

Решение варианта 1

1. (10 баллов). Для определения плотности неизвестной жидкости взяли деревянный брусок длиной $l = 10$ см и погрузили сначала в воду, а потом в жидкость. При переносе бруска из воды в жидкость глубина его погружения уменьшилась на $h = 0,5$ см. Какую плотность имеет неизвестная жидкость? Плотность дерева $\rho_d = 900$ кг/м³, воды $\rho_v = 1000$ кг/м³. Брусок плавает вертикально, его длина измерена вдоль вертикали.

Возможное решение: В обоих случаях выполняется условие равновесия $\rho_d g S l = \rho_v g S x = \rho_{ж} g S (x - h)$ Здесь x – длина погруженной в жидкость части бруска. Решая эти уравнения, получим

$$\rho_{ж} = \frac{\rho_d l}{\frac{\rho_d}{\rho_v} l - h} \approx 1059 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Ответ: $\rho_{ж} = \frac{\rho_d l}{\frac{\rho_d}{\rho_v} l - h} \approx 1059 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записаны два уравнения равновесия	4
Получен результат в общем виде	4
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	2
Всего баллов	10

2. (25 баллов). В нагревателе находится жидкость при некоторой неизвестной температуре. Для определения температуры нагревателя в него поместили стальной шарик массой $m_{ш} = 40$ г. После этого шарик опустили в алюминиевый калориметр массой $M = 80$ г, содержащий $m = 400$ г воды при температуре $t_1 = 15$ °С. В результате этого температура воды в калориметре повысилась до $t_2 = 28$ °С. Определите температуру нагревателя, если при переносе шарика из нагревателя в калориметр были тепловые потери 500 Дж.

Возможное решение: Уравнение теплового баланса имеет вид:

$$(c_B m + c_{Al} M)(t_2 - t_1) + Q = c_{ст} m_{ш} (t - t_2).$$

Температура нагревателя:

$$t = \frac{(c_B m + c_{Al} M)(t_2 - t_1) + Q + c_{ст} m_{ш} t_2}{c_{ст} m_{ш}} \approx 1300 \text{ °С}$$

Ответ: $t = \frac{(c_B m + c_{Al} M)(t_2 - t_1) + Q + c_{ст} m_{ш} t_2}{c_{ст} m_{ш}} \approx 1300 \text{ °С}$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Определено количество теплоты, отданное шариком	5
Определено количество теплоты, полученное водой	5
Определено количество теплоты, полученное калориметром	5
Составлено уравнение теплового баланса	5
Получен результат в общем виде	3
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	2
Всего баллов	25

3. (15 баллов). Проволочное кольцо с перемычкой по диаметру из такой же проволоки подключили к источнику постоянного напряжения. На сколько процентов изменится тепловая мощность тока, если перемычку перерезать?

Возможное решение: Мощность в цепи обратно пропорциональна сопротивлению цепи. Сопротивление участка цепи прямо пропорционально длине участка. Относительное изменение тепловой мощности может быть рассчитано как

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\frac{U^2}{R} - \frac{U^2}{R'}}{\frac{U^2}{R}} = \frac{R' - R}{R'} = 1 - \frac{R}{R'}$$

где R – значение сопротивления цепи до перерезания перемычки, R' – значение сопротивления цепи после перерезания перемычки.

Обозначим через D диаметр кольца, через ρ - удельное сопротивление проволоки, через S – площадь поперечного сечения проволоки кольца. Тогда

$$\frac{\Delta P}{P} = 1 - \frac{4S\pi D\rho}{S\pi D\rho(4 + \pi)} = 1 - \frac{4}{4 + \pi} = \frac{\pi}{4 + \pi} \approx 44 \%$$

Ответ: $\frac{\Delta P}{P} = \frac{\pi}{4 + \pi} \approx 44 \%$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Изображена схема цепи	3
Записано выражение для мощности в первом случае	3
Записано выражение для мощности во втором случае	3
Записано выражение для относительного изменения мощности	3
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	3
Всего баллов	15

4. (25 баллов). Тележка массой 10 кг двигалась из состояния покоя. Сила, приложенная к тележке, менялась равномерно от 20 Н до 50 Н за время 2 минуты. Какова скорость тележки к концу 2-й минуты, если коэффициент трения тележки о дорогу 0,3?

