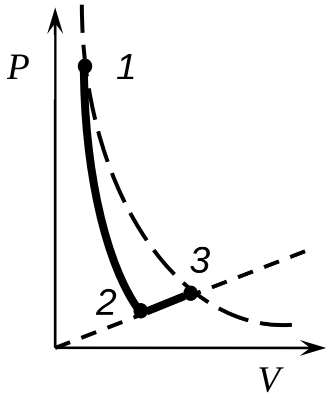
Задача 3 (12 баллов)

Между моментом броска шарика и его первым ударом о плоскость пройдёт время $\boxed{t = \frac{2\upsilon\sin\alpha}{g}}$. После удара горизонтальная составляющая скорости шарика не изменится, а вертикальная станет равна $R\upsilon$. Значит, между первым и вторым ударами шарика о плоскость пройдёт время $t_1 = \frac{2R\upsilon\sin\alpha}{g}$. Рассуждая аналогично, получим, что между n-ым и (n+1)-ым ударами пройдёт время $t_n = \frac{2\upsilon\sin\alpha}{g}R^n$. Полное время T, в течение которого шарик будет продолжать прыгать, может быть найдено, как сумма промежутков времени t_n: $T = \sum_{n=0}^{\infty} t_n = \frac{2\upsilon\sin\alpha}{g}\sum_{n=0}^{\infty} R^n = \frac{2\upsilon\sin\alpha}{g}\cdot\frac{1}{1-R}$. Здесь мы использовали формулу для суммы геометрической прогрессии. Так как горизонтальная составляющая скорости шарика во время процесса не изменяется, то для расстояния, которое пропрыгает шарик, получим

$$S = \upsilon \cos\alpha T = \frac{\upsilon^2 \sin 2\alpha}{g(1-R)} = \frac{1^2 \cdot 1}{10 \cdot \cdot (1-0{,}99)} = \frac{1}{10 \cdot 0{,}01} \approx 10 \text{ м} .$$

Ответ: $\boxed{S = \frac{\upsilon^2 \sin 2\alpha}{g(1-R)} \approx 10\text{м}}$.

Задача 4 (12 баллов)



Работа в процессе 2 – 3 равна площади под графиком.

Найдём её как разность площадей двух треугольников:

$$A_{23} = \frac{1}{2} P_3 V_3 - \frac{1}{2} P_2 V_2 = \frac{1}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{1}{2} \nu R \Delta T$$

Тогда $Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + \frac{1}{2} \nu R \Delta T = 2 \nu R \Delta T$.

Следовательно, $A_{23} = \frac{1}{4} Q_{23} = \frac{1}{4} 800 = 200\text{Дж}$;

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{4} Q_{23} = \frac{3}{4} 800 = 600\text{Дж} .$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = -\Delta U_{23} + A_{12} = -\frac{3}{4} Q_{23} + A_{12} = -600 + 800 = 200\text{Дж} .$$

Ответ: $\boxed{Q_{12} = -\frac{3}{4} Q_{23} + A_{12} = 200\text{Дж}}$.

Задача 5 (12 баллов)

$h\nu = A + \frac{m\upsilon^2}{2}$, откуда $\upsilon = \sqrt{\frac{2}{m}(h\nu - A)}$ (1) 2) $\frac{m\upsilon^2}{R} = q\upsilon B$, откуда

$$B = \frac{m\upsilon}{qR} = \frac{m}{qR}\sqrt{\frac{2}{m}(h\nu - A)} = \frac{1}{qR}\sqrt{2m(h\nu - A)} .$$

Ответ: $\boxed{B = \frac{1}{qR}\sqrt{2m(h\nu - A)}}$.

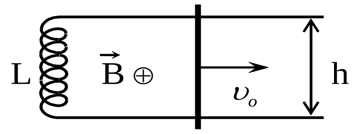
Задача 6 (22 балла)

1) Так как сопротивление контура R = 0, то суммарная ЭДС в контуре должна быть равна нулю. Значит, суммарный магнитный поток через контур не должен изменяться. Если перемычка сдвинулась на величину x, и в ней появился ток I, то изменение суммарного магнитного потока

$$\Delta\Phi = Bhx + LI = 0 . \text{ Отсюда } I = -\frac{Bh}{L} x .$$

По закону Ампера сила, действующая на перемычку с током $F_x = IBh = -\frac{B^2 h^2}{L} x$.

