

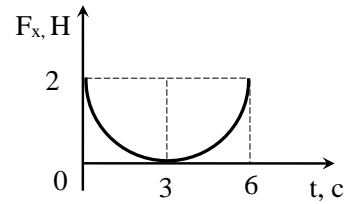
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ–2021-2022»
ПО ПРОФИЛЮ «ФИЗИКА»

11 КЛАСС

ВАРИАНТ № 5.

ЗАДАЧА 1. (10 баллов)

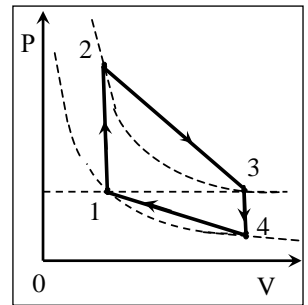
Тело массы $m = 215$ г лежит неподвижно на гладкой горизонтальной поверхности. В момент времени $t = 0$ на него начинает действовать горизонтальная сила $F_x(t)$, график которой представляет собой полуокружность. Двигаясь со скоростью v_x , вызванной действием силы, тело въезжает на шероховатую часть горизонтальной



поверхности с коэффициентом трения $\mu = 0,1$. Максимальное значение силы $F_{x \max} = 2$ Н, Время действия силы $\Delta t = 6$ с. Найдите время скольжения тела по шероховатой поверхности до его остановки. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².

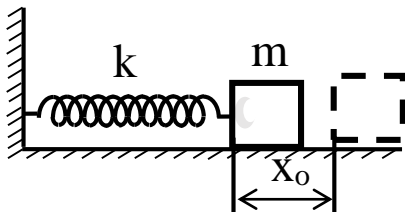
ЗАДАЧА 2. (10 баллов)

С тремя молями идеального газа проводится циклический процесс, состоящий из двух изохор 1-2 и 3-4 и двух процессов 2-3 и 4-1 с линейной зависимостью давления от объёма. Температура газа в состояниях 1 и 4 равна T , в состояниях 2 и 3 равна $2T$. Найдите работу, совершаемую газом в цикле 1-2-3-4-1, если давления в состояниях 1 и 3 равны.



ЗАДАЧА 3. (12 баллов)

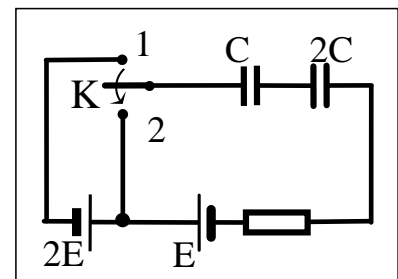
На горизонтальной плоскости с коэффициентом трения μ лежит



брусok массы m , соединенный горизонтальной недеформированной невесомой пружиной жёсткости k с вертикальной стенкой. Брусok сместили так, что пружина растянулась на x_0 , а затем отпустили. Определите число колебаний N , которое совершит брусok до остановки.

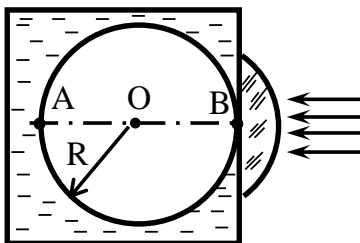
ЗАДАЧА 4. (12 баллов)

Найдите количество теплоты Q , которое выделится в цепи при переключении ключа K из положения 1 в положение 2. Параметры элементов цепи, изображённых на рисунке, считать известными.



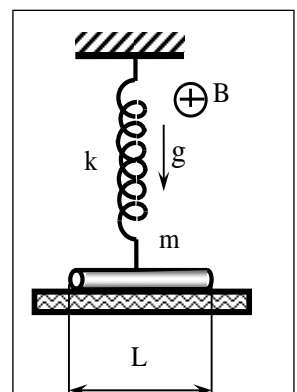
ЗАДАЧА 5. (18 баллов)

В жидкости с показателем преломления $n = 1,5$ на воздушный пузырёк, расположенный у плоской поверхности тонкой прозрачной стенки сосуда, вдоль диаметра AB пузырька падает параллельный пучок света. Диаметр пучка много меньше радиуса пузырька. Если вплотную к стенке приставить линзу с фокусным расстоянием $F_1 = 2$ см, то фокусировка света, вошедшего в пузырёк, произойдёт в центре пузырька O . Найдите фокусное расстояние линзы, которую надо поставить взамен первой линзы, чтобы свет сфокусировался в точке A ?



ЗАДАЧА 6. (18 баллов)

Однородный проводящий стержень длины L и массы m подвешен на пружине жёсткости k и лежит на горизонтальной платформе. В начальный момент пружина не деформирована. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B , линии которой расположены в горизонтальной плоскости перпендикулярно оси стержня. Платформу начинают опускать с ускорением a ($a < g$). Определите максимальное значение разности потенциалов, возникающей между концами стержня.



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ–2021-2022»
ПО ПРОФИЛЮ «ФИЗИКА»
11 КЛАСС
РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 5.

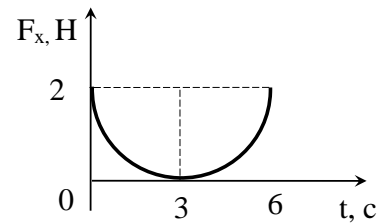
ЗАДАЧА 1. (10 баллов)

Ответ: $t = 12 \text{ с}$.