Возможное решение: Запишем закон изменения внешней силы с течением времени

$$F = F_0 + \frac{F_1 - F_0}{\tau} t$$

Тележка начала движения в тот момент времени t' , когда приложенная сила стала равна силе трения скольжения:

$$F_0 + \frac{F_1 - F_0}{\tau} t' = \mu mg$$

$$t' = \frac{\tau(\mu mg - F_0)}{F_1 - F_0}$$

К концу второй минуты ускорение тележки стало равным

$$a = \frac{F_1 - \mu mg}{m}.$$

Учитывая линейность нарастания ускорения во времени, получим для скорости к концу второй минуты

$$V = \frac{a(\tau - t')}{2} = \frac{F_1 - \mu mg}{2m} \left[\tau - \frac{\tau(\mu mg - F_0)}{F_1 - F_0} \right] = \frac{(F_1 - \mu mg)^2 \tau}{2m(F_1 - F_0)} \approx 80 \text{ м/с}$$

Ответ: $V = \frac{(F_1 - \mu mg)^2 \tau}{2m(F_1 - F_0)} \approx 80 \text{ м/с}$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записан закон изменения силы во времени	5
Записано выражение для равенства внешней силы и силы трения скольжения в момент начала движения	5
Записано выражение для момента времени начала движения	5
Записано выражение для скорости в конце второй минуты	5
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	5
Всего баллов	25

5. (10 баллов). Железный шарик объемом 0,25 мл опускается в вязкой жидкости с постоянной скоростью 5,5 м/с. Сила вязкого трения прямо пропорциональна скорости шарика. Коэффициент пропорциональности равен 0,003 Н·с/м. Во сколько раз плотность жидкости меньше плотности железа?

Возможное решение: Запишем уравнение динамики движения шарика в жидкости:

$$v\rho_{\text{шар}}g = v\rho_{\text{ж}}g + kV$$

Разделим обе части уравнения на плотность шарика:

$$vg = vg \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{шар}}} + \frac{kV}{\rho_{\text{шар}}}$$

Решим уравнение относительно $\frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{шар}}}$

$$\frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{шар}}} = 1 - \frac{kV}{vg\rho_{\text{шар}}} = 1 - \frac{0,003 \cdot 5,5}{0,25 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 7800} \approx 0,154$$

Рассчитаем обратное отношение, равное 6,5.

Ответ: $\frac{\rho_{\text{шар}}}{\rho_{\text{ж}}} \approx 6,5$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано уравнение динамики движения шарика в жидкости	2 ÷ 4
Получено выражение для обратного отношения плотностей в общем виде	2 ÷ 4
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	2
Всего баллов	10

6. (15 баллов). Удав ползет по джунглям со скоростью $V = 4$ м/мин, а рядом с ним ходит Мартышка и меряет его длину в попугаях. За 3 минуты Мартышка успевает пройти от головы Удава до его хвоста и обратно, и объявить, что длина Удава – 45 попугаев. Найдите, с какой скоростью ходила Мартышка относительно земли, если единица "одном попугай" соответствует 0,2 м.

Возможное решение: Скорость Удава относительно земли в системе единиц "Джунгли" равна 20 попугаев в минуту. Свяжем подвижную систему отсчета с Удавом, поместив начало отсчета в голову Удава при положительном направлении в сторону движения Удава. Тогда для движения Мартышки в системе отсчета, связанной с землей, имеем:

$$-V_M \tau_1 = -L_y + V \tau_1$$

$$V_M \tau_2 = L_y + V \tau_2$$

$$\tau_1 + \tau_2 = \tau$$

Решая полученную систему уравнений, получим

$$V_M = \frac{2L_y + V\tau + \sqrt{(2L_y + V\tau)^2 + 8(V\tau)^2}}{2\tau} \approx 35 \frac{\text{попугаев}}{\text{минута}} = 7 \frac{\text{м}}{\text{минута}} \approx 12 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

$$\text{Ответ: } V_M = \frac{2L_y + V\tau + \sqrt{(2L_y + V\tau)^2 + 8(V\tau)^2}}{2\tau} \approx 7 \frac{\text{м}}{\text{минута}} \approx 12 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записан закон сложения перемещений для движения Мартышки к хвосту Удава	1 ÷ 4
Записан закон сложения перемещений для движения Мартышки к голове Удава и составлена система уравнений	1 ÷ 4
Получено выражение для скорости Мартышки в общем виде	1 ÷ 4
Получено значение скорости, выраженное во внесистемных единицах	2
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа в единицах СИ	1
Всего баллов	15

