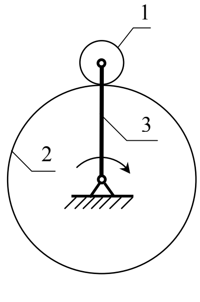
РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 15

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)



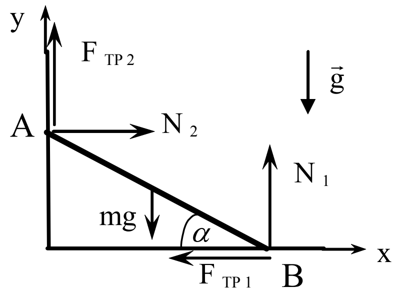
Ответ: $\boxed{n = \left(\frac{z_2}{z_1} + 1\right) \cdot k = 6}$.

Угол поворота φ колеса 1 за время t $\varphi = \left(\frac{R}{r} + 1\right)\omega \cdot t$, где ω - угловая скорость кривошипа. Отношение $\frac{R}{r} = \frac{z_2}{z_1}$. Так как $\omega\ t = k \cdot 2\pi$, где k – число оборотов кривошипа. По условию k = 1 , тогда $\omega\ t = 1 \cdot 2\pi$, следовательно, число оборота колеса 1

$$n = \frac{\varphi}{2\pi} = \left(\frac{R}{r} + 1\right) \cdot k = \left(\frac{z_2}{z_1} + 1\right) \cdot k = \left(\frac{90}{18} + 1\right) \cdot 1 = 6 .$$

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{\mu_2 = 0{,}85}$.



Пусть масса стержня равна m , а его длина равна ℓ.

Условия равновесия стержня: $\sum \vec{F}_i = 0; \quad \sum M_i = 0$.

$$x: \ N_2 = F_{TP\ 1} \qquad (1)$$

$$y: \ N_1 = mg - F_{TP\ 2} \qquad (2)$$

, где

$$F_{TP\ 1} = \mu_1 \cdot N_1 \qquad (3)$$

$$F_{TP\ 2} = \mu_2 N_2 = \mu_2 F_{TP\ 1} \qquad (4)$$

Подставляя выражение для N_1 в (3) и (4), получим :

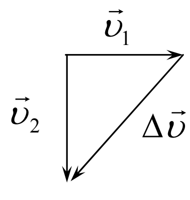
$$F_{TP\ 1} = \frac{\mu_1}{1 + \mu_1\mu_2} mg ; \qquad F_{TP\ 2} = \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{1 + \mu_1\mu_2} mg$$

Условие равенства нулю суммы моментов сил относительно точки В:

$\frac{mg\ell}{2}\cos\alpha = F_{TP\ 2}\ell\cos\alpha + N_2\ell\sin\alpha$ Подставляя в последнее равенство выражения для $F_{TP\ 2}$ и $N_2 = F_{TP\ 1}$, после преобразований получим: $\mu_2 = \frac{\cos\alpha - 2\mu_1\sin\alpha}{\mu_1\cos\alpha}$ Подставляя $\alpha = 30^o$ и $\mu_1 = 0{,}5$, получим $\mu_2 = 0{,}85$.

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{F = \frac{\rho Q^2\sqrt{2}}{S} = 25 \quad H}$.



По второму закону Ньютона $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$; $\frac{\Delta m}{\Delta t}\Delta\vec{\upsilon} = \vec{F}$ (1) ,

где $\Delta m = \rho\upsilon S\Delta t$ - масса жидкости, протекающей через сечение трубы за время Δt . Из рисунка видно, что $\Delta\upsilon = \upsilon\sqrt{2}$. Подставляя полученное выражение в (1), получим

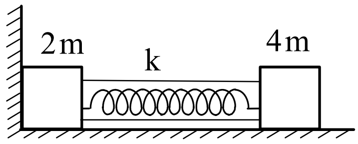
$$F = \frac{\rho\upsilon S\Delta t\,\upsilon\sqrt{2}}{\Delta t} = \rho\upsilon^2 S\sqrt{2} .$$

Зная расход жидкости Q, можно найти скорость течения жидкости в трубе $\upsilon = \frac{Q}{S}$.

Окончательно получим $F = \rho \frac{Q^2}{S^2} S\sqrt{2} = \rho \frac{Q^2}{S}\sqrt{2}$. Подставляя числовые значения, получим

$$F = \frac{0{,}9 \cdot 10^3 \left(10 \cdot 10^{-3}\right)^2}{50 \cdot 10^{-4}} \sqrt{2} = 25 \quad H .$$

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{\upsilon_c = \frac{\Delta x}{3}\sqrt{\frac{k}{m}}}$.

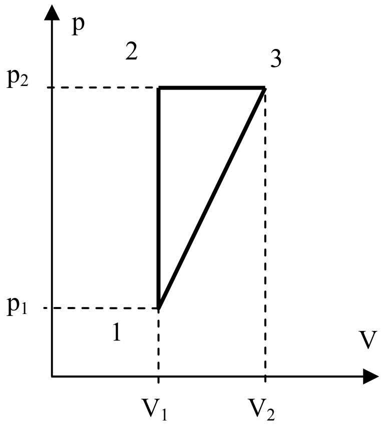
После пережигания нитей максимальная скорость бруска 4m :

$$\upsilon = \Delta x \cdot \omega = \Delta x \sqrt{\frac{k}{4m}} = \frac{\Delta x}{2}\sqrt{\frac{k}{m}} .$$

Скорость центра масс брусков $\upsilon_c = \frac{4m \cdot}{2m+4m} \cdot \upsilon = \frac{4m \cdot}{2m+4m}\frac{\Delta x}{2}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{\Delta x}{3}\sqrt{\frac{k}{m}}$.

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\frac{p_{MAX}}{p_{MIN}} = \sqrt{\frac{T_{MAX}}{T_{MIN}}}}$.



Работа цикла:

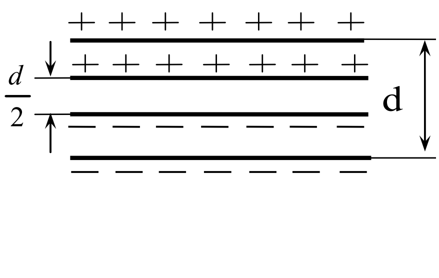
$$A = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(p_2V_2 - p_2V_1 - p_1V_2 + p_1V_1)$$

Т.к. $p_2V_2 = \nu RT_{MAX}$, $p_1V_1 = \nu RT_{MIN}$, то $p_2 = \frac{\nu RT_{MAX}}{V_2}$ и

$$A = \frac{1}{2}\left(\nu RT_{MAX} - \frac{\nu RT_{MAX}}{V_2}V_1 - p_1V_2 + \nu RT_{MIN}\right).$$

Поиск экстремума $\frac{dA}{dV_2} = 0$ приводит к соотношению $\frac{dA}{dV_2} = \frac{\nu RT_{MAX}}{V_2^2}V_1 - p_1 = 0$. С учетом $p_2 = \frac{\nu RT_{MAX}}{V_2}$ получаем равенство $\frac{dA}{dV_2} = p_2\frac{V_1}{V_2} - p_1 = 0$, т.е. $\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_2}{V_1}$ или $\frac{p_2}{V_2} = \frac{p_1}{V_1}$. Т.о. точки 1 и 3 лежат на одной прямой $p = \alpha V$, т.е. $p_1 = \alpha V_1$, $p_2 = \alpha V_2$. Из $\frac{p_1^2}{\alpha} = \nu RT_{MIN}$ и $\frac{p_2^2}{\alpha} = \nu RT_{MAX}$ получаем $\frac{p_{MAX}}{p_{MIN}} = \sqrt{\frac{T_{MAX}}{T_{MIN}}}$.

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

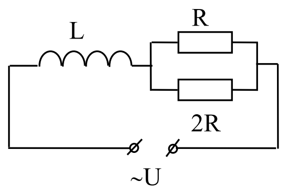


Ответ : U_1 = 15 В. .

В силу принципа суперпозиции поле внутри малого конденсатора удвоится, а в оставшейся части большого конденсатора не изменится.

Разность потенциалов между пластинами первого конденсатора возрастет в 1,5 раза и станет равной U_1 = 15 В.

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)



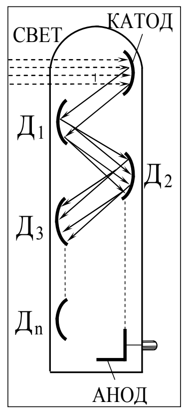
Ответ: $\boxed{R = \frac{3}{2}\omega \cdot L}$.

1) Тепловая мощность, выделяющаяся в цепи переменного тока $P = I^2{}_D R_\Sigma$, где $I_D = \frac{I_o}{\sqrt{2}}$ - действующее значение тока , а R_Σ – активное сопротивление цепи.

Следовательно, $P = \frac{U_o{}^2 \, R_\Sigma}{2\left(R^2{}_\Sigma + \omega^2 L\right)}$.

Исследуя последнее выражение на экстремум, находим, что максимальная мощность в цепи выделяется при $R_\Sigma = \omega \cdot L$. Так как $R_\Sigma = \frac{2}{3}R$, то $R = \frac{3}{2}\omega \cdot L$.

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)



Ответ:. $\boxed{I = N \cdot k_1 \cdot (k_2)^n \cdot e = 0{,}1\ A}$

1) Число фотонов, излучаемых лазером в 1 секунду

$$N = \frac{P}{h\nu} = \frac{P\lambda}{hc};$$

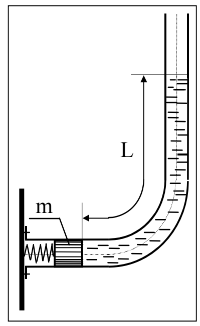
2) Величина анодного тока $I = N \cdot k_1 \cdot (k_2)^n \cdot e = \frac{e \cdot P \cdot \lambda \cdot k_1 \cdot (k_2)^n}{hc}$.

Подставив числовые значения, получим

$$I = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-1}}{6{,}625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}} 5^5 = 0{,}322 \cdot 10^{-4} \cdot 3{,}125 \cdot 10^3 \approx 0{,}1\ A$$

З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \rho SL}{k + \rho gS}}}$.



Масса колебательной системы (поршень и водяной столб) равна $m + \rho SL$.

«Жесткость» колебательной системы $k_{сист} = k + k_1$. Где $\boxed{k_1 = \frac{\rho gSx}{x}}$ – изменение усилия на поршень, отнесенное к единице перемещения столба жидкости, являющееся следствием изменения силы давления при колебаниях.

x- смещение уровня жидкости в трубе от положения равновесия, равное смещению поршня.

Период колебаний поршня равен $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \rho SL}{k + \rho gS}}}$.

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{F = \frac{81 m^2 RT}{pSM_П}}$.