1) Импульс силы, действующей на тело, равен площади под графиком:

$$\Delta P = \left(F_{\max} \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \pi F_m \cdot \frac{\Delta t}{2} \right) = F_m \cdot \Delta t \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) = F_m \cdot \Delta t \cdot 0,215 =$$

$$= 2 \cdot 6 \cdot 0,215 = 12 \cdot 0,215 \frac{\text{кЭ} \cdot \text{М}}{\text{с}}.$$



2) Так как $\Delta P = m \cdot \Delta v$ и учитывая, что начальная скорость тела равна нулю, получаем, что скорость тела после окончания действия силы будет равна: $v = \frac{\Delta P}{m} = \frac{12 \cdot 0,215}{0,215} = 12 \text{ м./с}$.

При движении по шероховатой поверхности $m \cdot v = F_{\text{ТР}} \cdot t$, где $F_{\text{ТР}} = \mu \cdot m \cdot g$.

Откуда время скольжения тела по шероховатой поверхности до его остановки будет равно

$$t = \frac{mv}{F_{\text{ТР}}} = \frac{mv}{\mu mg} = \frac{v}{\mu g} = \frac{12}{0,1 \cdot 10} = 12 \text{ с}.$$

ЗАДАЧА 2. (10 баллов)

Ответ: $A = \frac{3}{4} \nu RT$.

Так как $\frac{V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_1} = 2$, то $\frac{P_1}{P_4} = \frac{P_2}{P_3} = \frac{V_4}{V_1} = 2$.

Введём следующие обозначения:

$$V_1 = V_2 = V; \quad V_3 = V_4 = 2V.$$

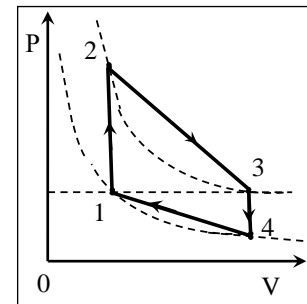
$$P_4 = P, \quad P_1 = P_3 = 2P, \quad P_2 = 4P. \text{ Тогда } 2PV = \nu RT$$

и

$$A_{2-3} = \frac{1}{2} (P_2 + P_3) (V_3 - V_2) = \frac{1}{2} (4P + 2P) (2V - V) = 3PV = \frac{3}{2} \nu RT).$$

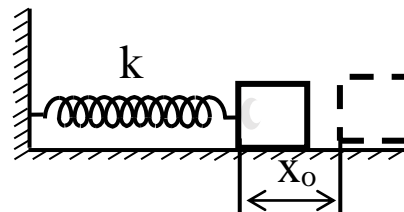
$A_{1-4} = \frac{1}{2} (2P + P)V = \frac{3}{2} PV = \frac{3}{4} \nu RT$, тогда работа, совершаемая газом в цикле, равна

$$A = A_{23} - A_{14} = 3PV - \frac{3}{2} PV = \frac{3}{2} PV = \frac{3}{4} \nu RT \quad A = \frac{3}{4} \nu RT$$



ЗАДАЧА 3. (12 баллов)

Ответ: $N = \frac{kx_0 - \mu mg}{4\mu g}$.



Пусть $x_{1/2}$ - смещение бруска влево при первом колебании.

Запишем закон сохранения энергии $\frac{kx_0^2}{2} = \frac{kx_{1/2}^2}{2} + \mu mg(x_0 + \frac{x_1}{2})$.

Отсюда $\frac{k(x_0^2 - x_1^2)}{2} = \mu mg(x_0 + \frac{x_1}{2})$;

$$\frac{k(x_0 - \frac{x_1}{2})(x_0 + x_{1/2})}{2(x_0 + \frac{x_1}{2})} = \mu mg ; \quad \frac{k(x_0 - \frac{x_1}{2})}{2} = \mu mg \quad \text{и}$$

$$k(x_0 - \frac{x_1}{2}) = 2\mu mg , \quad \text{откуда} \quad x_{\frac{1}{2}} = x_0 - \frac{2\mu mg}{k} .$$

$$\text{После одного полного колебания} \quad x_1 = x_{\frac{1}{2}} - \frac{2\mu mg}{k} = x_0 - \frac{4\mu mg}{k} .$$

$$\text{После } N \text{ колебаний} \quad x_N = x_0 - N \frac{4\mu mg}{k} . \quad \text{Отсюда} \quad N \frac{4\mu mg}{k} = x_0 - x_N \quad N = \frac{kx_0 - kx_N}{4\mu mg} .$$

Колебания прекратятся, когда $kx_N = \mu mg$.

$$\text{Тогда} \quad N = \frac{kx_0 - \mu mg}{4\mu mg} .$$

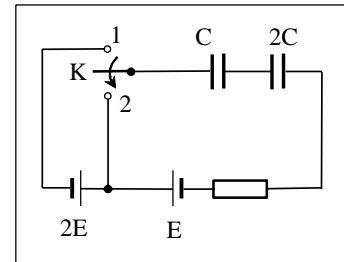
ЗАДАЧА 4. (12 баллов)

$$\text{Ответ: } Q = qE = \frac{4}{3} CE^2$$

При переключении ключа через источник тока E протечет некоторый заряд q . Работа батареи равна qE . Эта работа может частично пойти на увеличение энергии, запасенной в батарее конденсаторов, частично на выделение тепла в цепи. Как видно из рисунка, заряд и, следовательно, энергия, запасенная в батарее конденсаторов, не изменяются при переключении ключа. Меняются лишь знаки зарядов на обкладках. Следовательно, при переключении ключа K через источник тока протекает

$$\text{заряд } q = 2C_{\text{БАТ}}E, \quad \text{где} \quad C_{\text{БАТ}} = \frac{2}{3}C \quad \text{т.е.} \quad q = \frac{4}{3}CE$$

$$\text{и в цепи выделилось количество тепла } Q = qE = \frac{4}{3}CE^2 .$$



ЗАДАЧА 5. (18 баллов)

$$\text{Ответ: } F_2 = \frac{2F_1 \cdot n}{2n-1} = 3 \text{ см}$$

Можно считать, что оптическая система в обоих случаях состоит из приставленной линзы и плоско-вогнутой «водяной» линзы.