Решение варианта 3

1. (10 баллов). Две материальные точки находятся в покое на расстоянии L друг от друга. Они начинают одновременно равноускоренно двигаться в одну сторону вдоль линии, их соединяющей. Ускорение точки, находящейся впереди, равно a . Какое минимальное ускорение должна иметь вторая точка, чтобы догнать первую за время, не превышающее τ ?

Возможное решение:

Поместим начало отсчета в первоначальное положение первой точки. Тогда начальная координата второй точки будет равна $-L$. Ускорение второй точки может быть вычислено из условия

$$\frac{a\tau^2}{2} = -L + \frac{a_2\tau^2}{2}$$

и

$$a_2 = a + \frac{2L}{\tau^2}.$$

Ответ: $a_2 = a + \frac{2L}{\tau^2}$.

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Выполнен чертеж, выбрана система отсчета	2
Правильно записано условие встречи частиц	3
Получен результат, но есть ошибки в преобразованиях при получении конечной формулы	2
Задание выполнено полностью, получен результат в общем виде	3
Всего баллов	10

2. (10 баллов). В металлический цилиндрический сосуд налили воду и поместили кусочек льда массой $m_{\text{л}} = 0,3$ кг, затем сосуд негерметично закрыли крышкой. Первоначально смесь воды и льда полностью заполняет сосуд, а крышка не позволяет льду всплыть. Начальная температура воды и льда равна $t = 0$ °С. Температура в помещении, где находится сосуд, не изменяется. Общий объем смеси составляет $V = 1$ литр. Какую долю объема сосуда будет занимать вода, когда лед растает? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³, плотность льда $\rho_{\text{л}} = 900$ кг/м³.

Возможное решение:

Масса воды в начале процесса таяния льда может быть рассчитана как

$$m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} \left(V - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}} \right)$$

После того, как лед растаял, объем воды в сосуде стал

$$V' = \frac{m_{\text{л}} + m_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}}} = \frac{m_{\text{л}} + \rho_{\text{в}} \left(V - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}} \right)}{\rho_{\text{в}}} = V - m_{\text{л}} \left(\frac{1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{1}{\rho_{\text{в}}} \right)$$

Отношение объемов равно

$$\frac{V'}{V} = 1 - \frac{m_{\text{л}}}{V} \left(\frac{1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{1}{\rho_{\text{в}}} \right) \approx 0,967$$

Ответ: $\frac{V'}{V} \approx 0,967$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для массы воды в начале процесса	3
Записано выражение для объема воды по окончании таяния льда	2
Получен результат в общем виде, но есть ошибки в вычислениях или были ошибки в преобразованиях при получении конечной формулы	1
Получен результат в общем виде	2
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	2
Всего баллов	10

3. (15 баллов). В теплоизолированном сосуде находится 982 г переохлажденной до минус 2 °С воды. В воду бросили маленький кристаллик льда. Какая масса льда окажется в стакане? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·К), удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг.

Возможное решение: при появлении в переохлажденной воде центра конденсации начинается лавинообразная конденсация. При конденсации выделяется энергия, необходимая для достижения переохлажденной водой температуры конденсации. Составим уравнение уравнения теплового баланса

$$\lambda m_{\text{л}} = cm\Delta T.$$

Тогда

$$m_{\text{л}} = \frac{cm\Delta T}{\lambda} = 25 \text{ г.}$$

Ответ: $m_{\text{л}} = \frac{cm\Delta T}{\lambda} = 25 \text{ г.}$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Указано, что идет процесс лавинообразной конденсации	от 1 до 4
Составлены уравнения, сделаны верные рассуждения, необходимые для решения задачи	4
Получен результат в общем виде	4
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	3
Всего баллов	15

4. (15 баллов). Неизвестное число N одинаковых резисторов последовательно соединены в кольцо. Омметр, подсоединённый к концам одного резистора, показывает сопротивление $R_1 = 64$ Ом. Если любой другой резистор цепочки замкнуть, то омметр показывает сопротивление $R_2 = 63$ Ом. Каково сопротивление одного резистора?