Из уравнения реакции горения водорода $\boxed{2H_2 + O_2 = 2H_2O}$ видно, что две молекулы водяного пара получаются при соединении двух молекул водорода и одной молекулы кислорода. Следовательно, для сгорания одного киломоля водорода необходима половина киломоля кислорода и в результате реакции получается один киломоль воды.

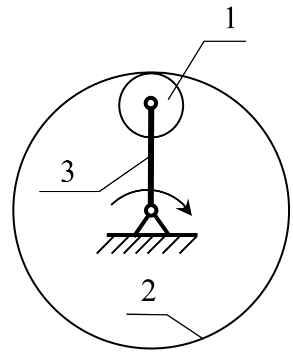
При сгорании $\nu = \dfrac{m}{\mu_B}$ молей водорода получится столько же молей водяного пара (где $\mu_B = 2 \cdot 10^{-3}$ $кг/моль$). Поэтому при сгорании массы m водорода получается масса

$m_1 = \nu\mu_П = \dfrac{18}{2} m = 9m$ водяного пара (где $\mu_П = 18 \cdot 10^{-3}$ $кг/моль$), вылетающая из сопла двигателя за 1 с. Так как площадь выходного сопла двигателя известна, можно найти скорость $\vec{\upsilon}$ газа, выходящего из сопла. Объём пара, выбрасываемого из сопла двигателя за 1 с равен $V = \upsilon \cdot S$. Масса этого объёма пара равна $m_1 = \rho\upsilon S$, где ρ -плотность пара. Отсюда $\upsilon = \dfrac{m_1}{\rho S} = \dfrac{9m}{\rho S}$.

Из уравнения Клапейрона-Менделеева $pV = \dfrac{m_1}{\mu_П} RT$ или $p\upsilon S = \dfrac{m_1}{\mu_П} RT$; $p\dfrac{m_1}{\rho S} S = \dfrac{m_1}{\mu_П} RT$;

$p\mu_П = \rho RT$; откуда $\rho = \dfrac{p\mu_П}{RT}$. За время Δt из сопла ракеты выбрасывается масса пара $m_i \Delta t$ с импульсом $m_i \Delta t \cdot \vec{\upsilon}$, тогда на газ действует сила $\vec{F}_i = \dfrac{m_i \Delta t \cdot \vec{\upsilon}}{\Delta t} = m_1 \cdot \vec{\upsilon}$. Такая же по модулю сила, но направленная в противоположную сторону, действует на двигатель. Полная сила, действующая на двигатель (сила тяги двигателя), равна сумме реактивной силы - $-\vec{F}_i$ и силы статического давления $F_2 = pS$, т.е. $F = m_1\upsilon + p \cdot S \approx \rho\upsilon^2 S = \dfrac{81 m^2 RT}{pS\mu_П}$. Так как давление газа, выходящего из сопла, мало, то второй член в выражении для силы тяги мал и при расчётах им можно пренебречь. $F = \dfrac{81 m^2 RT}{pS\mu_П}$.

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 17



З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

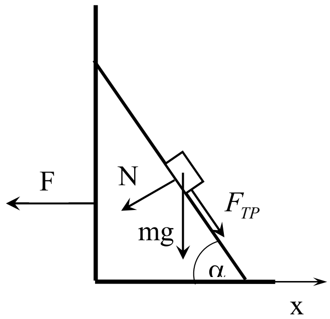
Ответ: $\boxed{n = \left(\dfrac{z_2}{z_1} - 1\right) \cdot k = 10}$.

Угол поворота φ колеса 1 за время t $\varphi = \left(\dfrac{R}{r} - 1\right)\omega \cdot t$, где ω - угловая скорость кривошипа. Отношение $\dfrac{R}{r} = \dfrac{z_2}{z_1}$. Так как $\omega \ t = k \cdot 2\pi$, где k – число оборотов кривошипа. По условию k = 2 , тогда $\omega \ t = 2 \cdot 2\pi$, следовательно, число оборота колеса 1

$$n = \frac{\varphi}{2\pi} = \left(\frac{R}{r} - 1\right) \cdot k = \left(\frac{z_2}{z_1} - 1\right) \cdot k = \left(\frac{90}{15} - 1\right) \cdot 2 = 10 .$$

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{F = mg\cos\alpha(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 5{,}7H}$



На клин со стороны бруска действует сила трения

$$F_{тр} = \mu mg \cdot \cos\alpha$$

и сила нормального давления $N = mg \cdot \cos\alpha$.

Искомая сила F равна сумме проекций сил $F_{тр.}$ и N на горизонтальную ось.

$$F = N\sin\alpha - F_{тр}\cos\alpha = mg\cos\alpha \cdot \sin\alpha - \mu mg \cdot \cos\alpha \cdot \cos\alpha =$$

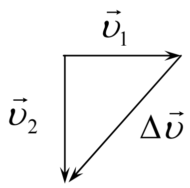
$$= mg\cos\alpha(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

$$F = mg\cos\alpha(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

Подставив числовые значения: m = 2 кг, $\alpha = 30^o$, $\mu = 0{,}2$, получим F= 5,7 Н.

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{F = \dfrac{\rho Q^2\sqrt{2}}{S} = 12{,}7 \ \ H}$.



По второму закону Ньютона $\dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$; $\dfrac{\Delta m}{\Delta t}\Delta\vec{\upsilon} = \vec{F}$ (1) , где $\Delta m = \rho\upsilon S\Delta t$ - масса жидкости, протекающей через сечение трубы за время Δt . Из рисунка видно, что $\Delta\upsilon = \upsilon\sqrt{2}$. Подставляя полученное выражение в (1), получим $F = \dfrac{\rho\upsilon S\Delta t\upsilon\sqrt{2}}{\Delta t} = \rho\upsilon^2 S\sqrt{2}$.

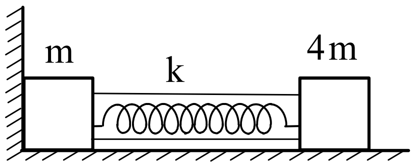
Зная расход жидкости Q, можно найти скорость течения жидкости в трубе $\upsilon = \dfrac{Q}{S}$.

Окончательно получим $F = \rho\dfrac{Q^2}{S^2}S\sqrt{2} = \rho\dfrac{Q^2}{S}\sqrt{2}$. Подставляя числовые значения, получим

$$F = \frac{0{,}9 \cdot 10^3\left(10 \cdot 10^{-3}\right)^2}{100 \cdot 10^{-4}}\sqrt{2} = 9 \cdot \sqrt{2} = 12{,}7 \ \ H .$$

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\upsilon_c = \dfrac{2\cdot\Delta x}{5}\sqrt{\dfrac{k}{m}}}$.

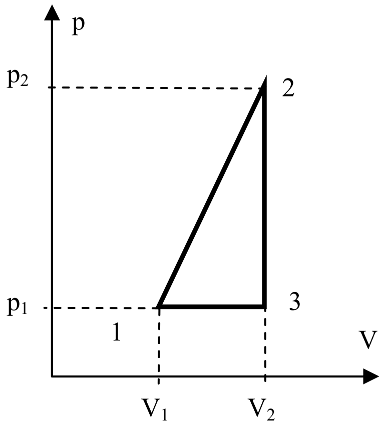


После пережигания нитей максимальная скорость бруска 4m :

$$\upsilon = \Delta x\cdot\omega = \Delta x\sqrt{\frac{k}{4m}} = \frac{\Delta x}{2}\sqrt{\frac{k}{m}} \ .$$

Скорость центра масс брусков $\upsilon_c = \dfrac{4m\cdot}{m+4m}\cdot\upsilon = \dfrac{4m\cdot}{m+4m}\cdot\dfrac{\Delta x}{2}\sqrt{\dfrac{k}{m}} = \dfrac{2\Delta x}{5}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{\dfrac{p_{MAX}}{p_{MIN}} = \sqrt{\dfrac{T_{MAX}}{T_{MIN}}}}$.

Работа цикла

$$A = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(p_2V_2 - p_2V_1 - p_1V_2 + p_1V_1)$$

Т.к. $p_2V_2 = \nu RT_{MAX}$, $p_1V_1 = \nu RT_{MIN}$, то $p_2 = \dfrac{\nu RT_{MAX}}{V_2}$ и

$A = \dfrac{1}{2}\left(\nu RT_{MAX} - \dfrac{\nu RT_{MAX}}{V_2}V_1 - p_1V_2 + \nu RT_{MIN}\right)$. Поиск экстремума $\dfrac{dA}{dV_2} = 0$ приводит к соотношению $\dfrac{dA}{dV_2} = \dfrac{\nu RT_{MAX}}{V_2^2}V_1 - p_1 = 0$. С учетом $p_2 = \dfrac{\nu RT_{MAX}}{V_2}$ получаем равенство $\dfrac{dA}{dV_2} = p_2\dfrac{V_1}{V_2} - p_1 = 0$, т.е. $\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{V_2}{V_1}$ или $\dfrac{p_2}{V_2} = \dfrac{p_1}{V_1}$. Т.о. точки 1 и 2 лежат на одной прямой $p = \alpha V$, т.е. $p_1 = \alpha V_1$, $p_2 = \alpha V_2$. Из $\dfrac{p_1^2}{\alpha} = \nu RT_{MIN}$ и $\dfrac{p_2^2}{\alpha} = \nu RT_{MAX}$ получаем $\dfrac{p_{MAX}}{p_{MIN}} = \sqrt{\dfrac{T_{MAX}}{T_{MIN}}}$.

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{C_o = \dfrac{2}{3}\dfrac{\varepsilon_o S}{d}}$.

Образовавшийся сложный конденсатор (рис.1) можно рассматривать как батарею из трех конденсаторов одинаковой емкости $\boxed{C_o = \dfrac{\varepsilon_o S}{d}}$: конденсатор I (пластины 2 и 3) , конденсатор II (пластины 1 и 2) и конденсатор III (пластины 3 и 4). Конденсаторы I и II соединены параллельно: пластины 1 и 3 имеют равные потенциалы (т.к. они соединены проводником), а пластина 2 у них общая; конденсатор III присоединен к этой паре последовательно. По эквивалентной схеме соединения (рис. 2) находим ёмкость сложного конденсатора

$$\boxed{C_o = \frac{1}{\dfrac{1}{2C_o} + \dfrac{1}{C_o}} = \frac{2}{3}C_o = \frac{2}{3}\frac{\varepsilon_o S}{d}.}$$

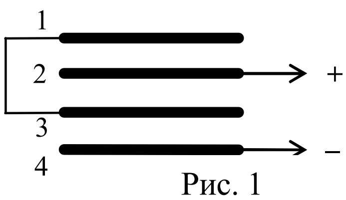


Рис. 1

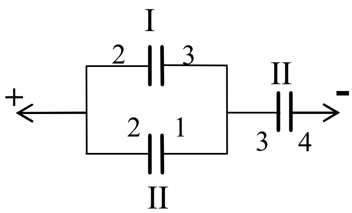
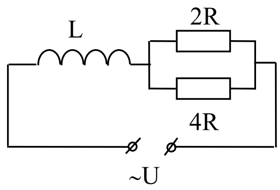


Рис. 2

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{R = \frac{3}{4}\omega \cdot L}$.

