Решение варианта №, 10 класс

Задача 1

Дано:

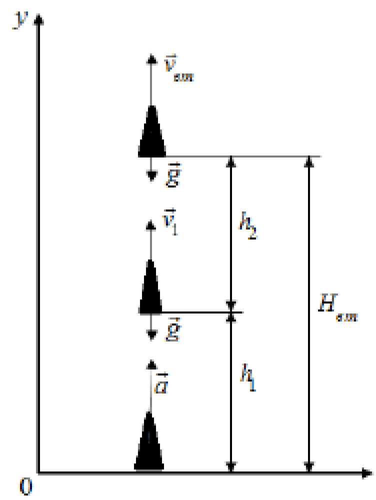
$a = 40\dfrac{м}{с^2}$ /

$g = 10\dfrac{м}{с^2}$

$H_{max} = 10 км = 1\cdot 10^4 м$

Найти:

$\tau = ?$



Решение:

$$y_1 = \frac{at_1^2}{2} = h_1 \qquad y_2 = h_1 + v_1\tau - \frac{g\tau^2}{2} = H_{max}$$

$$v_1 = at_1 \qquad v_2 = v_1 - g\tau = at_1 - g\tau = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{g\tau}{a}$$

$$H_{max} = \frac{at_1^2}{2} + at_1\tau - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{a}{2}\frac{g^2\tau^2}{a^2} + g\tau^2 - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{g^2\tau^2}{2a} + \frac{g\tau^2}{2} =$$

$$H_{max} = \frac{g^2\tau^2}{2a} + \frac{g\tau^2}{2} = \frac{g(g+a)\tau^2}{2a} \Rightarrow$$

$$\tau = \sqrt{\frac{2aH_{max}}{g(g+a)}} = \sqrt{\frac{2\cdot 40\cdot 1\cdot 10^4}{10(10+40)}} = 40c$$

$$\textit{Ответ}: \tau = \sqrt{\frac{2aH_{max}}{g(g+a)}} = 40c$$

Задача 2

Дано:

$m_1 = 3m$

$m_2 = 2m$

$v_1 = v$

$v_2 = 3v$

$h_1 = \dfrac{H_m}{2}$

$p_1 - ?$

1). В произвольный момент времени t импульс системы равен

$\vec{p} = \vec{p}_0 + (m_1 + m_2)\vec{g}t$, (1) где $\vec{p}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}_{0\text{цм}}$

2). В проекциях на оси

ox: $p_x = m_2 v_2 = const$ (2)

$oy: p_y = p_{0y} - (m_1 + m_2)gt_1 = m_1 v_1 - (m_1 + m_2)gt_1$ (3)

$ox: p_{0x} = m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v_{0\text{цмх}}$

$v_{0\text{цмх}} = \dfrac{m_2 v_2}{(m_1 + m_2)}$ - проекция начальной скорости центра масс на ось ох

$oy: p_{0y} = m_1 v_1 = (m_1 + m_2)v_{0\text{цму}} \Rightarrow$

$v_{0\text{цму}} = \dfrac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2)}$ - проекция начальной скорости центра масс на ось оу

$y_{\text{цму}} = v_{0\text{цму}}t - \dfrac{gt^2}{2}$ (5) - уравнение движения ЦМ системы вдоль оси оу

$v_{\text{цму}} = v_{0\text{цму}} - gt$ (6) - уравнение скорости ЦМ системы вдоль оси оу

В верхней точке $v_{\text{цму}} = 0 \Rightarrow v_{\text{цму}} = v_{0\text{цму}} - gt_{am} = 0 \Rightarrow t_{am} = \dfrac{v_{0\text{цму}}}{g}$

$y_{\text{цму}} = v_{0\text{цму}}t_{am} - \dfrac{gt_{am}^2}{2} = \dfrac{v_{0\text{цму}}^2}{2g} = H_{\text{м}}$ - максимальная высота подъема центра масс

3) Найдем время t_1 движения центра масс системы до $h_1 = \dfrac{H_{\text{м}}}{2} = \dfrac{v_{0\text{цму}}^2}{4g}$,

$$y_{\text{цму}} = v_{0\text{цму}}t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = h_1 \Rightarrow \frac{gt_1^2}{2} - v_{0\text{цму}}t_1 - h_1 = 0 \Rightarrow t_{1_{12}} = \frac{v_{0\text{цму}} \pm \sqrt{v_{0\text{цму}}^2 - 2gh_1}}{g}$$

$$t_{1_{12}} = \frac{v_{0\text{цму}} \pm \sqrt{v_{0\text{цму}}^2 - 2g\dfrac{v_{0\text{цму}}^2}{4g}}}{g} = \frac{v_{0\text{цму}} \pm \sqrt{v_{0\text{цму}}^2 - \dfrac{v_{0\text{цму}}^2}{2}}}{g} = \frac{v_{0\text{цму}}}{g}\left(1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow$$