Возможное решение: Первое измерение показывает сопротивление параллельного соединения одного резистора и последовательной цепочки из $N - 1$ резистора. Значит,

$$R_1 = \frac{(N - 1)R^2}{NR} = \frac{(N - 1)R}{N}$$

Второе измерение показывает сопротивление параллельного соединения одного резистора и последовательной цепочки из $N - 2$ резисторов. Значит,

$$R_2 = \frac{(N - 2)R^2}{(N - 1)R} = \frac{(N - 2)R}{(N - 1)}.$$

Из полученных выражений можно получить количество резисторов в цепочке:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{(N - 1)^2}{N(N - 2)};$$

$$(R_1 - R_2)N^2 - 2(R_1 - R_2)N - R_2 = 0$$

$$N = \frac{2(R_1 - R_2) + \sqrt{4(R_1 - R_2)^2 + 4(R_1 - R_2)R_2}}{2(R_1 - R_2)} = \frac{(R_1 - R_2) + \sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (R_1 - R_2)R_2}}{(R_1 - R_2)}$$

Подставив этот результат в выражение для R_1 и решив полученное уравнение относительно R , имеем:

$$R = R_1 \frac{(R_1 - R_2) + \sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (R_1 - R_2)R_2}}{\sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (R_1 - R_2)R_2}} = 72 \text{ Ом.}$$

Ответ: $R = R_1 \frac{(R_1 - R_2) + \sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (R_1 - R_2)R_2}}{\sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (R_1 - R_2)R_2}} = 72 \text{ Ом.}$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Нарисована схема цепи для первого измерения	2
Нарисована схема цепи для второго измерения	2
Записано выражение для R_1	2
Записано выражение для R_2	2
Записано выражение для количества резисторов в цепочке	2
Записано выражение для искомого сопротивления, в которое подставлено выражение для N в общем виде или численное значение N	3
Рассчитано значение искомого сопротивления	2
Всего баллов	15

5. (25 баллов). На полярной станции зимой потребовалось перенести нетеплоизолированный сосуд с жидкостью из одного помещения в другое. Время, которое требуется для переноса сосуда, составляет $\tau = 8$ минут. При переносе сосуда обеспечен такой режим, что за каждую минуту теряется $\eta = 20\%$ количества теплоты, которое необходимо отдать к началу этой минуты для начала кристаллизации содержимого сосуда. Успеют ли сотрудники станции перенести сосуд, не заморозив содержимого?

Возможное решение: Пусть Q – количество теплоты, которое нужно отдать для замораживания содержимого сосуда в начале процесса. Тогда за первую минуту будет потеряно количество теплоты, равное ηQ . К началу второй минуты для замораживания жидкости потребуется отдать $(1 - \eta)Q$ теплоты, а за вторую минуту будет отдано количество теплоты, равное $\eta(1 - \eta)Q$. За две минуты будет отдано $\eta Q(2 - \eta)$. К началу третьей минуты для замораживания жидкости потребуется отдать $(1 - \eta)^2 Q$ теплоты, а за третью минуту будет отдано количество теплоты, равное $\eta(1 - \eta)^2 Q$. Для отданного за минуту количества теплоты получаем убывающую геометрическую прогрессию с первым членом ηQ и знаменателем $1 - \eta$. Складывая первые 8 членов этой прогрессии, получим

$$Q_{\text{отд}} = \eta Q \frac{(1 - \eta)^8 - 1}{(1 - \eta) - 1} = \eta Q \frac{1 - (1 - \eta)^8}{\eta} = Q[1 - (1 - \eta)^8] < Q.$$

Количество отданной теплоты меньше, чем количество теплоты, которую нужно отдать до начала кристаллизации жидкости.