$$\text{Оптическая сила «водяной» линзы равна } (n-1) \left(-\frac{1}{R}\right) .$$

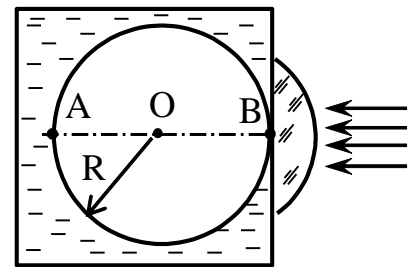
Оптическая сила системы равна сумме оптических сил. Поэтому

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{F_1} + (n-1) \left(-\frac{1}{R}\right) ; \quad (1) \quad \frac{1}{2R} = \frac{1}{F_2} + (n-1) \left(-\frac{1}{R}\right) ; \quad \frac{1}{F_2} = (n-1) \left(\frac{1}{R}\right) + \frac{1}{2R} ;$$

$$\frac{1}{F_2} = \frac{2(n-1)+1}{2R} ; \quad F_2 = \frac{2R}{2(n-1)+1} = \frac{2R}{2n-1} \quad (2) \quad \text{Из (1) выразим } \frac{1}{F_1} = \frac{(n-1)}{R} + \frac{1}{R} ;$$

$$\frac{1}{F_1} = \frac{n}{R} , \quad \text{откуда} \quad R = F_1 \cdot n . \quad \text{Подставим в (2), получим} \quad F_2 = \frac{2R}{2n-1} = \frac{2F_1 n}{2n-1}$$

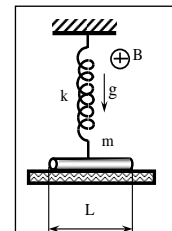
Подставив числовые значения, найдём фокусное расстояние второй линзы $F_2 = \frac{2F_1 \cdot n}{2n-1} = 3 \text{ см}$



ЗАДАЧА 6. (18 баллов)

Ответ:
$$U_{max} = \sqrt{\frac{m}{k}(2ag - a^2)} \cdot BL.$$

Второй закон Ньютона для стержня при движении платформы вниз с ускорением a : $mg - k\Delta x - N = ma$, где N - сила, действующая со стороны платформы на стержень. В момент отрыва стержня от платформы $N = 0$ и, следовательно, $mg - kx_0 = ma$, где x_0 - величина растяжения пружины в момент отрыва стержня.



Так как платформа движется с постоянным ускорением a , то $x_0 = \frac{m(g-a)}{k}$. $x_0 = \frac{a \cdot \tau^2}{2}$, где τ - время от начала движения платформы до момента отрыва стержня от

неё. Выражая из последнего равенства $\tau = \sqrt{\frac{2x_0}{a}}$, найдем скорость стержня в момент

отрыва: $v_1 = a\tau = a\sqrt{\frac{2x_0}{a}} = \sqrt{2ax_0}$. (1) Для точки равновесия x_p : $mg = kx_p$,

откуда $x_p = \frac{mg}{k}$. Поэтому $x_1 = x_p - x_0 = \frac{ma}{k}$. (2)

После отрыва от платформы стержень совершает гармонические колебания около точки равновесия, описываемые уравнениями:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{и} \quad v_x = A\omega \cos(\omega t + \varphi), \quad \text{где} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Подставляя в эти уравнения значения координаты x_1 (2) и v_1 (1), где x_1 - смещение стержня от положения равновесия в момент отрыва,

v_1 - скорость стержня в этот момент, получаем уравнение:

$$\frac{x_1^2}{A^2} + \frac{v_1^2}{A^2\omega^2} = 1. \quad \text{Отсюда} \quad A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = \left(\frac{ma}{k}\right)^2 + \frac{2ax_0}{k} m.$$

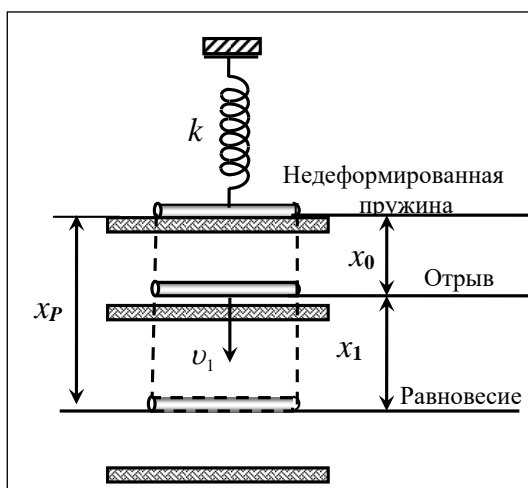
Следовательно, $A = \frac{m}{k} \sqrt{a^2 + 2a(g-a)}$.

То есть амплитуда колебаний равна $A = \frac{m}{k} \sqrt{2ag - a^2}$.

