## Решение варианта 1

**1.** В калориметре находится $m_{Pb}$ = 1 кг жидкого свинца при температуре плавления. В калориметр положили $m_{Sn}$ = 1 кг олова в твердом состоянии, взятого при температуре плавления. Какая масса жидкости окажется в калориметре спустя длительное время? Теплоемкостью калориметра пренебречь. Ответ выразите в граммах в виде целого числа.
Температура плавления свинца $t_{Pb}$ = 327 °С, олова $t_{Sn}$ = 232 °С. Удельная теплоемкость кристаллического свинца $c_{Pb}$ = 128 Дж/(кг·°С), жидкого олова $c_{Sn}$ = 225 Дж/(кг·°С). Удельная теплота плавления свинца $\lambda_{Pb}$ = 25 кДж/кг, олова $\lambda_{Sn}$ = 60,7 кДж/кг.
**Возможное решение.**
При кристаллизации всей массы свинца выделится количество теплоты, равное

$$Q_1 = \lambda_{Pb} m_{Pb} = 2{,}5 \cdot 10^4 \cdot 1 = 25 \text{ кДж}$$

Для расплавления всей массы олова требуется количество теплоты, равное

$$Q_2 = \lambda_{Sn} m_{Sn} = 6{,}07 \cdot 10^4 \cdot 1 = 60{,}7 \text{ кДж}$$

При остывании кристаллизовавшегося свинца до температуры плавления олова может выделиться

$$Q_1' = c_{Pb} m_{Pb}(t_{Pb} - t_{Sn}) = 128 \cdot 1 \cdot 95 = 12{,}16 \text{ кДж}$$

Видно, что

$$Q_1 + Q_1' < Q_2.$$

Это значит, что расплавится $m_{Sn}' = \frac{Q_1 + Q_1'}{\lambda_{Sn}} = \frac{25+12{,}16}{60{,}7} \approx 612$ г олова.

**Ответ:** через продолжительное время в калориметре будет 612 г жидкости.

**2.** В кубическом сосуде с ребром $d$ = 50 см до уровня $h$ = 10 см налита вода при $t$ = 0 $^0$С. В аквариум положили куб изо льда с ребром $a$ = 20 см, также имеющий температуру $t$ = 0 $^0$С, и начали доливать воду, имеющую температуру $t$ = 0 $^0$С. Какую массу воды 0 $^0$С нужно добавить, чтобы лед начал всплывать? Аквариум находится в помещении, в котором температура равна $t$ = 0 $^0$С. Эффектом прилипания пренебречь. Плотность воды равна $\rho_в$ = 1000 кг/м$^3$, плотность льда равна $\rho_л$ = 900 кг/м$^3$. Ответ выразите в килограммах с точностью до десятых долей.
**Возможное решение.**
Обратим внимание на условие "Эффектом прилипания пренебречь". Это означает, что вода проникает в малый промежуток между дном сосуда и нижней поверхностью ледяного куба. Заметим также, что теплообмен между элементами системы отсутствует, так как их температуры одинаковы. Определим, до какого уровня $h_1$ поднимется вода после опускания ледяного куба в аквариум. Первоначальный объем воды не изменился. Значит,

$$d^2 h = (d^2 - a^2) h_1$$

$$h_1 = \frac{d^2 h}{d^2 - a^2}$$

Условие всплывания ледяного куба

$$\rho_л a^3 g = \rho_в a^2 H g,$$

где $H$ – уровень воды, установившийся после доливания.
Масса доливаемой воды может быть рассчитана как

$$m = \rho_в (d^2 - a^2)(H - h_1) = \rho_в (d^2 - a^2)\left(\frac{\rho_л}{\rho_в} a - \frac{d^2 h}{d^2 - a^2}\right) \approx 12{,}8 \text{ кг}$$

**Ответ:** масса доливаемой воды равна 12,8 кг.

**3.** (1) В железном стержне длиной $L$ = 1 м и диаметром $D$ = 4 мм вдоль продольной оси просверлили отверстие диаметром $d$ = 2 мм и вставили в него медный стержень длиной $L$ = 1 м и диаметром $d$ = 2 мм. Определите сопротивление такого "провода". Удельные сопротивления стали и меди $\rho_с = 1{,}2 \cdot 10^{-7}$ Ом·м, $\rho_м = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. Ответ выразите в миллиомах с точностью до десятых долей.