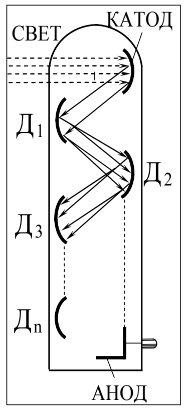


1) Тепловая мощность, выделяющаяся в цепи переменного тока $P = I^2{}_D R_{\sum}$, где $I_D = \frac{I_o}{\sqrt{2}}$ - действующее значение тока , а $R_{\sum}$ – активное сопротивление цепи. Следовательно, $P = \frac{U_o{}^2 R_{\sum}}{2\left(R^2{}_{\sum} + \omega^2 L\right)}$.

Исследуя последнее выражение на экстремум, находим, что максимальная мощность в цепи выделяется при $R_{\sum} = \omega \cdot L$. Так как $R_{\sum} = \frac{4}{3}R$, то $R = \frac{3}{4}\omega \cdot L$.

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{I = N \cdot k_1 \cdot (k_2)^n \cdot e = 16 \ \text{мА}}$



1) Число фотонов, излучаемых лазером в 1 секунду

$$N = \frac{P}{h\nu} = \frac{P\lambda}{hc};$$

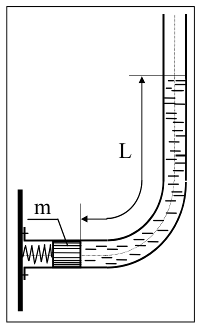
2) Величина анодного тока $I = N \cdot k_1 \cdot (k_2)^n \cdot e = \frac{e \cdot P \cdot \lambda \cdot k_1 \cdot (k_2)^n}{hc}$.

Подставив числовые значения, получим

$$I = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-1}}{6{,}625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}} 4^{6} = 0{,}403 \cdot 10^{-5} \cdot 4{,}096 \cdot 10^{3} = 1{,}6 \cdot 10^{-2} \approx 0{,}016 \ A \approx 16 \ \text{мА}$$

З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k + \rho g S}{m + \rho S L}}}$.



Масса колебательной системы (поршень и водяной столб) равна $m + \rho SL$.

«Жесткость» колебательной системы $k_{\text{сист}} = k + k_1$. Где $\boxed{k_1 = \frac{\rho g S x}{x}}$ – изменение усилия на поршень, отнесенное к единице перемещения столба жидкости, являющееся следствием изменения силы давления при колебаниях.

x- смещение уровня жидкости в трубе от положения равновесия, равное смещению поршня.

Период колебаний поршня равен $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \rho SL}{k + \rho g S}}}$. Тогда $\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k + \rho g S}{m + \rho S L}}}$.

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{T = \frac{FpS \ \mu_П}{81 \, m^2 R}}$.

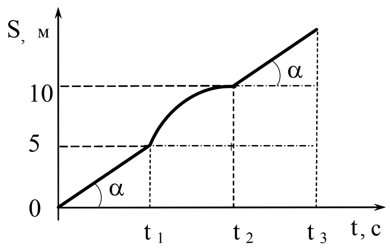
При сгорании в одну секунду массы m водорода получается масса $m_1 = \nu\mu_П = \frac{18}{2}m = 9m$ водяного пара. Если площадь сечения выходного отверстия сопла двигателя равна S, а скорость газа, выходящего из сопла равна υ, то объём пара, выбрасываемого из сопла двигателя за 1 с, равен $V = \upsilon \cdot S$.

Масса этого объёма пара равна $m_1 = \rho\upsilon S$, где ρ -плотность пара. Отсюда $\upsilon = \frac{m_1}{\rho S} = \frac{9m}{\rho S}$.

Из уравнения Клапейрона-Менделеева $pV = \frac{m_1}{\mu_П} RT$ или $p\upsilon S = \frac{m_1}{\mu_П} RT$; $p\frac{m_1}{\rho S} S = \frac{m_1}{\mu_П} RT$; $p\mu_П = \rho RT$; откуда $\rho = \frac{p\mu_П}{RT}$. За время Δt из сопла ракеты выбрасывается масса пара $m_1 \Delta t$ с импульсом $m_1 \Delta t \cdot \upsilon$, тогда на газ действует сила $F_1 = \frac{m_1 \Delta t \cdot \upsilon}{\Delta t} = m_1 \cdot \upsilon$. Такая же по модулю сила, но направленная в противоположную сторону, действует на двигатель. Полная сила, действующая на двигатель (сила тяги двигателя), равна сумме реактивной силы -- F_1 и силы статического давления $F_2 = p \cdot S$, т.е. $F = m_1\upsilon + p \cdot S \approx \rho \upsilon^2 S = \frac{81 m^2 RT}{pS\mu_П}$. Так как давление газа, выходящего из сопла, мало, то второй член в выражении для силы тяги мал и при расчётах им можно пренебречь.. Из последней формулы $F = \frac{81 m^2 RT}{pS\mu_П}$ найдём абсолютную температуру Т продуктов сгорания в сечении S: $T = \frac{FpS\ \mu_П}{81\ m^2 R}$.

РЕШЕНИЯ ТИПОВОГО ВАРИАНТА ЗАДАНИЯ

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)



З А Д А Ч А 2. (8 баллов

Ответ: $\boxed{\eta = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)} = 0{,}74}$

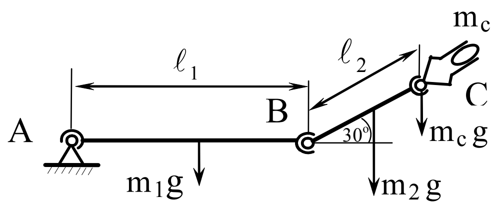
$\boxed{\eta = \dfrac{I \cdot R}{I \cdot (R + r)}}$, где $\boxed{R = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{F = \rho \pi \dfrac{D^2}{4} L(g + a) = 2{,}54 кН}$

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{M_A = 511 \quad Нм}$ $\boxed{M_B = 117 \quad Нм}$.



Чтобы робот манипулятор находился в равновесии, необходимо равенство нулю суммы моментов всех сил, действующих на звенья манипулятора.

$\sum \mathrm{M}_{\mathrm{A}}(F_i) = 0$.

$$.M_A = m_1 g \frac{\ell_1}{2} + m_2 g\left(\ell_1 + \frac{\ell_2}{2}\cos\alpha\right) + m_C g(\ell_1 + \ell_2 \cos\alpha)$$

$$M_A = 9{,}8\left[35 \cdot \frac{0{,}7}{2} + 25\left(0{,}7 + \frac{0{,}5}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 15\left(0{,}7 + 0{,}5\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]; \qquad M_A = 511 \;\; Нм$$

$$= 9{,}8(12{,}25 + 22{,}9 + 16{,}99) = 9{,}8 \cdot 52{,}14 = 511 Нм$$

$\sum \mathrm{M}_{\mathrm{B}}(F_i) = 0$. $\quad .M_B = m_2 g \dfrac{\ell_2}{2}\cos\alpha + m_C g \ell_2 \cos\alpha$

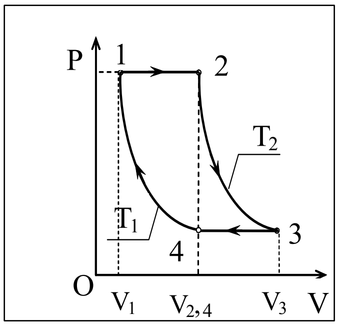
$$M_B = g\ell_2 \cos\alpha\left(\frac{1}{2}m_2 + m_c\right) = 9{,}8 \cdot 0{,}5\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{2}25 + 15\right) = 117 Нм; \qquad M_B = 117 Нм$$

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\mathrm{V}_A = \dfrac{m_A}{\mu_A} \cdot \dfrac{RT}{P_o} = 31 \cdot 10^{-3} \;\; м^3}$.

При температуре $t = 100\ ^oC$ насыщенный пар воды имеет давление $P_o = 10^5$ Па. 1 моль газа при таком давлении и температуре $t_o = 0\ ^oC$ занимает объем $V_o = 22{,}4$ дм^3, а при температуре $t = 100\ ^oC$ - ещё больший объем. Объем всего сосуда по условию задачи
$V = 40$ дм^3; а количество воды равно 2 моль, следовательно, вся вода испариться не может. Наряду с остатком воды в левой части сосуда будет её насыщенный пар. Давление окажется равным P_o. Таким же будет и давление в правой части цилиндра, занимаемой азотом. Занимаемый азотом объем $\mathrm{V}_A = \dfrac{m_A}{\mu_A} \cdot \dfrac{RT}{P_o} = \dfrac{0{,}028}{0{,}028} \cdot \dfrac{8{,}31 \cdot 373}{10^5} = 31 \cdot 10^{-3} \;\; м^3$.

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{\dfrac{T_3}{T_1}=\sqrt{2}}$

Так как. для изобары T пропорциональна V, то , используя обозначения, приведенные на рисунке, запишем:

Для изобары 1–2, $\dfrac{T_2}{T_1}=\dfrac{V_{2,4}}{V_1}$ (1) Для изобары 3–4, $\dfrac{T_2}{T_1}=\dfrac{V_3}{V_{2,4}}$ (2)

Перемножив (1) и (2), получим $\dfrac{T_2}{T_1}=\sqrt{\dfrac{V_3}{V_1}}$

Т.к. $\dfrac{T_2}{T_1}=\dfrac{T_3}{T_1}$, то $\dfrac{T_3}{T_1}=\sqrt{\dfrac{V_3}{V_1}}=\sqrt{2}$

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{t=n\cdot T}$

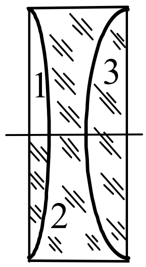
Когда на груз начинает действовать постоянная сила, он будет совершать колебания около нового положения равновесия.. Груз останется после прекращения действия силы неподвижным, если $t=n\cdot T$ (n =1, 2, 3,), где период колебаний груза $T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}=0{,}21\ c$.

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ**:** Сила Ампера препятствует движению контура.

З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ**:** $\boxed{D_2=-5\text{ дптр.}}$



Линзы 1 , 2 и 3 образуют плоскую стеклянную пластину, оптическая сила которой равна нулю

$$D = D_1 + D_2 + D_3 = 0,$$

где D_1-оптическая сила 1 –ой линзы,

D_2-оптическая сила 2-ой линзы,

D_3 –оптическая сила 3 –ей линзы.

Кроме того, $D_1 + D_2 = -2$ дптр., а

$D_2 + D_3 = -3$ дптр.

Решив систему из трех уравнений с тремя неизвестными, получим $D_2 = -5$ дптр.