$$t_{11} = \frac{v_{0\text{цму}}}{g}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \text{ и } t_{12} = \frac{v_{0\text{цму}}}{g}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Найдем импульс центра масс в момент времени t_1

$$ox: p_{x1} = m_2 v_2 \quad oy: p_{y1} = m_1 v_1 - (m_1 + m_2)v_{0\text{цму}}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = m_1 v_1 - m_1 v_1\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$p_{y1} = m_1 v_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow p_{1\Sigma} = \sqrt{p_{x1}^2 + p_{y1}^2} = \sqrt{(m_2 v_2)^2 + \frac{1}{2}(m_1 v_1)^2} =$$

$$\sqrt{(2m3v)^2 + \frac{1}{2}(3mv)^2} = 9\frac{\sqrt{2}}{2}mv$$

При повторном прохождении высоты h_1 скорость центра масс системы будет такой же. $\Rightarrow$ Модуль импульса бедет тем же.

$$p_{1\Sigma} = \sqrt{(m_2 v_2)^2 + \frac{1}{2}(m_1 v_1)^2} = 9\frac{\sqrt{2}}{2}mv$$

Задача 3

Дано:	
σ	Вырежем сектор, опирающийся на угол 2α и приложим силы, действующие на участок кольца
L_0	$0=\vec{T}_1+\vec{T}_2+\vec{F}_H$ (условие равновесия)
E	На оси
S	оу: $F_H-T_1\sin\alpha-T_2\sin\alpha=0$
	ox : Foy: $0=T_1\cos\alpha-T_2\cos\alpha\Rightarrow T_1=T_2=T_{12}\Rightarrow F_H=2T_{12}\sin\alpha$
Найти:	тк α мал $\Rightarrow\sin\alpha=\alpha\Rightarrow F_H=2T_{12}\alpha$
$R=?$	

Пленка двухсторонняя $\Rightarrow F_H=2\sigma\Delta l$

$$\frac{\Delta l}{2\pi R}=\frac{2\alpha}{2\pi}=\frac{\alpha}{\pi}\Rightarrow\Delta l=2\alpha R\Rightarrow F_H=2\sigma 2\alpha R=4\sigma\alpha R$$

По закону Гука

$$\frac{T_{12}}{S}=E\frac{2\pi R-L_0}{L_0}\Rightarrow T_{12}=\frac{ES(2\pi R-L_0)}{L_0}\Rightarrow 4\sigma\alpha R=2\frac{ES(2\pi R-L_0)}{L_0}\alpha$$

$$2\sigma R=\frac{ES(2\pi R-L_0)}{L_0}\Rightarrow 2\sigma RL_0=2\pi RES-L_0ES\Rightarrow L_0ES=R(2\pi ES-2\sigma L_0)$$

Ответ: $R=\dfrac{L_0ES}{2\pi ES-2\sigma L_0}$

Задача 4

Дано:

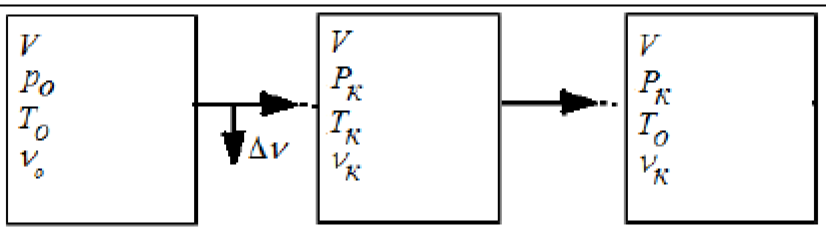
$P_0=1\cdot10^5\,Па$

$P_K=0,7\cdot10^5\,Па$

$T_0=283K=T_K$

Найти:

$\Delta T-?$



Решение:

Запишем уравнение Клапейрона-Менделеева

$p_oV=\nu_oRT_o$ (1) - в начале процесса

$p_oV=\nu_1RT_1$ (2) - после нагрева до температуры $T_1=(T_o+\Delta T)$ (4)

$p_кV=\nu_1RT_o$ (3) - в конце процесса

Из (1),(2) и (4)

$$\nu_oRT_o=\nu_1RT_1\Rightarrow\nu_oRT_o=\nu_1R(T_o+\Delta T)\Rightarrow\nu_1=\frac{\nu_oRT}{R(T_o+\Delta T)}\Rightarrow\nu_1=\frac{\nu_oT}{(T_o+\Delta T)}\quad(5)$$