**Возможное решение.**
Сопротивление провода определяется как
$$R = \rho\frac{L}{S},$$
где $S$ – площадь поперечного сечения провода.
В нашем случае сопротивление комбинированного провода рассчитывается как сопротивление параллельно включенных медного и стального проводников.
$$R = \frac{\rho_с\frac{4L}{\pi(D^2-d^2)}\cdot\rho_м\frac{4L}{\pi d^2}}{\rho_с\frac{4L}{\pi(D^2-d^2)}+\rho_м\frac{4L}{\pi d^2}} = \frac{4L\rho_с\rho_м}{\pi[\rho_с d^2+\rho_м(D^2-d^2)]} \approx 3{,}8\ \text{мОм}$$
**Ответ:** сопротивление комбинированного провода равно 3,8 мОм

**4.** Луч света падает на плоское зеркало. Угол падения в 2 раза больше, чем угол между отраженным лучом и зеркалом. Чему равен угол между падающим и отраженным лучами? Ответ выразите в градусах в виде целого числа.
**Возможное решение.**
Угол между падающим и отраженным лучом равен удвоенному углу падения. Угол падения, как следует из условия, составляет две трети от прямого угла, т.е. равен 60°. Значит, угол между падающим и отраженным лучами равен 120°.
**Ответ:** угол между падающим и отраженным лучами равен 120°.

**5.** Известно, что на достаточно больших высотах ветры дуют с постоянной скоростью. Самолет, двигаясь по ветру с постоянной относительно воздуха скоростью, пролетает расстояние между двумя пунктами, за $t_1$ = 1 час, а в обратном направлении – за $t_2$ = 80 минут. Определите отношение скоростей самолета и ветра. Ответ выразите целым числом.
**Возможное решение.**
Пусть расстояние между пунктами равно $L$, а скорости самолета и шара соответственно $V$ и $u$. Будем считать скорость шара равной скорости ветра. Время движения самолета по ветру равно
$$t_1 = \frac{L}{V+u}.$$
Время движения самолета против ветра равно
$$t_2 = \frac{L}{V-u}.$$
Разделив первое выражение на второе, получим
$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{1-\frac{u}{V}}{1+\frac{u}{V}}.$$
Это выражение является уравнением, неизвестным в котором является отношение скоростей. Решая это уравнение, получим
$$\frac{V}{u} = \frac{t_2+t_1}{t_2-t_1} = 7$$
**Ответ:** отношение скоростей самолета и ветра равно 7.

**6.** Лыжник равноускоренно спускается со склона горы с нулевой начальной скоростью. На первых $s_1$ = 100 м пути его скорость увеличилась на $\Delta V$ = 3 м/с. Какой будет его скорость в конце первых $s$ = 300 м пути? Результат выразите в метрах в секунду и округлите до десятых долей.
**Возможное решение.**
Ускорение лыжника равно
$$a = \frac{(\Delta V)^2}{2s_1}.$$

Скорость лыжника в конце пути

$$V = \sqrt{2as} = \Delta V \sqrt{\frac{s}{s_1}} \approx 5{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

**Ответ:** скорость лыжника в конце трехсотметрового участка пути будет равна 5,2 м/с.

**7.** Брусок массой 1 кг находится на наклонной плоскости с углом при основании 30°. Коэффициент трения бруска о плоскость равен 0,7. Наклонная плоскость закреплена и двигаться не может. Какую горизонтальную силу, направленную в сторону от наклонной плоскости, нужно приложить к бруску, чтобы он начал двигаться? Значение ускорения свободного падения примите равным 10 м/с$^2$. Результат выразите в ньютонах и округлите до десятых долей.

**Возможное решение.**

$$F = mg(\mu\,\mathrm{ctg}\alpha - 1) \approx 2{,}1\ \text{Н}$$

**Ответ:** 2,1 Н

**8.** Длина небольшой палочки составляет 3 см. Действительное изображение палочки на экране, полученное с помощью линзы, имеет размер 6 см. Линзу передвигают так, что на экране опять получается четкое действительное изображение палочки. Каков размер этого изображения? Палочку размещают перпендикулярно главной оптической оси линзы, расстояние от палочки до экрана не изменяется. Результат выразите в миллиметрах в виде целого числа.

**Возможное решение:**

Увеличение линзы равно 2, т.е. отношение расстояний от линзы до объекта и до изображения тоже равно 2. В силу симметрии формулы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}$$

получим, что при перемещении линзы отношение расстояний от линзы до объекта и до изображения станет обратным, т.е. равным 0,5. Это значит, что изображение будет в 2 раза меньше, чем объект, и равным 15 мм.