Ускорение перемычки $a_x = \frac{F_x}{m} = -\frac{B^2h^2}{mL}x$.



Из последнего уравнения следует, что перемычка совершает колебательное движение с круговой частотой $\omega = \frac{B\ h}{\sqrt{mL}}$.

Для колебательного движения максимальная скорость $\upsilon_{\max} = A\omega$.

В нашем случае $\upsilon_{\max} = \upsilon_o$ – максимальная скорость перемычки,

A = S – амплитуда колебаний, равная расстоянию, которое проходит перемычка до первой остановки.

Поэтому $\upsilon_o = S\omega = \frac{SBh}{\sqrt{Lm}}$. Отсюда найдем $\boxed{S = \frac{\upsilon_o\sqrt{Lm}}{Bh}}$.

2). Импульс перемычки $p = m\upsilon$.

Скорость перемычки описывается уравнением $\upsilon = \upsilon_o \cdot \cos(\omega t)$.

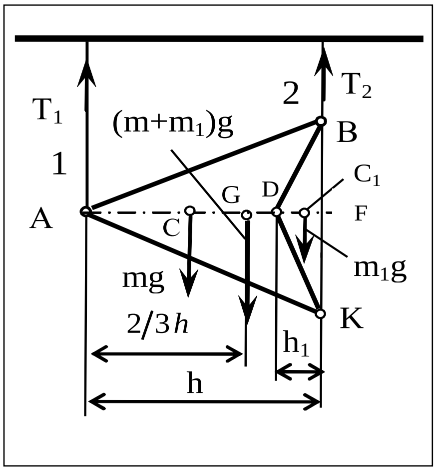
Следовательно, $p = p_o \cdot \cos(\omega t)$. В момент времени $t = t_1$, $p = \frac{p_o}{2}$, тогда $\frac{p_o}{2} = p_o \cos(\omega t_1)$, откуда $\cos(\omega t_1) = \frac{1}{2}$; $\omega t_1 = \frac{\pi}{3}$, откуда $t_1 = \frac{\pi}{3\omega}$,

где $\omega = \frac{\upsilon_o}{S}$. Тогда $\boxed{t_1 = \frac{\pi \cdot S}{3\upsilon_o}}$.

Ответ: $\boxed{S = \frac{\upsilon_o\sqrt{L \cdot m}}{Bh}}$; $\boxed{t_1 = \frac{\pi S}{3\upsilon_o}}$.

Решение варианта № 21

Задача 1(10 баллов)



1). Масса однородной плоской фигуры пропорциональна её площади.

2) Дополним фигуру ABDK треугольником BDK, обозначив его массу m_1. Пусть $\frac{h}{h_1}=3$, тогда $\frac{m+m_1}{m_1}=3$ и, следовательно, $m_1=\frac{m}{2}$.

3) Обозначим центр масс фигуры ABDK точкой C, а треугольника ABK точкой G, а треугольника BDK - точкой C $_1$ Тогда

$$AG=\frac{m\cdot AC+m_1\cdot AC_1}{m+m_1}=\frac{2}{3}h\ ; \qquad (1)$$

где $\quad AC_1=h-\frac{1}{3}h_1=\frac{8}{9}h \qquad (2)$

4) Подставляя (2) в (1), находим AC $\qquad AC=\left[\frac{2}{3}h(m+m_1)-m_1AC_1\right]\frac{1}{m}=\frac{5}{9}h$

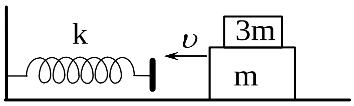
5) Используя условие равновесия пластины, находим силу натяжения нити

$$T_1h=mg\cdot(h-AC), \quad \text{откуда} \quad T_1=\frac{mg}{h}AC=\frac{mg}{h}\cdot\left(h-\frac{5}{9}h\right)=\frac{4}{9}mg\,.$$

Ответ: $\boxed{T_1=\frac{4}{9}mg}$.

Задача 2 (12 баллов)

При сжатии пружины максимальное ускорение брусков $a=\upsilon\cdot\omega$ (1), где $\omega=\sqrt{\frac{k}{3m+m}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$ - циклическая частота колебательной системы.