При движении стержня в магнитном поле между его концами возникает разность потенциалов, максимальное значение которой равно

$$U_{max} = v_{max}BL = A\omega BL = \frac{m}{k} \cdot \sqrt{2ag - a^2} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot B \cdot L = \sqrt{\frac{m}{k}(2ag - a^2)} \cdot BL$$

$$U_{max} = \sqrt{\frac{m}{k}(2ag - a^2)} \cdot BL.$$



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ–2021-2022»
ПО ПРОФИЛЮ «ФИЗИКА»**

**11 КЛАСС
ВАРИАНТ № 8**

ЗАДАЧА 1. (10 баллов)

Маленькая шайба массы $m = 0,86$ кг лежит неподвижно на гладкой горизонтальной поверхности. В момент времени $t = 0$ на неё начинает действовать горизонтальная сила $F_x(t)$, график которой представляет собой четверть окружности (рис. 1). Максимальное значение силы $F_{x \max} = 10$ Н. Время действия силы $\Delta t = 4$ с..

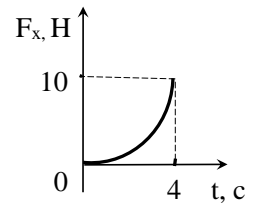


Рис. 1

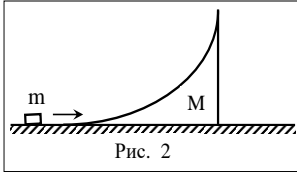


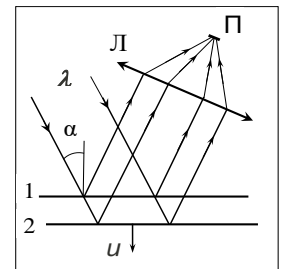
Рис. 2

После прекращения действия силы, шайба продолжает двигаться по горизонтальной поверхности и въезжает на незакреплённую горку массы $M = 1,14$ кг с плавно меняющимся углом наклона (рис.2).

Шайба поднимается по поверхности горки на некоторую высоту, а затем, не достигнув вершины, соскальзывает вниз. Найдите модуль скорости шайбы после её соскальзывания. Трением пренебречь.

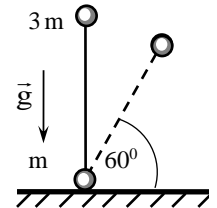
ЗАДАЧА 2. (10 баллов)

В интерференционной схеме параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм падает под углом $\alpha = 60^\circ$ на систему из двух плоскопараллельных, полупрозрачных зеркал 1, 2. Часть светового пучка отражается от зеркала 1, оставшаяся часть, пройдя зеркало 1, частично отражается от зеркала 2, и, снова пройдя зеркало 1, вместе с пучком, отражённым от зеркала 1, с помощью собирающей линзы Л фокусируется на приёмник П, сигнал которого пропорционален интенсивности падающего на него света. Найдите частоту переменного сигнала, регистрируемого приёмником, если второе зеркало равномерно движется относительно первого со скоростью $u = 0,01$ см/с ?



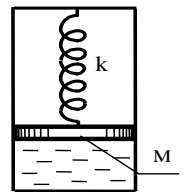
ЗАДАЧА 3. (12 баллов)

На шероховатую горизонтальную поверхность вертикально поставили гантель, состоящую из двух маленьких шариков массами $m_1 = 3m$ и $m_2 = m$, соединённых невесомым жёстким стержнем. Гантель отпускают без начальной скорости, и она начинает падать. Определите величину коэффициента трения между гантелью и плоскостью, если нижний шарик начинает скользить по плоскости, когда угол наклона стержня с плоскостью достигнет $\alpha = 60^\circ$



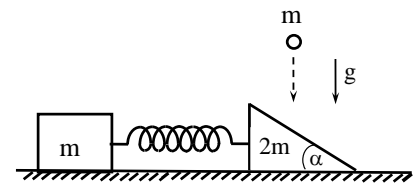
ЗАДАЧА 4. (12 баллов)

Замкнутый, вертикально расположенный цилиндрический сосуд сечением $S = 20$ см², разделён поршнем массы $M = 5$ кг на две части. Нижняя часть цилиндра под поршнем целиком заполнена водой при начальной температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$, над поршнем — вакуум. Поршень связан с верхним основанием цилиндра пружиной жёсткости $k = 15$ Н/м. Вначале пружина не деформирована. Определите массу m пара под поршнем при нагревании воды до температуры $t = 100^\circ\text{C}$. Трением и массой пружины пренебречь.



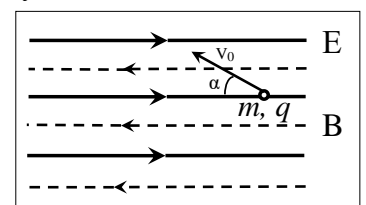
ЗАДАЧА 5. (18 баллов)

На гладкой горизонтальной поверхности расположена треугольная призма массы $2m$ с углом $\alpha = 60^\circ$, соединённая невесомой недеформированной пружиной жёсткости k с бруском массы m . Шар массы m падает вертикально вниз и ударяется в призму со скоростью v . Определите величину максимальной деформации пружины при дальнейшем движении тел. Силами трения пренебречь.



ЗАДАЧА 6. (18 баллов)

Частица массы m с положительным зарядом q находится в однородном электрическом и магнитном полях. Напряжённость электрического поля E . Линии индукции магнитного поля параллельны силовым линиям электрического поля. В начальный момент частице сообщают скорость v_0 , направленную под углом α к линиям индукции. Через некоторое время частица возвращается в начальную точку. Найдите время, через которое частица вернётся в начальную точку. Найдите индукцию магнитного поля B , при которой возвращение в начальную точку возможно.