Ответ: сотрудники станции успеют перенести сосуд, не заморозив содержимого.

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Получено выражение для количества теплоты, отданного за первую минуту	4
Получено выражение для количества теплоты, требующееся отдать для замораживания жидкости в начале второй и каждой из последующих минут	4
Получено выражение для количества теплоты, отданного за вторую и каждой из последующих минут	4
Указано, что количество отданной теплоты может быть вычислено как сумма членов геометрической прогрессии	4
Получено выражение для количества отданной теплоты за 8 минут	5
Сделан вывод о возможности переноса жидкости без замораживания	4
Всего баллов	25

6. (25 баллов). Через озеро переброшен мост параболической формы. начало и конец моста начинаются на берегу на уровне $h = 5$ м выше уровня воды. Высота вершины моста над водой равна $H = 30$ м. Минимальная скорость автомобиля в верхней точке моста, при которой водитель начинает чувствовать себя в состоянии невесомости (что весьма небезопасно для дорожного движения!!!), равна $V_x = 20$ м/с. Какую максимальную скорость должен иметь автомобиль в начале или в конце моста, чтобы водитель только начинал чувствовать себя в состоянии невесомости? Считайте, что в таком предельном состоянии перехода к невесомости автомобиль проходит весь мост, сопротивлением движению можно пренебречь. Ускорение свободного падения считайте равным 10 м/с².

Возможное решение: Двигаясь по параболе таким образом, что в каждой ее точке водитель и автомобиль находится в невесомости, тела движутся с постоянным полным ускорением, равным ускорению свободного падения. Значит, в начале и конце моста модуль вертикальной проекции скорости равен

$$V_y = \sqrt{2g(H - h)},$$

и скорость автомобиля равна

$$V = \sqrt{V_x^2 + 2g(H - h)} = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: $V = \sqrt{V_x^2 + 2g(H - h)} = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Выполнен чертеж к решению задачи с указанием всех необходимых элементов	2
Установлено, что при движении по параболе в заданных условиях тела находятся в невесомости во всех точках траектории	4
Установлено, полное ускорение – это ускорение свободного падения	4
Получено выражение для вертикальной проекции скорости	5
Получено выражение для скорости	5
Рассчитано значение скорости	5
Всего баллов	25

Решение варианта 4

1. (10 баллов). Две материальные точки находятся в покое на расстоянии L друг от друга. Они начинают одновременно равноускоренно двигаться в одну сторону вдоль линии, их соединяющей. Ускорение точки, находящейся позади, равно a . Какое максимальное ускорение должна иметь первая точка, чтобы ее могла догнать вторая за время, не превышающее τ ?

Возможное решение:

Поместим начало отсчета в первоначальное положение первой точки. Тогда начальная координата второй точки будет равна $-L$. Ускорение первой точки может быть вычислено из условия

$$\frac{a\tau^2}{2} - L = \frac{a_1\tau^2}{2}$$

и

$$a_1 = a - \frac{2L}{\tau^2}.$$

Ответ: $a_1 = a - \frac{2L}{\tau^2}$.

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Выполнен чертеж, выбрана система отсчета	2
Правильно записано условие встречи частиц	3
Получен результат, но есть ошибки в преобразованиях при получении конечной формулы	2
Задание выполнено полностью, получен результат в общем виде	3
Всего баллов	10

2. (10 баллов). В металлический цилиндрический сосуд налили воду и поместили кусочек льда. Затем сосуд негерметично закрыли крышкой. Первоначально смесь воды и льда полностью заполняет сосуд, а крышка не позволяет льду всплыть. Начальная температура воды и льда равна $t = 0$ °С. Температура в помещении, где находится сосуд, не изменяется. Общий объем смеси составляет $V = 1$ литр. Когда лед растает, вода будет занимать $\eta = 0,95$ объема сосуда. Определите первоначальную массу льда. Плотность воды $\rho_v = 1000$ кг/м³, плотность льда $\rho_l = 900$ кг/м³.