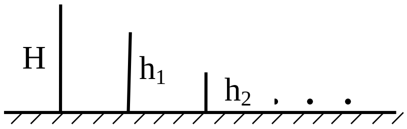


Максимальная величина силы трения покоя, действующей на верхний брусок, $F_{TP}=\mu 3mg$ и, следовательно, ускорение верхнего бруска $a_1=\mu\cdot g$ (2). Из (1) и (2) следует, что верхний брусок не будет проскальзывать при условии, что $a\le a_1$, то есть $\upsilon\cdot\omega\le\mu\cdot g$. Откуда находим

$$\upsilon\le\frac{\mu\cdot g}{\omega}\le 2\mu g\sqrt{\frac{m}{k}}\,.$$

Ответ: $\boxed{\upsilon\le 2\mu g\sqrt{\frac{m}{k}}}$.

Задача 3 (12 баллов)



$$\upsilon_1=\frac{\upsilon_o}{n},\quad \upsilon_2=\frac{\upsilon_1}{n}=\frac{\upsilon_o}{n^2},\quad \text{где}\ n=1{,}5. \qquad h_1=\frac{\upsilon_1^{\,2}}{2g}=\frac{H^2}{n^2}.$$

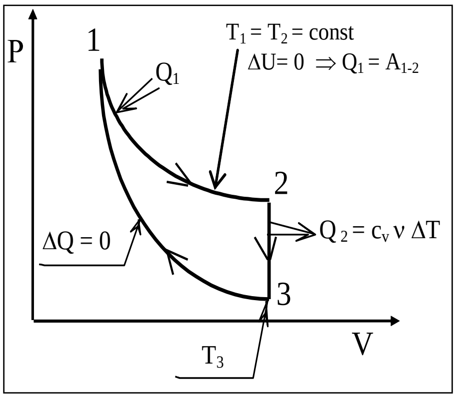
$$h_2 = \frac{\upsilon_2^{\,2}}{2g} = \frac{H^2}{n^4}; \qquad S = H + 2(h_1 + h_2 + ...) = H + \frac{2H}{n^2}\left(1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} + .. + \right).$$

$$\sum = \frac{1}{1 - \frac{1}{n^2}} = \frac{n^2}{n^2 - 1}; \qquad S = H + \frac{2H}{n^2 - 1}; \qquad S = H\frac{n^2 + 1}{n^2 - 1};$$

При n = 1,5 $S = H\frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} = H\frac{1{,}5^2 + 1}{1{,}5^2 - 1} = \frac{3{,}25}{1{,}25}H = 2{,}6H$

Ответ: $\boxed{S = H\frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} = 2{,}6H}$.

Задача 4 (12 баллов)



КПД цикла по определению равен $\boxed{\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}}$, где

Q_1 – теплота, подводимая к газу за цикл,

Q_2 – теплота, которая отводится за цикл,

Минимальная температура газа T_3, максимальная T_1. ($T_1 = T_2$).

Тепло в цикле отводится только в изохорном процессе 2-3. $\left|Q_2\right| = \nu \cdot c_v \Delta T = \nu\frac{3}{2}R(T_2 - T_3) = \nu\frac{3}{2}R\Delta T$.

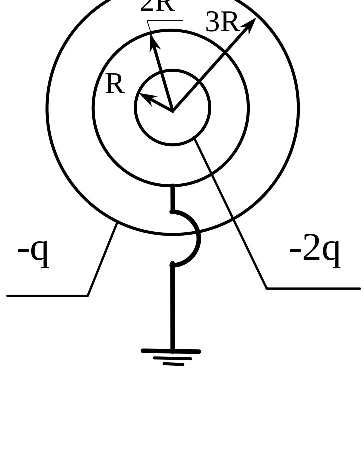
В данном процессе теплота за цикл подводится только на участке 1-2 и её количество Q_1 равно работе газа на изотерме A_{12}. То есть $Q_1 = A_{1-2} = 6\text{кДж} = 6 \cdot 10^3\ Дж$

$\boxed{\eta = 1 - \frac{\nu\frac{3}{2}R\Delta T}{A_{1-2}}}$. Подставив числовые значения, $\nu = 1$, $\Delta T = 400$, $A_{1-2} = 6 \cdot 10^3\ Дж$, найдём

$\boxed{\eta = 1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{8{,}31 \cdot 400}{6 \cdot 10^3} = 1 - 0{,}83 \approx 0{,}17 \approx 17\%}$.