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{h=z_1=-\dfrac{\varepsilon_O(\varepsilon-1)\ U^2}{2d^2\rho g}}$

Любая замкнутая система стремится прийти в состояние, при котором она обладает минимумом энергии. Пусть в стационарном состоянии высота подъема уровня диэлектрической жидкости равна h. Полная энергия системы включает в себя энергию поднятой жидкости $W_ж$ и энергию источника постоянного напряжения $W_И$.

1) Емкость конденсатора равна сумме емкостей конденсатора высотой z , заполненного диэлектрической жидкостью, и пустого конденсатора высотой (H–z).

$$\boxed{C=\frac{\varepsilon\varepsilon_o Lh}{d}+\frac{\varepsilon_o L(H-я)}{d}=\frac{\varepsilon_o L}{d}(H+(\varepsilon-1)z)},$$

Где H- высота пластин конденсатора, L – их длина.

2) Электрическая энергия, запасенная в таком конденсаторе, составляет $\boxed{W_K = \frac{CU^2}{2} == \frac{\varepsilon_o L U^2}{2d}(H + (\varepsilon - 1)z)}$

3) Потенциальная энергия поднятой жидкости равна $\boxed{W_Ж = \frac{\rho L d g z^2}{2}}$. За нулевой уровень отсчета принят уровень z= 0.

4) Энергия источника: Пусть W_O-исходная энергия источника. В момент, когда емкость между пластинами конденсатора равна C, на них находится заряд Q = CU. Следовательно, источник истратил часть своей энергии, равную совершенной работе A = QU = CU^2 . Тогда оставшаяся энергия источника $\boxed{W_И = W_O - CU^2 = W_O - \frac{\varepsilon_O \; LU^2}{d}(H + (\varepsilon - 1)z)}$.

5) Полная энергия системы равна

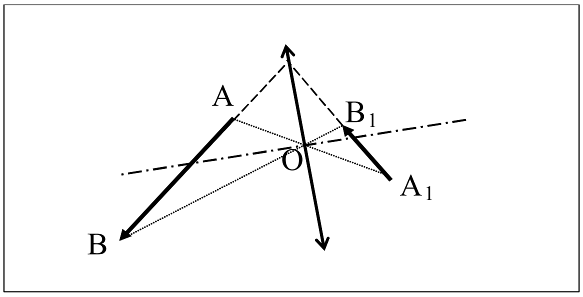
$$\boxed{W(z) = W_K + W_И + W_Ж = W_O - \frac{\varepsilon_O \; LU^2}{2d}(H + (\varepsilon - 1)z) + \frac{\rho L d g z^2}{2}}.$$

6). Продифференцируем это выражение по z и приравняем нулю

$$\boxed{\frac{dW(z)}{dz} = -\frac{\varepsilon_O(\varepsilon - 1) \; LU^2}{2d} + \rho L d g z = 0}$$

Отсюда следует, что полная энергия нашей электромеханической системы будет минимальна при высоте жидкости $\boxed{z_1 = \frac{\varepsilon_O(\varepsilon - 1) \; U^2}{2d^2 \rho g}}$

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 1



З А Д А Ч А 1. (4 балла)

З А Д А Ч А 2. (4 баллов)

Ответ: $\boxed{L = 5{,}2\ \text{м}}$.

$L = \upsilon \cdot \Delta t$ в лабораторной системе отсчета.

$\boxed{\Delta t = \dfrac{\Delta t_o}{\sqrt{1-\beta^2}}}$ Откуда $1-\beta^2 = \left(\dfrac{\Delta t_o}{\Delta t}\right)^2$ Следовательно,

$$\boxed{L = c\Delta t\sqrt{1-\left(\frac{\Delta t_o}{\Delta t}\right)^2} = 3\cdot 10^8 \cdot 20\cdot 10^{-9}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{10}{20}\right)^2} = 5{,}2,\ \text{м}}$$

З А Д А Ч А 3. (5 баллов)

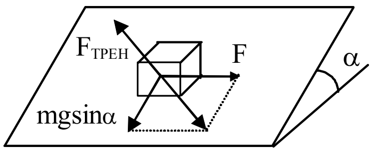
Ответ: $\boxed{S = \dfrac{\upsilon^2 \sin 2\alpha}{g(1-R)} = 25\ \text{м}}$.

Между моментом броска шарика и его первым ударом о плоскость пройдёт время $\boxed{t = \dfrac{2\upsilon \sin\alpha}{g}}$. После удара горизонтальная составляющая скорости шарика не изменится, а вертикальная станет равна $R\upsilon$. Значит, между первым и вторым ударами шарика о плоскость пройдёт время $t_1 = \dfrac{2R\upsilon\sin\alpha}{g}$. Рассуждая аналогично, получим, что между n-ым и (n+1)-ым ударами пройдёт время $t_n = \dfrac{2\upsilon\sin\alpha}{g}R^n$. Полное время T , в течение которого шарик будет продолжать прыгать может быть найдено, как сумма промежутков времени t_n:
$T = \sum\limits_{n=0}^{\infty} t_n = \dfrac{2\upsilon\sin\alpha}{g}\sum\limits_{n=0}^{\infty} R^n = \dfrac{2\upsilon\sin\alpha}{g}\cdot\dfrac{1}{1-R}$. Здесь мы использовали формулу для суммы геометрической прогрессии. Так как горизонтальная составляющая скорости шарика во время процесса не изменяется, то для расстояния, которое пропрыгает шарик, получим

$$S = \upsilon\cos\alpha T = \frac{\upsilon^2\sin 2\alpha}{g(1-R)} = \frac{5^2\cdot 1}{10\cdot 2\cdot(1-0{,}95)} = \frac{25}{20\cdot 0{,}05} = 25\ \text{м}$$

З А Д А Ч А 4. (4 балла)

Ответ: $\boxed{F_{\min} = mg\sqrt{(\mu\cos\alpha)^2 - \sin^2\alpha} = 3{,}4\ H}$.



Рассмотрим проекции на наклонную плоскость сил, действующих на кубик. Т.к. мы ищем предельное условие равновесия, сила трения покоя достигает максимальное значение :

$$\boxed{F_{\text{ТРЕН}} = \mu N = \mu mg\cos\alpha}$$

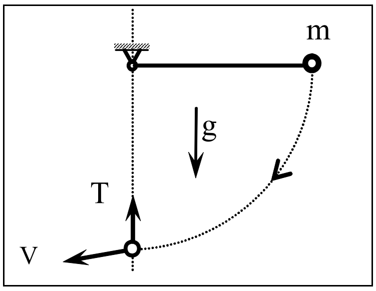
Эта сила уравновешивает равнодействующую двух взаимно-перпендикулярных сил: F и проекции силы тяжести на плоскость- mgsinα $\boxed{F^2_{\text{ТРЕН}} = F^2 + (mg\sin\alpha)^2}$.

Следовательно, $\boxed{F_{\min} = mg\sqrt{(\mu\cos\alpha)^2 - \sin^2\alpha} = 3{,}4\ H}$.

З А Д А Ч А 5. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{T = \sqrt{\mathrm{km}(2\mathrm{gL} - \mathrm{v}^2)} = 8\ \ H}$

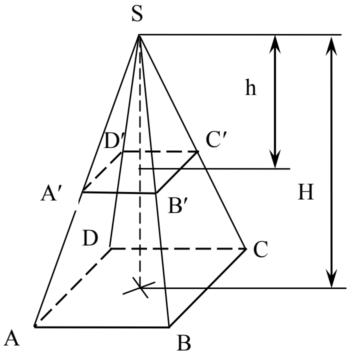
Используя закон сохранения механической энергии, запишем



$\boxed{\mathrm{mgL} = \dfrac{\mathrm{mv}^2}{2} + \dfrac{\mathrm{k}\Delta\mathrm{L}^2}{2}}$, откуда $\boxed{\Delta\mathrm{L} = \sqrt{\dfrac{2\mathrm{mgL} - \mathrm{mv}^2}{\mathrm{k}}}}$/

Сила натяжения нити равна $\boxed{T = k\Delta L = \sqrt{\mathrm{km}(2\mathrm{gL} - \mathrm{v}^2)} = 8\ \ H}$.

З А Д А Ч А 6. (5 баллов)



Ответ: $\boxed{\varphi'' = \left(1 - \dfrac{h^2}{H^2}\right)\varphi_0 = \dfrac{5}{9}\varphi_0}$.

Пусть V, V′, Q, Q′, - объёмы и заряды пирамид SABCD и SA′B′C′D′ соответственно. Так как пирамиды подобны и их заряды пропорциональны объёмам, а объёмы – кубу сходственных высот,

то $\dfrac{V}{V'} = \dfrac{Q}{Q'} = \dfrac{H^3}{h^3}$. До того, как часть исходной пирамиды

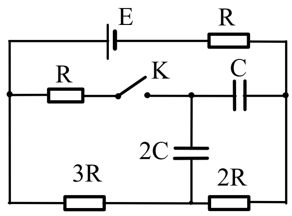
отрезали, потенциал φ_0 в точке S складывался из потенциала φ'

пирамиды SA′B′C′D′ и потенциала φ'' оставшейся части ABCDA′B′C′D′, то есть $\varphi_0 = \varphi' + \varphi''$. Потенциал, создаваемый в точке S каждой из пирамид, прямо пропорционален их заряду и обратно пропорционален их характерному линейному размеру. Поэтому

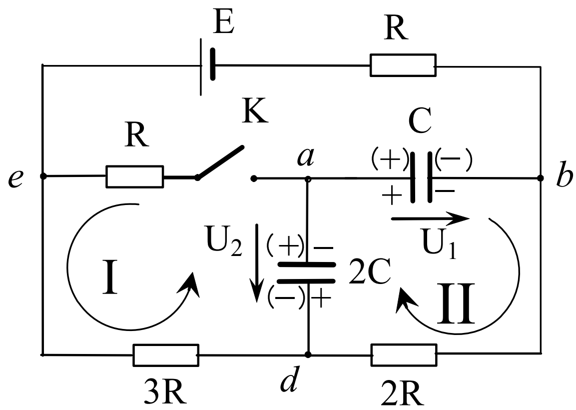
$\dfrac{\varphi_0}{\varphi'} = \dfrac{\frac{Q}{H}}{\frac{Q'}{h}} = \dfrac{H^2}{h^2}$. Из двух последних уравнений получаем: $\varphi'' = \varphi_0 - \varphi' = \left(1 - \dfrac{h^2}{H^2}\right)\varphi_0$.

При h =2/3 H, $\varphi'' = \left(1 - \dfrac{h^2}{H^2}\right)\varphi_0 = \left(1 - \dfrac{4H^2}{9 \cdot H^2}\right)\varphi_0 = \dfrac{5}{9}\varphi_0$

З А Д А Ч А 7. (5 баллов)



Ответ: $\boxed{q = \Delta q_1 + \Delta q_2 = \dfrac{11}{6}CE}$.



Сила тока при любом положении ключа остаётся неизменной, и её можно определить по второму правилу Кирхгофа при обходе по внешнему контуру: $I(3R + 2R + R) = E$. Отсюда следует $I = \dfrac{E}{6R}$.