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ–2020-2021»
ПО ПРОФИЛЮ «ФИЗИКА»

11 класс

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 8

ЗАДАЧА 1.. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{v_1 = 1,4 \text{ м/с.}}$

1) Импульс силы, действующей на тело, равен площади под графиком:

$$\Delta P = \left(F_{\max} \cdot \Delta t - \frac{1}{4} \pi F_{\max} \cdot \Delta t \right) = F_{\max} \cdot \Delta t \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) = F_m \cdot \Delta t \cdot 0,215 =$$

$$= 10 \cdot 4 \cdot 0,215 = 40 \cdot 0,215 \frac{\text{кэ} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

2) Так как $\Delta P = m \cdot \Delta v$ и учитывая, что начальная скорость тела равна нулю, получаем, что

$$\text{скорость тела после окончания действия силы будет равна: } v = \frac{\Delta P}{m} = \frac{40 \cdot 0,215}{0,86} = 10 \text{ м/с.}$$

3) Используя законы сохранения импульса и механической энергии, получим для модуля скорости после спуска с горки

$$v_1 = \frac{M-m}{M+m} \cdot v = \frac{1,14-0,86}{1,14+0,86} 10 = \frac{0,28}{2} 10 = 1,4 \text{ м/с. } \quad v_1 = 1,4 \text{ м/с.}$$

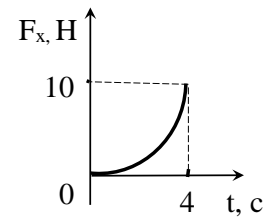


Рис. 1

ЗАДАЧА 2. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{v = \frac{2u \cdot \cos \alpha}{\lambda} = 200 \text{ Гц}}$

1) Пусть в некоторый момент времени расстояние между зеркалами равно x . Оптическая разность хода между лучами 1 и 2, отражёнными от зеркала, и приходящими в фотоприёмник

$$\Delta = AB + BC - AD = 2AB - AD$$

$$2) \quad AB = \frac{x}{\cos \alpha}$$

$$3) \quad AC = 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$4) \quad AD = AC \sin \alpha = 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \alpha = 2x \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$$

$$5) \quad \text{Итак, } 2AB - AD = 2 \frac{x}{\cos \alpha} - 2x \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2x}{\cos \alpha} (1 - \sin^2 \alpha) = \frac{2x}{\cos \alpha} \cos^2 \alpha = 2x \cdot \cos \alpha$$

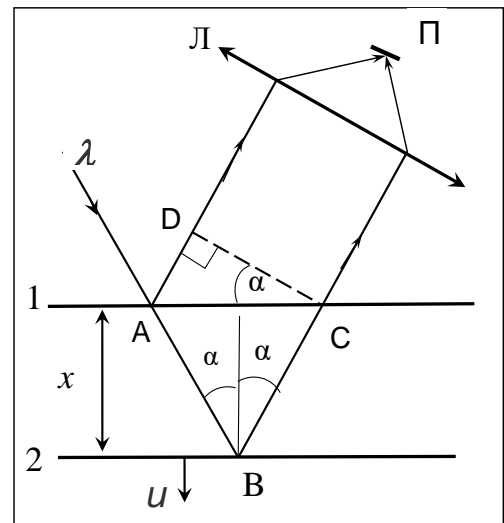
Получили $\boxed{\Delta = 2x \cdot \cos \alpha}$

Величина сигнала, регистрируемая приёмником, будет периодически повторяться с периодом

T при изменении разности хода на длину волны λ . То есть $x = uT$ и $2uT \cdot \cos \alpha = \lambda$.

Откуда $T = \frac{\lambda}{2u \cdot \cos \alpha}$, а частота переменного сигнала

$$v = \frac{1}{T} = \frac{2u \cdot \cos \alpha}{\lambda} = \frac{2 \cdot 1,0 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5}{5000 \cdot 10^{-10}} = 200 \text{ Гц}$$



ЗАДАЧА 3. (12 баллов)

Ответ:
$$\mu = \frac{\cos \alpha}{\frac{m_2}{m_1(3 \sin \alpha - 2)} + \sin \alpha} = 0,35$$

Пусть ℓ - длина гантели. Запишем закон сохранения энергии и второй закон Ньютона для верхнего материального шарика.:

$$m_1 g \ell = m_1 g \ell \cdot \sin \alpha + \frac{m_1 v^2}{2} \quad (1)$$

$$\frac{m_1 v^2}{2} = m_1 g \cdot \sin \alpha - T, \quad (2) \quad \text{где } T - \text{сила упругости стержня}$$

Перепишем (1) в виде: $m_1 g \ell (1 - \sin \alpha) = \frac{m_1 v^2}{2}$, откуда

$$\frac{m_1 v^2}{\ell} = 2m_1 g (1 - \sin \alpha). \quad \text{Подставляя это равенство в (2), получим}$$

$$2m_1 g (1 - \sin \alpha) = m_1 g \cdot \sin \alpha - T,$$

откуда из (1) и (2) найдём $T = m_1 g (3 \sin \alpha - 2)$ (3).