**Ответ:** 15 мм.

**9.** Спускаясь с горы, велосипедист первую треть пути проехал со скоростью $V_1$ = 20 км/ч. Половину оставшегося времени движения он поднимался в гору со скоростью $V_2$ = 10 км/ч. Проколов камеру, остаток пути он прошел пешком со скоростью $V_3$ = 5 км/ч. Определите среднюю скорость велосипедиста на всем пути. Результат выразите в километрах в час, округлив до десятых долей.

**Возможное решение:**

Обозначим весь путь через $S$. Тогда время движения на первом участке равно

$$t_1 = \frac{S}{3V_1},$$

время движения на оставшемся участке пути

$$t = \frac{2S}{3(V_2 + V_3)}.$$

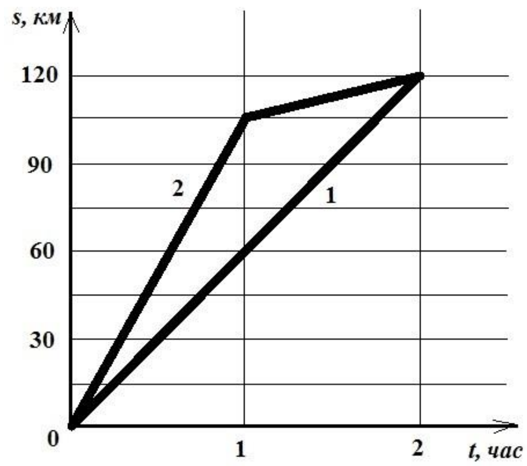
Для полного времени движения имеем

$$\frac{S}{V_{\text{ср}}} = \frac{S}{3V_1} + \frac{4S}{3(V_2 + V_3)}.$$

Произведя вычисления, получим, что $V_{\text{ср}}$ = 9,5 км/час.

**Ответ:** средняя скорость равна 9,5 км/час.

## Решение варианта 2




**1.** Два поезда движутся в одном направлении по одной и той же железнодорожной колее. Первый поезд идет впереди второго. Графики зависимостей пути каждого поезда от времени приведены на рисунке. Каким должно быть минимальное начальное расстояние между поездами, если по условиям безопасности движения расстояние между поездами не должно быть меньше 5 км. Ответ дайте в километрах в виде целого числа.

**Возможное решение.**

Из графика видно, что скорость второго поезда в первый час движения больше, чем у первого, т.е. на этом участке второй поезд догоняет первый. На втором часу движения второй поезд отстает от первого, поэтому рассмотрим именно первый участок движения.

Запишем уравнения движения для поездов. Воспользуемся единицами величин, заданными в условии. Для первого поезда

$$x_1 = x_0 + 60t\,.$$

Для второго поезда

$$x_2 = 105t\,.$$

Наименьшее расстояние между поездами будет в момент времени $t'$ = 1 час. Тогда

$$x_1(t') - x_2(t') = x_{min}$$

и

$$x_0 = 105 + 5 - 60 = 50 \text{ км}\,.$$

**Ответ:** минимальное начальное расстояние между поездами должно составлять 50 км.

**2.** Девочка, масса которой $m$ = 50 кг, качается на качелях, длина подвеса которых составляет $L$ = 4 м. При прохождении подвесом положения равновесия девочка давит на сидение с силой $N$ = 950 Н. Какова скорость качелей при прохождении положения равновесия? Значение ускорения свободного падения примите равным 10 м/с$^2$. Ответ выразите в м/с в виде целого числа.

**Возможное решение.**

Из 2 закона Ньютона следует, что

$$N - mg = \frac{mV^2}{L},$$

где $V$ – искомая скорость.

Тогда

$$V = \sqrt{\frac{L(N - mg)}{m}} = 6\,\frac{\text{м}}{\text{с}}\,.$$

**Ответ:** скорость качелей при прохождении положения равновесия равна 6 м/с.

**3.** Сплошной однородный шар лежит на дне сосуда. В сосуд налита вода так, что шар погружен наполовину. Шар давит на дно сосуда с силой $N$, равной одной трети действующей на шар силы тяжести $mg$. Определите плотность $\rho$ материала шара. Плотность воды равна $\rho_в$ = 1000 кг/м$^3$. Ответ выразите в кг/м$^3$ в виде целого числа.