При переключении ключа изменятся заряды на конденсаторах. Найдём эти изменения.

Обозначим заряды на конденсаторах C и 2C до замыкания ключа q_1 и q_2, а после замыкания ключа q_1' и q_2', соответственно.

До замыкания ключа:

В разомкнутом положении ключа оба конденсатора соединены последовательно и к ним приложено напряжение, равное падению напряжения на сопротивлении 2R, т.е. $U_{bd} = I \cdot 2R = \dfrac{E}{3}$.

Полярность обкладок конденсаторов указана на рисунке.

Заряды на конденсаторах C и 2C одинаковы и равны $q_1 = q_2 = q_{БАТ}$.

$$q_{БАТ} = C_{БАТ} \cdot U_{bd} = \frac{2}{3} C U_{bd} = \frac{2}{3} C \cdot I \cdot 2R = \frac{2}{3} C \cdot \frac{E}{6R} \cdot 2R = \frac{2}{9} CE.$$

После замыкания ключа К

Расставим знаки зарядов на конденсаторах, исходя из падений напряжения на сопротивлениях 3R и 2R. По второму правилу Кирхгофа

для **I контура** $adea$:

$$I \cdot 3R - U_2 = I \cdot 3R - \frac{q_2'}{2C} = 0. \quad \text{откуда } q_2' = I \cdot 3R \cdot 2C = \frac{E}{6R} 3R \cdot 2C + \frac{E}{3} C = \frac{1}{2} CE + \frac{1}{3} CE = \frac{5}{6} CE.$$

для **II контура** $abda$:

$$-I \cdot 2R + \frac{q_1'}{C} - \frac{q_2'}{2C} = 0;$$

$$q_2' = \left(-I \cdot 2R + \frac{q_1'}{C} \right) \cdot 2C = \left(-\frac{E}{6R} 2R + \frac{5E}{6} \right) \cdot 2C = 2C \left(-\frac{E}{3} + \frac{5E}{6} \right) = CE.$$

Заряды на конденсаторах стали $q_1' = \dfrac{5}{6} CE$; $q_2' = CE$.

Изменения зарядов на конденсаторах (знаки зарядов поменялись на противоположные):

$$\Delta q_1 = q_1' - q_1 = \frac{5}{6} CE - \frac{2}{9} CE = \frac{11}{18} CE.$$

$$\Delta q_2 = q_2' + q_2 = CE + \frac{2}{9} CE = \frac{11}{9} CE.$$

Заряд, который потечёт через ключ, $q = \Delta q_1 + \Delta q_2 = \dfrac{11}{18} CE + \dfrac{11}{9} CE = \dfrac{11}{6} CE$.

З А Д А Ч А 8. (5 баллов)

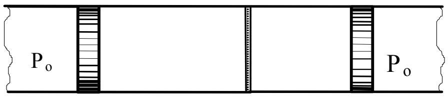
Ответ: $\boxed{B = \dfrac{\sqrt{2AL}}{\pi R^2}}$

Т.к. сопротивление кольца равно нулю, то суммарная электродвижущая сила в нем должна быть равна нулю. Иначе сила тока, согласно закону Ома, станет бесконечно большой. Следовательно, изменение магнитного потока внешнего магнитного поля равно по модулю и противоположно по знаку изменению магнитного потока, созданного индукционным током: $\boxed{\Delta\Phi = L\Delta I}$. Учитывая, что поток меняется от 0 до $\pi R^2 B$, а индукционный ток меняется при этом от 0 до I, получим $\pi R^2 B = L \cdot I$. Отсюда $I = \dfrac{\pi R^2 B}{L}$. Кольцо с таким током обладает энергией $W = \dfrac{L \cdot I^2}{2} = \dfrac{\pi^2 R^4 B^2}{2L}$. Эта энергия равна работе, совершенной при повороте кольца, A = W, т.е. $A = \dfrac{\pi^2 R^4 B^2}{2L}$. Из последнего равенства найдем $B = \dfrac{\sqrt{2AL}}{\pi R^2}$.

З А Д А Ч А 9. (6 баллов)

Ответ: $\boxed{V = \frac{2}{3}\frac{RT}{p_o} \approx 20{,}6 \cdot 10^{-3}\, м^3}$

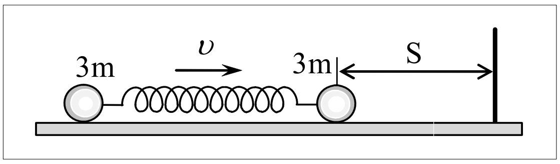
Из условия равенства давлений слева и справа от перегородки, и равенства парциальных давлений водорода, следует, что объёмы, занимаемые азотом и водяным паром, будут пропорциональны их количествам. Количества водорода, находящиеся в разных частях сосуда, пропорциональны их объёмам . Итак, слева от перегородки находятся $\frac{1}{2}$ моль азота и $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ моль водорода, всего $\frac{2}{3}$ моль при температуре T = 373K и давлении $P_o = 10^5$ Па. Искомый объём левой части сосуда $V = \frac{2}{3}\frac{RT}{p_o} \approx 20{,}6 \cdot 10^{-3}\, м^3$



З А Д А Ч А 10. (6 баллов)

Ответ: $\boxed{\Delta T = \frac{T}{2} + \frac{2S}{\upsilon} = \pi\sqrt{\frac{3m}{2k}} + \frac{2S}{\upsilon}}$.

С момента *первого* удара шарика о стенку в течение полупериода происходит сжатие и возвращение пружины в недеформированное состояние. Затем происходит *второй* удар, после чего шарики начинают двигаться в обратном направлении с постоянной скоростью υ .

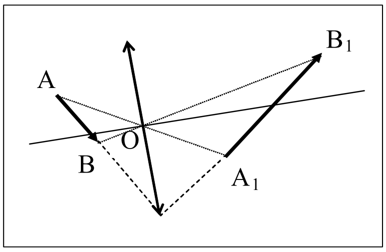


Период $T = 2\pi\sqrt{\frac{3m \cdot 3m}{(3m+3m)k}} = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{2k}}$;

$$\boxed{\Delta T = \frac{T}{2} + \frac{2S}{\upsilon} = \pi\sqrt{\frac{3m}{2k}} + \frac{2S}{\upsilon}}.$$

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 3

З А Д А Ч А 1. (4 балла)



З А Д А Ч А 2. (4 балла)

Ответ: $\boxed{\upsilon = 2{,}8 \cdot 10^8 \ м/с}$.

$\boxed{E_{кин} = 2m_oc^2}$ $\boxed{2m_oc^2 = mc^2 - m_oc^2}$ $\boxed{3m_oc^2 = mc^2}$

Т.к. $\boxed{m = \dfrac{m_o}{\sqrt{1-\beta^2}}}$, то $\boxed{3m_oc^2 = \dfrac{m_o}{\sqrt{1-\beta^2}}c^2}$ $\boxed{1-\beta^2 = \dfrac{1}{9}}$ $\boxed{\upsilon = c\dfrac{\sqrt{8}}{3} = \dfrac{2}{3}c\sqrt{2} = 2{,}8 \cdot 10^8 \ м/с}$.

З А Д А Ч А 3. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{S = \dfrac{\upsilon^2 \sin 2\alpha}{g(1-R)} \approx 10 м}$.

Между моментом броска шарика и его первым ударом о плоскость пройдёт время $\boxed{t = \dfrac{2\upsilon \sin \alpha}{g}}$. После удара горизонтальная составляющая скорости шарика не изменится, а вертикальная станет равна $R\upsilon$. Значит, между первым и вторым ударами шарика о плоскость пройдёт время $t_1 = \dfrac{2R\upsilon \sin \alpha}{g}$. Рассуждая аналогично, получим, что между n-ым и (n+1)-ым ударами пройдёт время $t_n = \dfrac{2\upsilon \sin \alpha}{g} R^n$. Полное время T , в течение которого шарик будет продолжать прыгать, может быть найдено, как сумма промежутков времени t_n: $T = \sum\limits_{n=0}^{\infty} t_n = \dfrac{2\upsilon \sin \alpha}{g} \sum\limits_{n=0}^{\infty} R^n = \dfrac{2\upsilon \sin \alpha}{g} \cdot \dfrac{1}{1-R}$. Здесь мы использовали формулу для суммы геометрической прогрессии. Так как горизонтальная составляющая скорости шарика во время процесса не изменяется, то для расстояния, которое пропрыгает шарик, получим

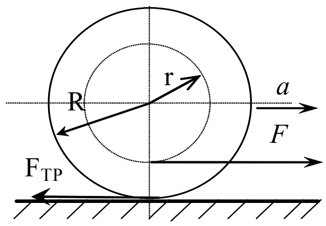
$$S = \upsilon \cos \alpha T = \frac{\upsilon^2 \sin 2\alpha}{g(1-R)} = \frac{1^2 \cdot 1}{10 \cdot \cdot (1-0{,}99)} = \frac{1}{10 \cdot 0{,}01} \approx 10 \ м \ .$$

З А Д А Ч А 4. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{\mu = \dfrac{r}{(R-r)} \cdot \dfrac{a}{g}}$.

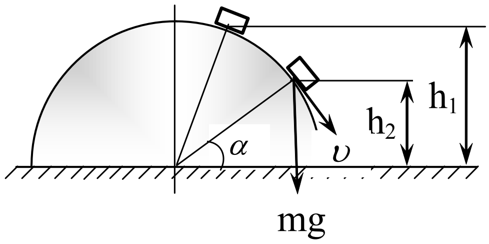
Катушка не будет вращаться, если момент сил трения относительно центра масс будет равен моменту силы F, приводящей катушку в движение, т.е. если $F_{ТРЕН} R = Fr$ (1)

$F_{ТРЕН} = \mu mg$ (2) , а $F = \mu mg + ma$, (3)
где m- масса катушки



Подставив (2) и (3) в (1) , найдем μ $\mu = \dfrac{r}{(R-r)} \dfrac{a}{g}$.

З А Д А Ч А 5. (5 баллов)



Ответ: $\boxed{A_{TP} = mg\left(\frac{3}{2}h_2 - h_1\right) \approx -1{,}1\cdot 10^{-2}\ Дж}$.

1) В момент отрыва шайбы от поверхности полусферы
в соответствии со вторым законом Ньютона

$\frac{m\upsilon^2}{R} = mg\sin\alpha$, где $\sin\alpha = \frac{h_2}{R}$. Тогда $\frac{m\upsilon^2}{R} = mg\frac{h_2}{R}$ и $\upsilon^2 = gh_2$.