Условие равновесия нижнего материального шарика:

$$T \cos \alpha = F_{TP}, \quad \text{где } F_{TP} = \mu \cdot N.$$

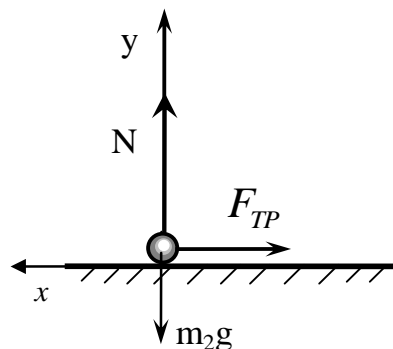
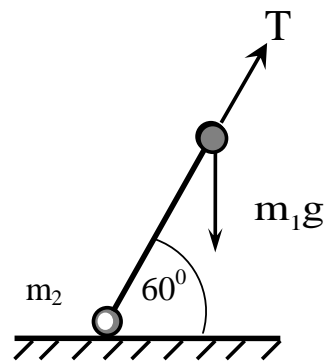
$$N = m_2 g + T \sin \alpha, \quad \text{тогда } T \cos \alpha = \mu(m_2 g + T \sin \alpha).$$

Из последнего равенства находим
$$\mu = \frac{T \cos \alpha}{m_2 g + T \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\frac{m_2}{m_1(3 \sin \alpha - 2)} + \sin \alpha}$$

Подставляя в последнее выражение значения

$$m_1 = 3m; \quad m_2 = m; \quad \alpha = 60^\circ; \quad \sin 60^\circ = 0,87, \quad \cos 60^\circ = 0,5, \quad \text{получим}$$

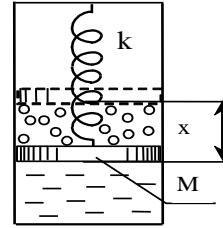
$$\mu = \frac{\cos \alpha}{\frac{m_2}{m_1(3 \sin \alpha - 2)} + \sin \alpha} = \frac{0,5}{\frac{m}{3m(3 \cdot 0,87 - 2)} + 0,97} = \frac{0,5}{0,55 + 0,87} = \frac{0,5}{1,42} = 0,35.$$



ЗАДАЧА 4. (12 баллов)

Ответ: $m = 11,72$.

При температуре 0°C давление насыщенных паров воды пренебрежимо мало, и в исходном состоянии системы поршень лежит на поверхности воды – его вес компенсирован реакцией опоры воды. При нагревании до 100°C часть воды испарится, пружина сожмётся под действием силы давления насыщенного пара, равной $p_H S$. Смещение поршня определяет величину деформации пружины x .



Запишем условие равновесия поршня в этом состоянии:

$$p_H S = Mg + kx, \quad \text{откуда} \quad x = \frac{p_H S - Mg}{k}.$$

Определить массу пара можно, исходя из уравнения состояния идеального газа (уравнения

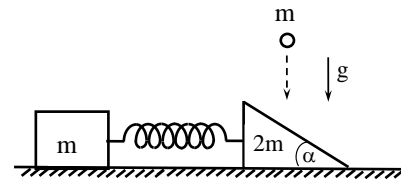
Клапейрона-Менделеева) $p_H S \cdot x = \frac{m}{\mu} RT$.

Учитывая, что давление насыщенного пара при температуре равно нормальному атмосферному давлению p_0 (условие кипения воды) и что абсолютная термодинамическая температура воды $T = t + 273$, получим

$$m = \frac{p_0 \mu S}{R(t + 273)} \frac{(p_0 S - Mg)}{k} = 11,72.$$

ЗАДАЧА 5. (18 баллов)

Ответ: $A = \frac{2v}{11} \sqrt{\frac{2m}{k}}$.



1) Пусть за время удара Δt шарика о клиновидную поверхность призмы между ними действовала сила, среднее значение которой равно F . Тогда $\vec{F} \Delta t = m \vec{v}_1 - m \vec{v}$, где v – скорость шара в момент удара.

Из-за отсутствия трения сила \vec{F} направлена перпендикулярно клиновидной поверхности призмы. В проекциях на координатные оси уравнения второго закона Ньютона для обоих тел будет иметь вид:

$$mv_{1y} - mv = -F \Delta t \cos \alpha, \quad (1)$$

$$mv_{1x} = F \Delta t \sin \alpha, \quad (2)$$

$$m_1 u = F \Delta t \sin \alpha, \quad (3)$$

где v_{1x} – горизонтальная составляющая скорости шара после столкновения,

v_{1y} – вертикальная составляющая скорости шара после столкновения с призмой,

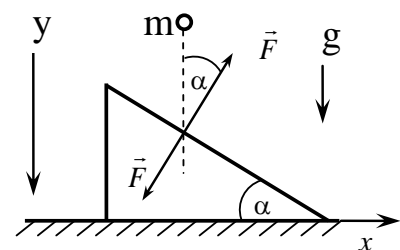
u – скорость призмы, с которой она стала двигаться вдоль оси x .

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_1 u^2}{2} \quad (4)$$

2). Из (1), (2), (3) и (4), найдем скорость призмы после удара шара о клиновидную поверхность призмы

$$u = \frac{v \cdot \sin 2\alpha}{\frac{m_1}{m} + \sin^2 \alpha}, \quad (5)$$

3). Запишем закон сохранения импульса системы призма – брусок $m_1 \cdot u = (m_1 + m_2) v_C$,



откуда найдём - скорость центра масс системы:
$$v_C = \frac{m_1 \cdot u}{m_1 + m_2} \quad (6).$$

4). Амплитуду колебаний пружины найдём из закона сохранения энергии.

$$\frac{kA^2}{2} + \frac{m_1 + m_2}{2} v_C^2 = \frac{m_1 u^2}{2} \quad (7).$$

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{m_1 u^2}{2} - \frac{m_1 + m_2}{2} v_C^2; \quad \frac{kA^2}{2} = \frac{m_1 u^2}{2} - \frac{m_1 + m_2}{2} \cdot \frac{(m_1 \cdot u)^2}{(m_1 + m_2)^2};$$