**Возможное решение.**

Кроме указанных в условии сил, на шар объемом $V$ действует сила Архимеда $F_А$. Условие равновесия шара имеет вид

$$mg - N - F_A = 0\,.$$

Учитывая, что

$$N = \frac{\rho V g}{3},$$

$$F_A = \frac{\rho_в V g}{2},$$

получим

$$\rho = \frac{3\rho_в}{4} = 750\,\frac{кг}{м^3}.$$

**Ответ:** плотность материала шара составляет 750 кг/м$^3$.

**4.** В кубическом теплоизолированном сосуде с ребром $a$ = 50 см до уровня $h$ = 10 см налита вода при $t$ = 0 $^0$С. В аквариум положили куб изо льда с ребром $d$ = 20 см, температура которого также 0 $^0$С, и долили $m$ = 9 кг воды, имеющей температуру θ = 10 $^0$С. На каком уровне установится поверхность воды через достаточно большой промежуток времени? Эффектом прилипания пренебречь. Плотность воды равна $\rho_в$ = 1000 кг/м$^3$, плотность льда равна $\rho_л$ = 900 кг/м$^3$. Удельная теплоемкость воды $c$ = 4200 дж/(кг·$^0$С), удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг. Ответ выразите в сантиметрах с точностью до десятых долей.

**Возможное решение.**

Для ответа на вопрос задачи нужно выяснить, весь ли лед растает. Рассчитаем количество теплоты, которое выделится при охлаждении воды до температуры плавления льда:

$$Q_1 = cm(\theta - t) = 4200 \cdot 9 \cdot 10 = 378\ кДж.$$

Рассчитаем количество теплоты, необходимое для плавления всего льда:

$$Q_2 = \rho_л d^3 \lambda = 900 \cdot 0,2^3 \cdot 330000 = 2376\ кДж.$$

За счет охлаждения воды растопить весь лед не удастся. Определим объем воды, образовавшейся из расплавившегося льда:

$$V = \frac{Q_1}{\rho_в \lambda} = \frac{cm(\theta - t)}{\rho_в \lambda}.$$

Уровень воды в сосуде будет определяться соотношением

$$H = \frac{ha^2 + V + (d^3 - V)\frac{\rho_л}{\rho_в}}{a^2} = \frac{ha^2 + d^3\frac{\rho_л}{\rho_в} + \frac{cm(\theta - t)}{\rho_в \lambda}\cdot\left(1 - \frac{\rho_л}{\rho_в}\right)}{a^2} \approx 13{,}3\ см$$

**Ответ:** вода установится на уровне 13, 3 см.

**5.** Пассажир первого вагона поезда, стоящего у пассажирского перрона, прогуливался по перрону. Когда он оказался у конца последнего вагона, поезд внезапно тронулся и стал разгоняться с ускорением $a$ = 0,1 м/с$^2$. Пассажир сразу же побежал к своему вагону, вход в который, к его сожалению, был в начале первого вагона. С какой минимальной скоростью должен равномерно бежать пассажир, чтобы успеть сесть в свой вагон? Расстояние, которое пассажир должен был пробежать вдоль стоящего поезда, равно $L$ = 250 м. Длина перрона достаточна для того, чтобы пассажир мог догнать свой вагон. Результат выразите в м/с в виде целого числа.

**Возможное решение.**

Выберем начало отсчета системы координат в точке, где находился пассажир в момент начала движения поезда и направим ось координат в направлении движения поезда. Тогда уравнение движения для поезда имеет вид

$$x_1 = L + \frac{at^2}{2},$$

а для пассажира

$$x_2 = Vt,$$

где $V$ – скорость пассажира.

Условие встречи пассажира и входного тамбура вагона

$$L + \frac{at^2}{2} = Vt.$$

Это выражение является квадратным уравнением относительно времени, за которое пассажир догонит свой вагон. Если это уравнение не имеет действительных корней, то пассажир не догонит свой вагон, если оно имеет два различных положительных корня, то пассажир догонит первый вагон, но его скорость не будет минимальной. Заметим, что отрицательные корни будут получены, если пассажир побежит не вдогонку, а навстречу поезду. Если же уравнение имеет два равных корня, то время движения пассажира будет соответствовать минимальной его скорости. Это условие будет соблюдено при

$$V_{min} = \sqrt{2aL} \approx 7{,}1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

По правилам округления нужно принять значение скорости 7 м/с, но эта скорость мала, поэтому физически правильным ответом будет 8 м/с.