2) Согласно закону сохранения энергии $\Delta W_{КИН} = mg(h_1 - h_2) + A_{TP}$, где $\Delta W_{КИН} = \frac{m\upsilon^2}{2} = 0$

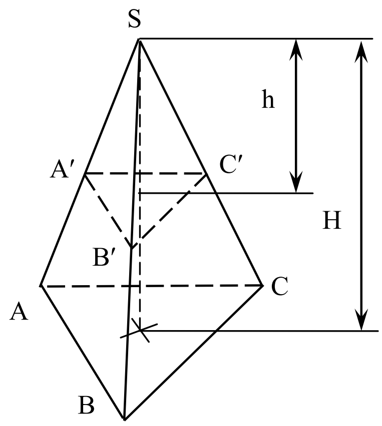
$$A_{TP} = \frac{m\upsilon^2}{2} - mg(h_1 - h_2) = \frac{m}{2}gh_2 - mg(h_1 - h_2) = mg\left(\frac{3}{2}h_2 - h_1\right) = 5\cdot 10^{-3}\cdot 10\left(\frac{3}{2}\cdot 0{,}25 - 0{,}6\right) =$$

$$= 5\cdot(-0{,}225)\cdot 10^{-2} \approx -1{,}1\cdot 10^{-2}\ Дж$$

$$A_{TP} = mg\left(\frac{3}{2}h_2 - h_1\right) \approx -1{,}1\cdot 10^{-2}\ Дж$$

З А Д А Ч А 6. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{\varphi'' = \left(1 - \frac{h^2}{H^2}\right)\varphi_0 = \frac{15}{16}\varphi_0}$.

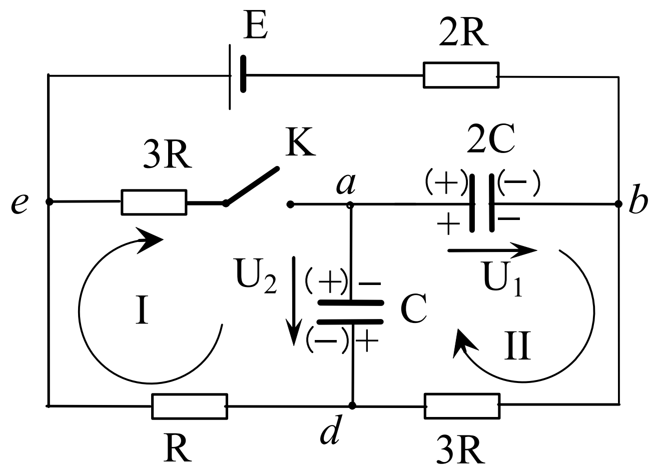


Пусть V, V′, Q, Q′, - объёмы и заряды пирамид SABCD и SA′B′C′D′ соответственно. Так как пирамиды подобны и их заряды пропорциональны объёмам, а объёмы – кубу сходственных высот, то $\frac{V}{V'} = \frac{Q}{Q'} = \frac{H^3}{h^3}$. До того, как часть исходной пирамиды отрезали, потенциал φ_0 в точке S складывался из потенциала φ' пирамиды SA′B′C′D′ и потенциала φ'' оставшейся части ABCDA′B′C′D′, то есть $\varphi_0 = \varphi' + \varphi''$. Потенциал, создаваемый в точке S каждой из пирамид, прямо пропорционален их заряду и обратно пропорционален их характерному линейному размеру. Поэтому $\frac{\varphi_0}{\varphi'} = \frac{\frac{Q}{H}}{\frac{Q'}{h}} = \frac{H^2}{h^2}$. Из двух последних уравнений получаем: $\varphi'' = \varphi_0 - \varphi' = \left(1 - \frac{h^2}{H^2}\right)\varphi_0$.

При h =H/4, $\varphi'' = \left(1 - \frac{h^2}{H^2}\right)\varphi_0 = \left(1 - \frac{H^2}{16\cdot H^2}\right)\varphi_0 = \frac{15}{16}\varphi_0$.

З А Д А Ч А 7. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{q = \Delta q_1 + \Delta q_2 = \frac{3}{2}CE}$.



Сила тока при любом положении ключа остаётся неизменной, и её можно определить по второму правилу Кирхгофа при обходе по внешнему контуру: $I(3R + 2R + R) = E$.

Отсюда следует $I = \frac{E}{6R}$.

При переключении ключа изменятся заряды на конденсаторах. Найдём эти изменения.

Обозначим заряды на конденсаторах C и 2C до замыкания ключа q_1 и q_2, а после замыкания ключа q_1' и q_2', соответственно.

До замыкания ключа:

В разомкнутом положении ключа оба конденсатора соединены последовательно и к ним приложено напряжение, равное падению напряжения на сопротивлении 3R, т.е. $U = I \cdot 3R = \frac{E}{2}$.

Полярность обкладок конденсаторов указана на рисунке.

Заряды на конденсаторах C и 2C одинаковы и составляют $q_1 = q_2 = q_{БАТ}$.

$$q_{БАТ} = \frac{2}{3}C \cdot I \cdot 3R = \frac{2}{3}C \cdot \frac{E}{6R} \cdot 3R = \frac{1}{3}CE .$$

После замыкания ключа K уравнения Кирхгофа:

Для **I участка** $adea$: $\quad I \cdot R - \frac{q_1'}{C} = 0$. откуда $q_1' = I \cdot R \cdot C = \frac{E}{6R} R \cdot C = \frac{1}{6}CE$.

Для **II участка** $abda$:

$$I \cdot 3R + \frac{q_1'}{C} - \frac{q_2'}{2C} = 0; \quad q_2' = \left(I \cdot 3R + \frac{q_1'}{C} \right) \cdot 2C = \left(\frac{E}{6R}3R + \frac{E}{6} \right) \cdot 2C = 2C\left(\frac{E}{2} + \frac{E}{6} \right) = \frac{4}{3}CE .$$

Заряды на конденсаторах стали $q_1' = \frac{1}{6}CE$; $\quad q_2' = \frac{4}{3}CE$.

Знаки зарядов на конденсаторе C поменялись на противоположные (на схеме указаны в скобках):

$$\Delta q_1 = q_1' + q_1 = \frac{1}{6}CE + \frac{1}{3}CE = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} \right)CE = \frac{1}{2}CE .$$

$$\Delta q_2 = q_2' - q_2 = \frac{4}{3}CE - \frac{1}{3}CE = CE .$$

Заряд, который потечёт через ключ, $q = \Delta q_1 + \Delta q_2 = \frac{1}{2}CE + CE = \frac{3}{2}CE$.

З А Д А Ч А 8. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{L = \dfrac{\pi^2 R^4 B^2}{2A}}$.

Т.к. сопротивление кольца равно нулю, то суммарная электродвижущая сила в нем должна быть равна нулю. Иначе сила тока , согласно закону Ома, станет бесконечно большой. Следовательно, изменение магнитного потока внешнего магнитного поля равно по модулю и противоположно по знаку изменению магнитного потока, созданного индукционным током: $\boxed{\Delta\Phi = L\Delta I}$. Учитывая, что поток меняется от 0 до $\pi R^2 B$, а индукционный ток меняется при этом от 0 до I, получим $\pi R^2 B = L \cdot I$.

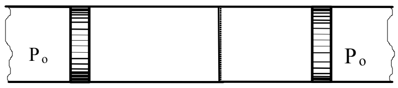
Отсюда $I = \dfrac{\pi R^2 B}{L}$. Кольцо с таким током обладает энергией $W = \dfrac{L \cdot I^2}{2} = \dfrac{\pi^2 R^4 B^2}{2L}$.

Эта энергия равна работе, совершенной при повороте кольца, $A = W$, т.е. $A = \dfrac{\pi^2 R^4 B^2}{2L}$.

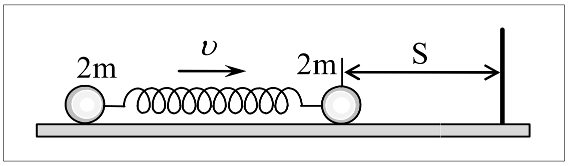
Из последнего равенства найдем $L = \dfrac{\pi^2 R^4 B^2}{2A}$.

З А Д А Ч А 9. (6 баллов)

Ответ: $\boxed{V = \dfrac{4}{3}\dfrac{RT}{p_o} \approx 41{,}2 \cdot 10^{-3}\, м^3}$.



Из условия равенства давлений слева и справа от перегородки, и равенства парциальных давлений гелия, следует, что объёмы, занимаемые кислородом и водяным паром, будут пропорциональны их количествам. Количества гелия, находящиеся в разных частях сосуда, пропорциональны их объёмам . Итак, справа от перегородки находятся один моль паров воды и $\dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{3}$ моль гелия, всего $\dfrac{4}{3}$ моль при температуре T = 373K и давлении $P_o = 10^5$ Па. Искомый объём правой части сосуда $\boxed{V = \dfrac{4}{3}\dfrac{RT}{p_o} \approx 41{,}2 \cdot 10^{-3}\, м^3}$.



З А Д А Ч А 10. (6 баллов)

Ответ: $\boxed{\Delta T = \dfrac{T}{2} + \dfrac{2S}{\upsilon} = \pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} + \dfrac{2S}{\upsilon}}$.

С момента *первого* удара шарика о стенку в течение полупериода происходит сжатие и возвращение пружины в недеформированное состояние. Затем происходит *второй* удар, после чего шарики начинают двигаться в обратном направлении с постоянной скоростью υ.

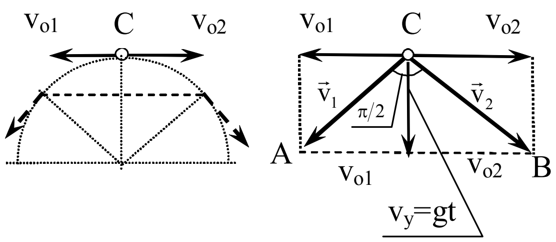
Период $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2m \cdot 2m}{(2m + 2m)k}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$; $\Delta T = \dfrac{T}{2} + \dfrac{2S}{\upsilon} = \pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} + \dfrac{2S}{\upsilon}$.

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 5

З А Д А Ч А 1. (4 балла)

Ответ: $\boxed{L = \dfrac{(v_1 + v_2)\sqrt{v_1 v_2}}{g} = 2{,}5 \text{ м}}$.

Падая, обе частицы, находятся в одной горизонтальной плоскости, на одной высоте, определяемой составляющей $\boxed{v_y = gt}$. Расстояние между частицами L определяется горизонтальными составляющими скоростей, т.е. начальными скоростями v_{o1} и v_{o2}, и временем падения частиц t до момента, когда скорость $\vec{v}_1$ станет перпендикулярной скорости $\vec{v}_2$. Время падения частиц находим из треугольников скоростей. Треугольник ABC - прямоугольный

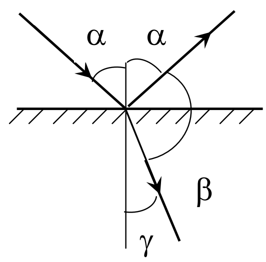


$v_{o1} \cdot v_{o2} = (gt)^2$, отсюда $t = \dfrac{\sqrt{v_{01} \cdot v_{o2}}}{g}$ (1) $L = (v_{01} + v_{02})t$ (2) Подставив (1) в (2), получим

$$L = \frac{(v_{01} + v_{02})\sqrt{v_{01} \cdot v_{02}}}{g} = \frac{(3+4)\sqrt{3 \cdot 4}}{9{,}8} \approx 2{,}5 \text{ м}.$$

З А Д А Ч А 2. (4 балла)

Ответ: $\boxed{\alpha = arctg 1{,}5}$.