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{m_1 u^2}{2} - \frac{m_1^2 \cdot u^2}{2(m_1 + m_2)}; \quad kA^2 = m_1 u^2 - \frac{m_1^2 \cdot u^2}{(m_1 + m_2)}; \quad kA^2 = \left(m_1 - \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)} \right) u^2;$$

$$kA^2 = \left(\frac{m_1^2 + m_1 m_2 - m_1^2}{(m_1 + m_2)} \right) u^2; \quad kA^2 = \left(\frac{m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)} \right) u^2; \quad \text{отсюда } A = u \sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2}{k(m_1 + m_2)}}.$$

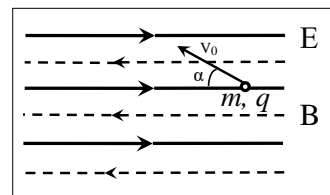
Подставим $u = \frac{v \cdot \sin 2\alpha}{\frac{m_1}{m} + \sin^2 \alpha}$, получим $A = \sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2}{k(m_1 + m_2)}} \cdot \frac{v \cdot \sin 2\alpha}{\frac{m_1}{m} + \sin^2 \alpha}$.

При $m_1 = 2m$; $m_2 = m$; $\alpha = 60^\circ$

$$A = \sqrt{\frac{2m \cdot m}{k(2m + m)}} \cdot \frac{v \cdot \sin 2 \cdot 60^\circ}{\frac{2m}{m} + \sin^2 60^\circ} = \sqrt{\frac{2m}{3k}} \cdot \frac{v \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \left(2 + \frac{3}{4}\right)} = \frac{v \sqrt{2m}}{2} = \frac{2v}{11} \sqrt{\frac{2m}{k}}.$$

ЗАДАЧА 6. (18 баллов)

Ответ:
$$B_N = \frac{2\pi m N}{q t_1} = \frac{\pi E N}{\vartheta_0 \cdot \cos \alpha}.$$



На частицу с зарядом q , будут действовать две силы: сила со стороны электростатического поля $F_E = qE$ и сила Лоренца $F_L = q\vartheta_0 \cdot \sin \alpha B$.

Под действием электрической силы частица движется сначала равнозамедленно, а потом, после остановки, равноускоренно. И после возвращения в начальную точку, её скорость вдоль горизонтального направления снова равна $\vartheta_0 \cdot \cos \alpha$:

$$-\vartheta_0 \cdot \cos \alpha = \vartheta_0 \cdot \cos \alpha - \frac{q}{m} E t_1, \quad \text{где } t_1 - \text{ время возврата частицы в начальную точку.}$$

Отсюда найдём t_1 .
$$t_1 = \frac{2m\vartheta_0 \cdot \cos \alpha}{qE}.$$

В плоскости, перпендикулярной силовым линиям E и B , под действием силы Лоренца частица совершает круговые движения. Найдём период обращения частицы T по окружности радиуса R .

Уравнение движения частицы по окружности
$$\frac{m \cdot (\vartheta_0 \cdot \sin \alpha)^2}{R} = q\vartheta_0 \cdot \sin \alpha B.$$

Период обращения частицы:
$$T = \frac{2\pi R}{\vartheta_0 \cdot \sin \alpha} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Условие возвращения частицы в начальную точку: $t_1 = NT = \frac{2\pi m N}{qB_N}$, где $N = 1, 2, 3, \dots$

Отсюда набор значений B_N , при которых частица возвращается в начальную точку:

$$B_N = \frac{2\pi m N}{q t_1} = \frac{\pi E N}{\vartheta_0 \cdot \cos \alpha}.$$

Задача 7 - Ситуационная задача

Устройство для развлекательных полетов представляет собой ранец с двумя управляемыми соплами круглого сечения, через которые с высокой скоростью выбрасывается вода, подающаяся по шлангу с плавучего насоса, следующего за пилотом посредством данного шланга.

Определите массовый расход воды (в кг/с), если взлетная масса (пилот+ранец+шланг с водой) составляет 150 кг, а скорость истечения воды 100 м/с. Определите диаметр сопла для выброса воды.

Возможное решение

1. Истекающая струя воды передаёт описанной системе импульс:

$$M_B V_B = P$$

Где M_B – масса воды, которая вылетела из ранца, V_B – её скорость

Разделим обе части уравнения на время, за которое эта вода вылетала из ранца:

$$\frac{M_B V_B}{t} = \frac{P}{t}$$

Исходя из уравнения для импульса силы ($P = Ft$), мы можем сказать, что с правой стороны от знака равенства стоит сила тяги ранца. Поскольку пилот находится в равновесии, то эта сила тяги равна силе тяжести, действующей на него:

$$\begin{aligned} \frac{M_B V_B}{t} &= F \\ F &= F_{\text{тяж}} = M_{\text{п}} g \end{aligned}$$

С левой стороны от знака равенства: масса вылетающей воды, отнесённая к промежутку времени, за который эта вода вылетает – есть искомый секундный массовый расход:

$$\frac{M_B}{t} = \dot{m}$$

Таким образом, преобразованное первоначальное уравнение имеет вид:

$$\dot{m} V_B = M_{\text{п}} g$$

Откуда расход воды равен:

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \frac{M_{\text{п}} g}{V_B} \\ \dot{m} &= \frac{150 \cdot 9.81}{100} = 14.715 \frac{\text{кг}}{\text{с}} \end{aligned}$$

Определим площадь сопел ранца:

Пусть сопло имеет некую площадь S , тогда сечение струи воды, равное площади сопла, за единицу времени перемещается на расстояние, численно равное скорости струи. Таким образом, объём, «заметаемый» сечением струи в единицу времени можно записать следующим образом:

$$\dot{V} = S V_B$$

Домножим обе части этого выражения на плотность воды:

$$\rho \dot{V} = S V_B \rho$$

Очевидно, что с левой стороны стоит массовый расход, найденный чуть ранее. Однако этот массовый расход воды идёт через два сопла, поэтому чтобы найти площадь одного сопла, разделим массовый расход на два, или увеличим правую часть уравнения в два раза:

$$\frac{\dot{m}}{2} = S V_B \rho$$

Откуда площадь сопла:

$$S_1 = \frac{\dot{m}}{2 V_B \rho} = \frac{14.715}{2 \cdot 100 \cdot 1000} = 7.357 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$$

Поскольку площадь круга, это:

$$S_1 = \frac{\pi d^2}{4}$$

то легко находим диаметр сопла:

$$d = \sqrt{\frac{4 S_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 7.357 \cdot 10^{-5}}{\pi}} = 9.679 \cdot 10^{-3} \text{ м} \approx 10 \text{ мм}$$

Ответ: $\dot{m} = \frac{150 \cdot 9.81}{100} = 14.715 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$; $d \approx 10 \text{ мм}$

Пояснения и критерии для членов экспертной комиссии по проверке ситуационной задачи

1. Членам экспертной комиссии предоставляется один из возможных вариантов решения экзаменационных задач. Решение школьника может отличаться от авторского варианта решения, предоставленного комиссии.
2. Корректная проверка решения не может быть осуществлена только по ответам. Основным критерием правильности решения является верное использование физических законов и разумный учёт технических параметров, характеристик и ограничений.

	Верные элементы решения	Количество баллов
1	Сформулирована расчётная схема (в том числе, графически), выделены и правильно формализованы все необходимые физические законы	0-5
2	Составлена система уравнений и математическая модель	0-5
3	Верно учтены технические параметры, характеристики и ограничения	0-5
4	Проведены расчеты, получен верный ответ, разумный с точки зрения физического смысла	0-5
	Итого	max 20

Задача 7 - Ситуационная задача

Устройство для развлекательных полетов представляет собой ранец с двумя управляемыми соплами круглого сечения, через которые с высокой скоростью выбрасывается вода, подающаяся по шлангу с плавучего насоса, следующего за пилотом посредством данного шланга.

Определите необходимую мощность насоса и суммарную площадь сопел для выброса воды, если взлетная масса (пилот+ранец+шланг с водой) составляет 150 кг, а скорость истечения воды 100 м/с.

Возможное решение

1. Работа насоса:

$$A = F\Delta r$$

где Δr — перемещение струи воды. Тогда, учитывая что $F = mg$, определяем искомую мощность

$$N = M_{\text{п}}gV_{\text{в}} = 150 \cdot 9.81 \cdot 100 = 147.1 \text{ кВт}$$

Где $M_{\text{п}}$ – взлетная масса, которая вылетела из ранца, $V_{\text{в}}$ – скорость вылетающей воды

2. Истекающая струя воды передаёт описанной системе импульс:

$$M_{\text{в}}V_{\text{в}} = P$$

Где $M_{\text{в}}$ – масса воды, которая вылетела из ранца, $V_{\text{в}}$ – её скорость

Разделим обе части уравнения на время, за которое эта вода вылетала из ранца:

$$\frac{M_{\text{в}}V_{\text{в}}}{t} = \frac{P}{t}$$

Исходя из уравнения для импульса силы ($P = Ft$), мы можем сказать, что с правой стороны от знака равенства стоит сила тяги ранца. Поскольку пилот находится в равновесии, то эта сила тяги равна силе тяжести, действующей на него:

$$\frac{M_{\text{в}}V_{\text{в}}}{t} = M_{\text{п}}g$$

$$M_{\text{в}}V_{\text{в}} = M_{\text{п}}gt$$

$$M_{\text{в}} = \rho V,$$

где V – объем вылетающей воды; $V = SV_{\text{в}}t$, S – площадь сопел.

$$\rho VV_{\text{в}} = M_{\text{п}}gt$$

$$\rho SV_{\text{в}}^2 t = M_{\text{п}}gt$$

Определим площадь сопел ранца

$$S = \frac{M_{\text{п}}g}{\rho V_{\text{в}}^2} = \frac{150 \cdot 9.81}{100^2 \cdot 1000} = 15 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 = 150 \text{ мм}^2$$

Ответ: $N = 147.1 \text{ кВт}$; $S = 150 \text{ мм}^2$

Пояснения и критерии для членов экспертной комиссии по проверке ситуационной задачи

1. Членам экспертной комиссии предоставляется один из возможных вариантов решения экзаменационных задач. Решение школьника может отличаться от авторского варианта решения, предоставленного комиссии.
2. Корректная проверка решения не может быть осуществлена только по ответам. Основным критерием правильности решения является верное использование физических законов и разумный учёт технических параметров, характеристик и ограничений.

	Верные элементы решения	Количество баллов
1	Сформулирована расчётная схема (в том числе, графически), выделены и правильно формализованы все необходимые физические законы	0-5
2	Составлена система уравнений и математическая модель	0-5
3	Верно учтены технические параметры, характеристики и ограничения	0-5
4	Проведены расчеты, получен верный ответ, разумный с точки зрения физического смысла	0-5
	Итого	max 20