Возможное решение:

Масса воды в начале процесса таяния льда может быть рассчитана как

$$m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} \left(V - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}} \right)$$

После того, как лед растаял, объем воды в сосуде стал

$$V' = \frac{m_{\text{л}} + m_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}}} = \frac{m_{\text{л}} + \rho_{\text{в}} \left(V - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}} \right)}{\rho_{\text{в}}} = V - m_{\text{л}} \left(\frac{1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{1}{\rho_{\text{в}}} \right)$$

Отношение объемов равно

$$\eta = 1 - \frac{m_{\text{л}}}{V} \left(\frac{1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{1}{\rho_{\text{в}}} \right).$$

Масса льда

$$m_{\text{л}} = \frac{V(1 - \eta)}{\left(\frac{1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{1}{\rho_{\text{в}}} \right)} = 0,45 \text{ кг} = 450 \text{ г}.$$

Ответ: $m_{\text{л}} = \frac{V(1 - \eta)}{\left(\frac{1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{1}{\rho_{\text{в}}} \right)} = 0,45 \text{ кг} = 450 \text{ г}.$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для массы воды в начале процесса	3
Записано выражение для объема воды по окончании таяния льда	2
Записано выражение для отношения объемов	1
Получен результат в общем виде	2
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	2
Всего баллов	10

3. (15 баллов). В теплоизолированном сосуде находится 982 г переохлажденной воды. В воду бросили маленький кристаллик льда массой $m_{\text{л}} = 25$ г. До какой температуры была переохлаждена вода? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·К), удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг.

Возможное решение: при появлении в переохлажденной воде центра конденсации начинается лавинообразная конденсация. При конденсации выделяется энергия, необходимая для достижения переохлажденной водой температуры конденсации. Составим уравнение уравнения теплового баланса

$$\lambda m_{\text{л}} = cm\Delta T.$$

Тогда

$$\Delta T = \frac{\lambda m_{\text{л}}}{ct} = 2 \text{ К.}$$

Ответ: вода была переохлаждена до $(-2)^\circ\text{C}$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Указано, что идет процесс лавинообразной конденсации	от 1 до 4
Составлены уравнения, сделаны верные рассуждения, необходимые для решения задачи	4
Получен результат в общем виде	4
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	3
Всего баллов	15

4. (15 баллов). Неизвестное число N одинаковых резисторов последовательно соединены в кольцо. Омметр, подсоединённый к концам одного резистора, показывает сопротивление $R_1 = 64$ Ом. Если любой другой резистор цепочки закоротить, то омметр показывает сопротивление $R_2 = 63$ Ом. Определите число N .

Возможное решение: Первое измерение показывает сопротивление параллельного соединения одного резистора и последовательной цепочки из $N - 1$ резистора. Значит,

$$R_1 = \frac{(N - 1)R^2}{NR} = \frac{(N - 1)R}{N}$$

Второе измерение показывает сопротивление параллельного соединения одного резистора и последовательной цепочки из $N - 2$ резисторов. Значит,

$$R_2 = \frac{(N - 2)R^2}{(N - 1)R} = \frac{(N - 2)R}{(N - 1)}.$$

Из полученных выражений можно получить количество резисторов в цепочке:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{(N - 1)^2}{N(N - 2)};$$

$$(R_1 - R_2)N^2 - 2(R_1 - R_2)N - R_2 = 0$$

$$N = \frac{2(R_1 - R_2) + \sqrt{4(R_1 - R_2)^2 + 4(R_1 - R_2)R_2}}{2(R_1 - R_2)} = \frac{(R_1 - R_2) + \sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (R_1 - R_2)R_2}}{(R_1 - R_2)}$$

Ответ: $N = \frac{(R_1 - R_2) + \sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (R_1 - R_2)R_2}}{(R_1 - R_2)}$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Нарисована схема цепи для первого измерения	2
Нарисована схема цепи для второго измерения	2
Записано выражение для R_1	2
Записано выражение для R_2	2
Записано выражение для количества резисторов в цепочке	4
Рассчитано значение искомого количества резисторов	3
Всего баллов	15

5. (25 баллов). На полярной станции зимой потребовалось перенести нетеплоизолированный сосуд с жидкостью из одного помещения в другое. Время, которое требуется для переноса сосуда, составляет $\tau = 4$ минуты. При переносе сосуда обеспечен такой режим, что за каждую минуту теряется $\eta = 20\%$ количества теплоты, которое необходимо отдать к началу этой минуты для полной кристаллизации содержимого сосуда. Кристаллизация начнется, когда будет отдано 60% всего количества теплоты, отдаваемого при полном замораживании содержимого сосуда. Успеют ли сотрудники станции перенести сосуд, не заморозив содержимого?