**Ответ:** минимальная скорость пассажира 7 м/с или 8 м/с.

**6.** Плавкий предохранитель, предназначенный для защиты электрической цепи от больших токов, изготовлен из свинцовой проволоки площадью поперечного сечения $S$ = 0,2 мм$^2$. В цепи возник аварийный режим, при котором сила электрического тока достигла значения $I$ = 20 кА. Через какое время после возникновения аварийного режима предохранитель насчет плавиться? Потерями теплоты пренебречь. Начальная температура предохранителя $t_0$ = 27 °С. Удельная теплоемкость свинца $c$ = 130 Дж/(кг·°С), температура плавления свинца $t_{пл}$ = 327 °С, плотность свинца $d$ = 11300 кг/м$^3$, удельное сопротивление свинца ρ = 2,08·10$^{-7}$ Ом·м. Ответ выразите в секундах и округлите до десятых долей.

**Возможное решение.**

Проволока длиной $L$ начнет плавиться при достижении температуры плавления. Потерь теплоты нет, поэтому справедливо

$$I^2 \frac{\rho L}{S} \tau = cdLS(t_{пл} - t_0)\,.$$

Искомое время

$$\tau = \frac{cdS^2(t_{пл} - t_0)}{\rho I^2} \approx 0{,}2 \text{ с}\,.$$

**Ответ:** предохранитель начнет плавиться через 0,2 с.

**7.** Брусок массой 1 кг находится на наклонной плоскости с углом при основании 30°. Коэффициент трения бруска о плоскость равен 0,7. Наклонная плоскость закреплена и двигаться не может. Какую горизонтальную силу, направленную в сторону к наклонной плоскости, нужно приложить к бруску, чтобы он начал двигаться? Значение ускорения свободного падения примите равным 10 м/с$^2$. Результат выразите в ньютонах и округлите до целого числа.

**Возможное решение.**

$$F = mg(\mu \mathrm{ctg}\alpha + 1) \approx 22 \text{ Н}$$

**Ответ:** 22 Н

**8.** Известно, что на достаточно больших высотах ветры дуют с постоянной скоростью. Самолет, двигаясь по ветру с постоянной относительно воздуха скоростью, пролетает расстояние между двумя пунктами, за $t_1$ = 1 час, а в обратном направлении – за $t_2$ = 80 минут. За какое время преодолеет расстояние между этими пунктами воздушный шар, двигаясь на той же высоте, что и самолет? Результат выразите в часах в виде целого числа.

**Возможное решение.**

Пусть расстояние между пунктами равно $L$, а скорости самолета и шара соответственно $V$ и $u$. Будем считать скорость шара равной скорости ветра. Время движения самолета по ветру равно

$$t_1 = \frac{L}{V + u}.$$

Время движения самолета против ветра равно

$$t_2 = \frac{L}{V - u}.$$

Время движения воздушного шара равно

$$t_3 = \frac{L}{u}.$$

Разделив первое выражение на второе, получим

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{1 - \frac{u}{V}}{1 + \frac{u}{V}}.$$

Для отношения скоростей получим

$$\frac{V}{u} = \frac{t_2 + t_1}{t_2 - t_1}.$$

Тогда, например, из первого выражения получим:

$$t_1 = \frac{ut_3}{V + u} = \frac{t_3}{\frac{t_2 + t_1}{t_2 - t_1} + 1}.$$

Откуда следует

$$t_3 = \frac{2t_1 t_2}{t_2 - t_1} = 8 \text{ часов.}$$

**Ответ:** воздушный шар преодолеет расстояние между этими пунктами за 8 часов.

**9.** Длина небольшой палочки составляет 3 см. Действительное изображение палочки на экране, полученное с помощью линзы, имеет размер 15 мм. Линзу передвигают так, что на экране опять получается четкое действительное изображение палочки. Каков размер этого изображения? Палочку размещают перпендикулярно главной оптической оси линзы, расстояние от палочки до экрана не изменяется. Результат выразите в сантиметрах в виде целого числа.

**Возможное решение.**

Увеличение линзы равно 0,5, т.е. отношение расстояний от линзы до объекта и до изображения тоже равно 0,5. В силу симметрии формулы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}$$

получим, что при перемещении линзы отношение расстояний от линзы до объекта и до изображения станет обратным, т.е. равным 2. Это значит, что изображение будет в 2 раза больше, чем объект, и равным 6 см.

**Ответ:** 6 см