Ответ: $\boxed{\eta = 1 - \frac{\nu\frac{3}{2}R\Delta T}{A_{1-2}} = 0{,}17 = 17\%}$.

Задача 5 (12 баллов)



На заземлённой сфере появится заряд Q.

Из условия заземления

$$-\frac{2q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 2R} + \frac{Q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 2R} - \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 3R} = 0$$

Отсюда $Q = 2\left(q + \dfrac{q}{3}\right) = \dfrac{8q}{3}$.

Потенциал точки C, расположенной на расстоянии 4R от центра сферы **:**

$$\varphi_C = -\frac{2q}{4\pi\cdot\varepsilon_0 4R} + \frac{8}{3}\cdot\frac{q}{4\pi\cdot\varepsilon_0\cdot 4R} - \frac{q}{4\pi\cdot\varepsilon_0\cdot 4R} = -\frac{q}{16\cdot 3\pi\cdot\varepsilon_0\cdot R}.$$

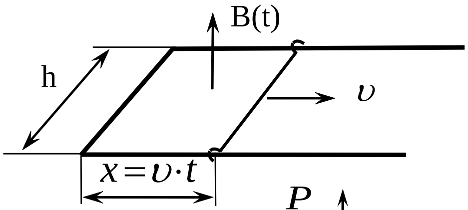
Условие, когда заряд q долетит до точки C на поверхности наружной сферы $\dfrac{m\upsilon^2}{2} = q\varphi_C$.

Отсюда $\upsilon^2 = \dfrac{2q\varphi_C}{m} = \dfrac{2q\cdot q}{16\cdot 3\cdot m\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot R}$; $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2q\cdot q}{16\cdot 3\cdot m\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot R}} = \dfrac{q}{2}\sqrt{\dfrac{1}{6\cdot m\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot R}}$.

$$\upsilon = \frac{q}{2}\sqrt{\frac{1}{6\cdot m\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot R}}.$$

Ответ: $\boxed{\upsilon = \dfrac{q}{2}\sqrt{\dfrac{1}{6\cdot m\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot R}}}$.

Задача 6 (22 балла)

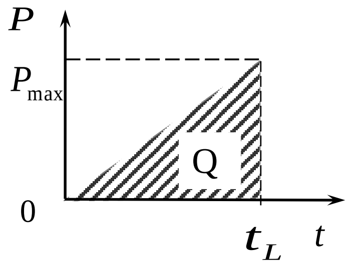


$$\varepsilon_{ИНД} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

$B(t) = \dfrac{B_0}{2\cdot\tau}t$; $S(t) = hx = h\cdot\upsilon\cdot t$.

$\Phi(t) = B(t)\cdot S(t)$;

$\Phi(t) = \dfrac{B_0\cdot h\cdot\upsilon}{2\tau}t^2$, тогда $\varepsilon_{ИНД} = -\dfrac{2B_0\cdot h\cdot\upsilon}{2\tau}t = -\dfrac{B_0\cdot h\cdot\upsilon}{\tau}t$.



Тепловая мощность $P = \dfrac{\varepsilon^2_{ИНД}}{R_{общ}}$, где $R_{ОБЩ} = 2xr = 2r\cdot\upsilon\cdot t$;

$P = \dfrac{B_0{}^2\cdot h^2\cdot\upsilon}{2\cdot\tau^2\cdot r}t$. $Q = P_{CP}\cdot t_L = \dfrac{1}{2}P_{MAX}\cdot t_L$, где $t_L = \dfrac{L}{\upsilon}$ – время, за которое перемычка сместится на величину *L*. Тогда $P_{MAX} = \dfrac{B_0{}^2\cdot h^2\cdot\upsilon\cdot L}{2\cdot\tau^2\cdot r\cdot\upsilon} = \dfrac{B_0{}^2\cdot h^2\cdot L}{2\cdot\tau^2\cdot r}$.

Количество теплоты, выделившееся в цепи за время, когда индукция поля стала равной B_0, равно

$$\boxed{Q = \frac{B_0{}^2\cdot h^2\cdot L^2}{4\cdot\tau^2\cdot r\cdot\upsilon}}.$$

Ответ: $\boxed{Q = \dfrac{B_0{}^2\cdot h^2\cdot L^2}{4\cdot\tau^2\cdot r\cdot\upsilon}}$.