Возможное решение: Пусть Q – количество теплоты, которое нужно отдать для полного замораживания содержимого сосуда в начале процесса. Тогда за первую минуту будет потеряно количество теплоты, равное ηQ . К началу второй минуты для замораживания жидкости потребуется отдать $(1 - \eta)Q$ теплоты, а за вторую минуту будет отдано количество теплоты, равное $\eta(1 - \eta)Q$. За две минуты будет отдано $\eta Q(2 - \eta)$. К началу третьей минуты для замораживания жидкости потребуется отдать $(1 - \eta)^2 Q$ теплоты, а за третью минуту будет отдано количество теплоты, равное $\eta(1 - \eta)^2 Q$. Для отданного за минуту количества теплоты получаем убывающую геометрическую прогрессию с первым членом ηQ и знаменателем $1 - \eta$. Складывая первые 4 члена этой прогрессии, получим

$$Q_{\text{отд}} = \eta Q \frac{(1 - \eta)^4 - 1}{(1 - \eta) - 1} = \eta Q \frac{1 - (1 - \eta)^4}{\eta} = Q[1 - (1 - \eta)^4] \approx 0,59 < 0,6Q.$$

Количество отданной теплоты меньше, чем количество теплоты, отдаваемой для начала замораживания жидкости.

Ответ: сотрудники станции успеют перенести сосуд, не заморозив содержимого, но им нужно поторопиться.

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Получено выражение для количества теплоты, отданного за первую минуту	4
Получено выражение для количества теплоты, требующееся отдать для замораживания жидкости в начале второй и каждой из последующих минут	4
Получено выражение для количества теплоты, отданного за вторую и каждой из последующих минут	4
Указано, что количество отданной теплоты может быть вычислено как сумма членов геометрической прогрессии	4
Получено выражение для количества отданной теплоты за 4 минуты	5
Сделан вывод о возможности переноса жидкости без замораживания	4
Всего баллов	25

6. (25 баллов). Через озеро переброшен мост параболической формы. начало и конец моста начинаются на берегу на уровне $h = 5$ м выше уровня воды. Высота вершины моста над водой равна $H = 30$ м. Минимальная скорость автомобиля в начальной и конечной точках моста, при которой водитель начинает чувствовать себя в состоянии невесомости (что весьма небезопасно для дорожного движения!!!), равна $V = 30$ м/с. Какую максимальную скорость V_1 должен иметь автомобиль в верхней точке моста, чтобы водитель только начинал чувствовать себя в состоянии невесомости? Считайте, что в таком предельном состоянии перехода к невесомости автомобиль проходит весь мост, сопротивлением движению можно пренебречь. Ускорение свободного падения считайте равным 10 м/с².

Возможное решение: Двигаясь по параболе таким образом, что в каждой ее точке водитель и автомобиль находится в невесомости, тела движутся с постоянным полным ускорением, равным ускорению свободного падения. Значит, в начале и конце моста модуль вертикальной проекции скорости равен

$$V_y = \sqrt{2g(H - h)},$$

и скорость автомобиля равна

$$V = \sqrt{V_x^2 + 2g(H - h)}.$$

В верхней точке моста вертикальная проекция скорости равна нулю, а значит

$$V_1 = V_x$$

и

$$V_1 = \sqrt{V^2 - 2g(H - h)} = 20 \text{ м/с}.$$

Ответ: $V_1 = \sqrt{V^2 - 2g(H - h)} = 20$ м/с.

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Выполнен чертеж к решению задачи с указанием всех необходимых элементов	2
Установлено, что при движении по параболе в заданных условиях тела находятся в невесомости во всех точках траектории	4
Установлено, полное ускорение – это ускорение свободного падения	4
Получено выражение для вертикальной проекции скорости	5
Получено выражение для скорости	5
Рассчитано значение скорости	5
Всего баллов	25