Из рисунка видно, что $\boxed{\alpha + \beta + \gamma = \pi}$, откуда $\boxed{\gamma = \pi - \beta - \alpha}$ $\boxed{\gamma = \dfrac{\pi}{2} - \alpha}$ (1)

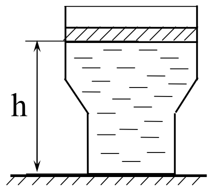
По закону преломления света, $\boxed{\dfrac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n}$. (2)

Учитывая, что $\gamma = \dfrac{\pi}{2} - \alpha$, находим $\boxed{\sin\gamma = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha}$. Тогда

выражение (2) можно привести к виду $\boxed{\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = tg\alpha = n}$. Откуда $\alpha = arctg\ n = arctg 1{,}5$.

З А Д А Ч А 3. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{F_2 = \left(\dfrac{F_1}{S_1} + \rho g h\right) S_2 = 100 H}$.



:Давление воды на поршень $P_1 = \dfrac{F_1}{S_1}$.

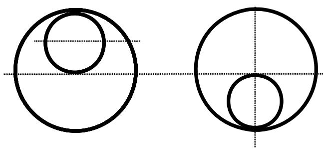
Давление воды на дно сосуда $P_2 = P_1 + \rho g h$.

Сила давления на дно сосуда

$$F_2 = P_2 \cdot S_2 = \left(\frac{F_1}{S_1} + \rho g h\right) S_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1} + \rho g h S_2 = 100 \frac{1{,}0}{2{,}0} + 10^3 \cdot 10 \cdot \cdot 0{,}5 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-2} = 100 H$$

З А Д А Ч А 4. (5 баллов)

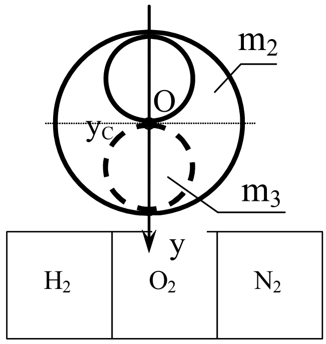
Ответ: $\boxed{A = \dfrac{mgR}{4}}$.



Масса цилиндра с отверстием равна $m_1 = \dfrac{3}{4} m$. (Массы пропорциональны соответствующим площадям сечения цилиндра). Для перекатывания цилиндра на расстояние $L = \pi R$, необходимо совершить минимальную работу $A = \dfrac{3}{4} mg \cdot \Delta y_C$, где Δy_C - перемещение центра масс цилиндра вдоль вертикальной оси y. Представляя цилиндр с отверстием как сумму двух симметричных тел с массами $m_2 = \dfrac{m}{2}$ и $m_3 = \dfrac{m}{4}$ и, взяв начало координат в центре цилиндра (в точке О) , получим: $y_C = \dfrac{m_3 \cdot \dfrac{R}{2}}{m_2 + m_3}$; то есть $y_C = \dfrac{\dfrac{m}{4} \cdot \dfrac{R}{2}}{\dfrac{3}{4}m} = \dfrac{R}{6}$.

Следовательно, $\Delta\, y_C = 2y_C = \dfrac{R}{3}$

и работа $A = \dfrac{3}{4}mg \cdot \dfrac{R}{3} = \dfrac{mgR}{4}$. $A = \dfrac{mgR}{4}$.



З А Д А Ч А 5. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{P = \dfrac{RT}{V}(\nu_B + 3\nu_K + \dfrac{3}{2}\nu_A) = 2{,}7 \cdot 10^6 \text{ Па}}$.

$$\boxed{P = P_B + P_K + P_A = \nu_B \frac{RT}{V} + \nu_K \frac{3RT}{V} + \nu_A \frac{3RT}{2V} = \frac{RT}{V}(\nu_B + 3\nu_K + \frac{3}{2}\nu_A)}$$

$$P = 8{,}31 \cdot 10^4 (15 + 3 \cdot 4 + \frac{3}{2} \cdot 4) = 2{,}7 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

З А Д А Ч А 6. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{C = 2\nu R = 8R}$.

1). Подводимая к газу теплота ΔQ идет на изменение внутренней энергии газа и изменение потенциальной энергии сжатой пружины :

$\Delta Q = \dfrac{3}{2}\nu R \Delta T + \dfrac{k}{2}(x_2{}^2 - x_1{}^2)$ (1), где $x-$величина деформации пружины; $\nu-$число молей газовой смеси; $k-$ коэффициент жёсткости пружины.

2) Состояние идеального газа описывается уравнением: $pV = \nu RT$ (2)

Из условия равновесия поршня следует, что $p = \dfrac{F}{S} = \dfrac{kx}{S}$ (3), где F –сила упругости, S – площадь поршня. Кроме того $V = xS$ (4) . Подставив (3) и (4) в левую часть уравнения (2), получим : $\dfrac{kx}{S}xS = \nu RT$. То есть $kx^2 = \nu RT$ (5).

И для двух положений поршня имеем : $kx_2{}^2 - kx_1{}^2 = \nu R\Delta T$ (6).

Подставляя (6) в (1), получим $\Delta Q = \dfrac{3}{2}\nu R\Delta T + \dfrac{1}{2}\nu R \Delta T = 2\nu R\Delta T$.

И теплоёмкость системы $C = \dfrac{\Delta Q}{\Delta T} = 2\nu R$

По условию задачи в левой половине цилиндра находятся один моль гелия и три моля аргона, то есть $\nu_{\sum} = 4$. Тогда $C = 2 \cdot 4 \cdot R = 8R$.

З А Д А Ч А 7. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{t = \dfrac{\pi}{4\omega}}$.

Кинетическая энергия материальной точки , совершающей малые колебания $W = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$,

где $\upsilon = \upsilon_m \cos(\omega \cdot t)$. (1) По условию задачи $\dfrac{W(t=\tau)}{W_m(t=0)} = \dfrac{\upsilon^2}{\upsilon^2{}_m} = \dfrac{1}{2}$ и, следовательно, $\upsilon = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\upsilon_m$.

Подставляя это выражение в (1), получим $\frac{\upsilon_m}{\sqrt{2}} = \upsilon_m \cos(\omega \cdot t)$, откуда $\cos(\omega \cdot t) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\omega \cdot t = \arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\omega \cdot t = \frac{\pi}{4}$; $t = \frac{\pi}{4\omega}$.

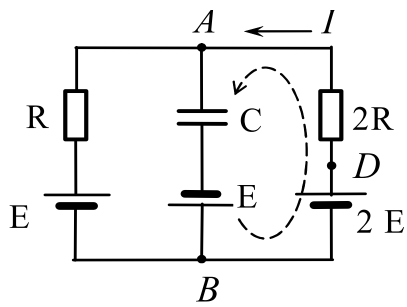
З А Д А Ч А 8. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{R = \frac{1}{qB}\sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}}$.

$h\frac{c}{\lambda} = A + \frac{m\upsilon^2}{2}$, откуда $\upsilon = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}$ (1)

$\frac{m\upsilon^2}{R} = q\upsilon B$, откуда $R = \frac{m\upsilon}{qB} = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)} = \frac{1}{qB}\sqrt{2m\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}$.

З А Д А Ч А 9. (6 баллов)



Ответ: $\boxed{q = \frac{7}{3}CE}$.

1. Ток в контуре (направление тока- против часовой стрелки)

$I = \frac{E}{3R}$ (1)

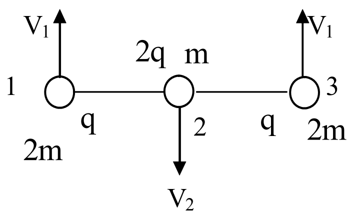
2. Для контура ABDA (Направление обхода контура показано на рисунке стрелочкой)

$U + I \cdot 2R = E + 2E$ (2), где U – напряжение на конденсаторе.

Из (2) следует $U = 3E - 2IR = 3E - 2\frac{E}{3R}R = \frac{7}{3}E$.

3. Заряд конденсатора $q = CU = \frac{7}{3}CE$.

З А Д А Ч А 10. (6 баллов)



Ответ: $\boxed{\upsilon_2 = \frac{q}{\sqrt{5mL\pi\varepsilon_o}}}$.

Из соображений симметрии и с учетом законов сохранения импульса и энергии имеем::

1) $\boxed{2 \cdot 2mv_1 = mv_2}$ (1)

2) $\boxed{2\frac{2m\upsilon_1^2}{2} + \frac{m\upsilon_2^2}{2} = \Delta W_{эл.}}$, (2)

$$W_{нач.} = W_{12} + W_{13} + W_{23} = \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_o L} + \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_o L} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L} = 5 \cdot \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}$$

$$W_{КОН.} = W_{12} + W_{13} + W_{23} = \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_o L} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o 2L} + \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_o L} = \frac{9}{2} \cdot \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}$$

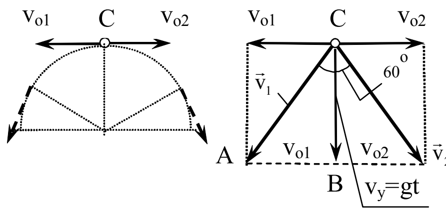
$\Delta W_{эл.} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}$ Из (1) следует: $v_1 = \frac{v_2}{4}$ Подставим в (2) , получим

$\boxed{2m\frac{v_2^2}{16} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{5}{8}mv_2^2}$ $\boxed{\frac{5}{8}mv_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L} = \frac{1}{8} \cdot \frac{q^2}{\pi\varepsilon_o L}}$, откуда $\boxed{v_2 = \frac{q}{\sqrt{5mL\pi\varepsilon_o}}}$.

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 7

З А Д А Ч А 1. (4 балла)

Ответ: $\boxed{L = \dfrac{2v_0^{\,2}\sqrt{3}}{g} \approx 5{,}6 \;\; м}$.



Падая, обе частицы, находятся в одной горизонтальной плоскости, на одной высоте, определяемой составляющей $v_y = gt$. Расстояние между частицами L определяется горизонтальными составляющими скоростей, т.е. начальными скоростями v_{o1} и v_{o2}, и временем падения частиц t до момента, когда скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. образуют угол 60°. Время падения частиц находим из треугольников скоростей , где $v_y = gt$ - Треугольник ACB - прямоугольный

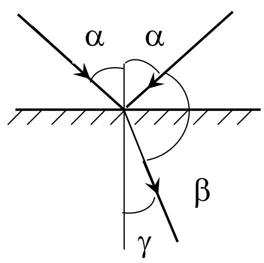
$\boxed{\dfrac{v_{o1}}{tg30^o}\cdot = gt}$, отсюда $\boxed{t = \dfrac{v_{01}}{g \cdot tg30^o}}$ (1) $L = (v_{01} + v_{02})t = 2v_o t$, (2) т.к. $v_{01} = v_{02} = v_0$

Подставив (1) в (2), получим

$$\boxed{L = 2v_0 t = 2v_0 \frac{v_0}{g \cdot tg30^o} = \frac{2v_0^{\,2}\sqrt{3}}{g} = \frac{2\cdot 4^2\sqrt{3}}{9{,}8} = 5{,}6 \;\; м}.$$

З А Д А Ч А 2. (4 балла)

Ответ: $\boxed{\dfrac{\ell_2}{\ell_1} = \dfrac{n_1}{n_2} = 1{,}61}$.



$n_1 = 2{,}42$, $n_2 = 1{,}5$

Абсолютные показатели преломления алмаза $n_1 = 2{,}42$ и стекла $n_2 = 1{,}5$ связаны со скоростями υ_1 и υ_2 распространения света в этих веществах соотношением $\boxed{\dfrac{n_1}{n_2} = \dfrac{\upsilon_2}{\upsilon_1}}$ (1)

Так как свет распространяется в однородной среде с постоянной скоростью, то $\boxed{\upsilon_1 = \dfrac{\ell_1}{t}}$, а $\boxed{\upsilon_2 = \dfrac{\ell_2}{t}}$, (2)

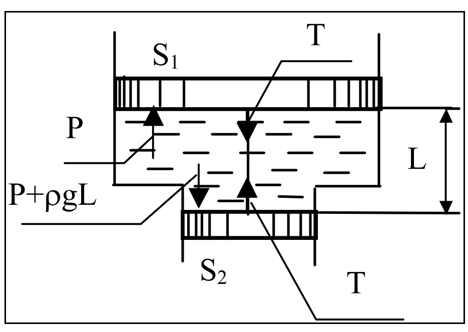
где ℓ_1 -толщина алмаза, ℓ_2 -толщина стекла., а t– время прохождения света сквозь вещество .

Разделив почленно выражения (2), получим $\boxed{\dfrac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \dfrac{\ell_2}{\ell_1}}$ (3) .

Из сравнения уравнений (1) и (2) найдём $\boxed{\dfrac{\ell_2}{\ell_1} = \dfrac{n_1}{n_2} = \dfrac{2{,}42}{1{,}5} = 1{,}61}$ **.**

З А Д А Ч А 3. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{T = \rho g L \dfrac{S_1 S_2}{S_1 - S_2} = 100H}$.



Обозначим атмосферное давление через P_o, давление воды на верхний поршень- через P. Давление воды на нижний поршень равно $P + \rho g L$, где ρ- плотность воды. Запишем условия равновесия поршней: Принять ускорение свободного падения g =10 м / с^2

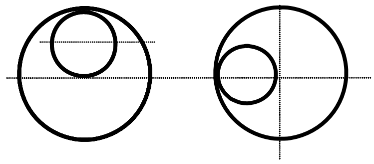
1) $P_o S_1 + T = PS_1$
2) $(P + \rho g L)S_2 = P_o S_2 + T$

Из этих соотношений находим силу натяжения проволоки

$$T = \rho g L \frac{S_1 S_2}{S_1 - S_2} = 10^3 10 \cdot 0.5 \frac{2{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-4}}{(2{,}0 - 1{,}0) \cdot 10^{-2}} = 100H$$

З А Д А Ч А 4. (5 баллов)

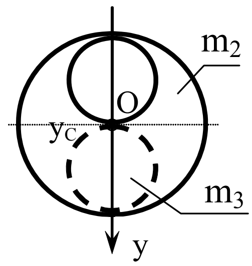
Ответ: $\boxed{A = \dfrac{mgR}{4}}$.



Масса цилиндра с отверстием равна $m_1 = \frac{3}{4} m$. (Массы пропорциональны соответствующим площадям сечения цилиндра).

Для перекатывания цилиндра на расстояние $L = \frac{3\pi R}{2}$, необходимо совершить минимальную работу $A = \frac{3}{4} mg \cdot \Delta y_C$, где $\Delta\ y_C$ - перемещение центра масс цилиндра вдоль вертикальной оси y .

Представляя цилиндр с отверстием как сумму двух симметричных тел с массами $m_2 = \frac{m}{2}$ и $m_3 = \frac{m}{4}$ и, взяв начало координат в центре цилиндра (в точке O) , получим: $y_C = \dfrac{m_3 \cdot \frac{R}{2}}{m_2 + m_3}$; т.е. $y_C = \dfrac{\frac{m}{4} \cdot \frac{R}{2}}{\frac{3}{4} m} = \frac{R}{6}$.



Следовательно, $\Delta\ y_C = 2 y_C = \frac{R}{3}$ и работа $A = \frac{3}{4} mg \cdot \frac{R}{3} = \frac{mgR}{4}$.

З А Д А Ч А 5. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{P = \frac{RT}{V}(\nu_B + 3\nu_K + \nu_A) = 1{,}25 \cdot 10^6 \text{ Па}}$

N_2	H_2	O_2

$$\boxed{P = P_B + P_K + P_A = \nu_B \frac{RT}{V} + \nu_K \frac{3RT}{V} + \nu_A \frac{RT}{V} = \frac{RT}{V}(\nu_B + 3\nu_K + \nu_A)}$$

$$P = 8{,}31 \cdot 10^4 (3 + 3 \cdot 3 + 3) = 1{,}25 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

З А Д А Ч А 6. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{C = 2\nu R = 10R}$.

1). Подводимая к газу теплота ΔQ идет на изменение внутренней энергии газа и изменение потенциальной энергии сжатой пружины :

$\Delta Q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + \frac{k}{2}(x_2^{\ 2} - x_1^{\ 2})$ (1), где $x-$ величина деформации пружины; $\nu-$ число молей газовой смеси; $k-$ коэффициент жёсткости пружины.

2) Состояние идеального газа описывается уравнением: $pV = \nu RT$ (2)

Из условия равновесия поршня следует, что $p = \frac{F}{S} = \frac{kx}{S}$ (3), где F – сила упругости, S – площадь поршня. Кроме того $V = xS$ (4) . Подставив (3) и (4) в левую часть уравнения (2), получим: $\frac{kx}{S} xS = \nu RT$. То есть $kx^2 = \nu RT$ (5).

И для двух положений поршня имеем : $kx_2^{\ 2} - kx_1^{\ 2} = \nu R \Delta T$ (6).

Подставляя (6) в (1), получим

$\Delta Q = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + \frac{1}{2}\nu R\Delta T = 2\nu R\Delta T$. И теплоёмкость системы $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = 2\nu R$.

По условию задачи в левой половине цилиндра находятся два моля неона и три моля гелия, то есть $\nu_{\sum} = 5$. Тогда $C = 2 \cdot 5 \cdot R = 10R$.

З А Д А Ч А 7. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{t = \frac{\pi}{3\omega}}$.

Импульс материальной точки, совершающей малые колебания $p = m\upsilon$, где

$\upsilon = \upsilon_m \cos(\omega \cdot t)$. (1) По условию задачи $\frac{p(t=\tau)}{p_m(t=0)} = \frac{\upsilon}{\upsilon_m} = \frac{1}{2}$ и, следовательно, $\upsilon = \frac{1}{2}\upsilon_m$.

Подставляя это выражение в (1), получим $\frac{\upsilon_m}{2} = \upsilon_m \cos(\omega \cdot t)$, откуда $\cos(\omega \cdot t) = \frac{1}{2}$;

$\omega \cdot t = \arccos\frac{1}{2}$; $\omega \cdot t = \frac{\pi}{3}$; $t = \frac{\pi}{3\omega}$.

З А Д А Ч А 8. (5 баллов)

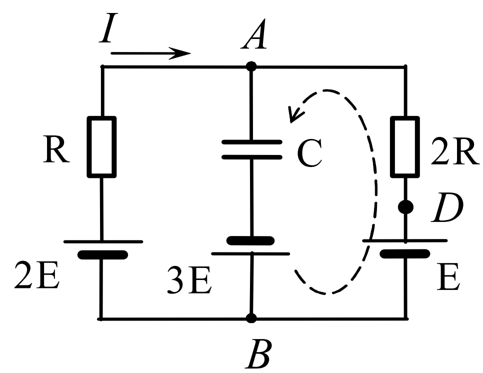
Ответ: $\boxed{B = \frac{1}{qR}\sqrt{2m(h\nu - A)}}$.

1) $h\nu = A + \frac{m\upsilon^2}{2}$, откуда $\upsilon = \sqrt{\frac{2}{m}(h\nu - A)}$ (1)

2) $\frac{m\upsilon^2}{R} = q\upsilon B$, откуда $B = \frac{m\upsilon}{qR} = \frac{m}{qR}\sqrt{\frac{2}{m}(h\nu - A)} = \frac{1}{qR}\sqrt{2m(h\nu - A)}$.

З А Д А Ч А 9. (6 баллов)

Ответ: $\boxed{q = \frac{14}{3}CE}$.



1). Ток в контуре (направление тока – по часовой стрелке)

$I = \frac{E}{3R}$ (1)

2). Для контура ABDA (Направление обхода контура показано на рисунке стрелочкой)

$U - I \cdot 2R = 3E + E$ (2),

Где U – напряжение на конденсаторе.

Из (2) следует $U = 4E + 2 \cdot IR = 4E + 2\frac{E}{3R}R = \frac{14}{3}E$.

3). Заряд конденсатора $q = CU = \frac{14}{3}CE$.

З А Д А Ч А 10. (6 баллов)

Ответ: $\boxed{H_2 = \frac{5}{2}h - \frac{3}{4}g\left(\frac{L}{\upsilon}\right)^2}$

Начальное положение центра масс находится на высоте $\boxed{h_c = \frac{mh + 2m \cdot 2h}{m + 2m} = \frac{5}{3}h}$ и его начальная скорость v направлена горизонтально.

В дальнейшем центр масс будет двигаться по параболе, характеризуемой уравнением $h = h_c - \frac{g}{2}t^2$.

Нижний шарик упадет на землю в момент времени $t = \frac{L}{\upsilon}$.

Положение центра масс в момент падения нижнего шарика на землю определяется соотношением $H_c = h_c - \frac{g}{2}t^2 = \frac{5}{3}h - \frac{g}{2}\left(\frac{L}{\upsilon}\right)^2$.

Найдем высоту, на которой будет находиться второй шарик в момент падения нижнего шарика на землю.

$H_c = \frac{m \cdot 0 + 2mH_2}{3m} = \frac{2}{3}H_2$, откуда $H_2 = \frac{3}{2}H_c = \frac{5}{2}h - \frac{3}{4}g\left(\frac{L}{\upsilon}\right)^2$