Разделим (3) на (2)

$$\frac{p_кV}{p_oV}=\frac{\nu_1RT_o}{\nu_1RT_1}\Rightarrow\frac{p_к}{p_o}=\frac{T_o}{(T_o+\Delta T)}\quad(6)$$

$$p_к(T_o+\Delta T)=p_oT_o\Rightarrow p_кT_o+p_к\Delta T=p_oT_o\Rightarrow\Delta T=\frac{(p_o-p_к)}{p_к}T_o\Rightarrow\Delta T=\left(\frac{p_o}{p_к}-1\right)T_o\Rightarrow$$

$$\Delta T=\left(\frac{1\cdot10^5}{0,7\cdot10^5}-1\right)283=121K$$

Задача 5

Дано:
k
S
h
R
i
P_0
Q

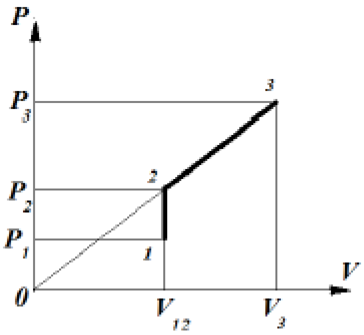
$H = ?$

Решение:

$PS = kx$ домножим правую и левую части на S

$PS^2 = kxS$

$xS = V \Rightarrow PS^2 = kV \Rightarrow P = \frac{k}{S^2}V$



Запишем 1-е начало термодинамики для процесса 1-2-3

$$Q_{123} = \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}(P_2 + P_3)(V_3 - V_{12})$$

$$Q_{123} = \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}(P_2V_3 - P_2V_{12} + P_3V - P_3V_{12})$$

$$\frac{P_2}{V_{12}} = \frac{P_3}{V_3} \Rightarrow P_2V_3 = P_3V_{12} \Rightarrow Q_{123} = \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}\nu R(T_3 - T_2)$$

Запишем уравнение Клапейрона-Менделеева для точек 1,2 и 3

$P_1V_{12} = \nu RT_1;\ P_2V_{12} = \nu RT_2;\ P_3V_3 = \nu RT_3$

$$Q_{123} = \frac{i}{2}(P_3V_3 - P_1V_{12}) + \frac{1}{2}(P_3V_3 - P_2V_{12})$$

Давление в точках $P_1 = P_0;\ P_2 = \frac{kh}{S};\ P_3 = \frac{kH}{S};$

Объемы в точках $V_{12} = Sh;\ V_3 = \mathrm{SH}$

Подведенное тепло:

$$Q_{123} = \frac{i}{2}\left(\frac{kH}{S}\mathrm{SH} - P_0Sh\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{kH}{S}\mathrm{SH} - \frac{kh}{S}Sh\right)$$

$$Q_{123} = \frac{i}{2}\left(\mathrm{kH}^2 - P_0Sh\right) + \frac{1}{2}\mathrm{k}\left(\mathrm{H}^2 - \mathrm{h}^2\right)$$

$$2Q_{123} = i\mathrm{kH}^2 - iP_0Sh + \mathrm{kH}^2 - k\mathrm{h}^2$$

Высота подъема поршня:

$$\mathrm{H} = \sqrt{\frac{2Q_{123} + iP_0Sh + k\mathrm{h}^2}{\mathrm{k}(i+1)}}$$

Решение варианта №, 10 класс

Задача 1

Дано:

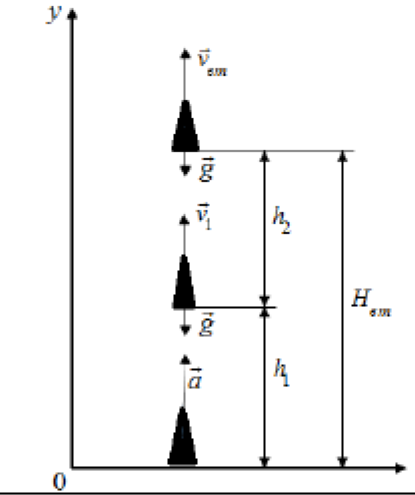
$a = 20\dfrac{м}{с^2}$

$g = 10\dfrac{м}{с^2}$

$\tau = 40с$

Найти:

$H_{\max} = ?$



Решение:

$$y_1 = \frac{at_1^2}{2} = h_1 \qquad y_2 = h_1 + v_1\tau - \frac{g\tau^2}{2} = H_{\max}$$

$$v_1 = at_1 \qquad v_2 = v_1 - g\tau = at_1 - g\tau = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{g\tau}{a}$$

$$H_{\max} = \frac{at_1^2}{2} + at_1\tau - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{a}{2}\frac{g^2\tau^2}{a^2} + g\tau^2 - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{g^2\tau^2}{2a} + \frac{g\tau^2}{2} =$$

$$H_{\max} = \frac{g^2\tau^2}{2a} + \frac{g\tau^2}{2} = \frac{g(g+a)\tau^2}{2a} = \frac{10(10+20)40^2}{2\cdot 20} = 12000м$$

Задача 2

Дано:

$m_1 = 2m$

$m_2 = 3m$

$v_1 = 2v$

$v_2 = v$

$h_1 = \dfrac{H_m}{2}$

$p_1 - ?$

1).В произвольный момент времени t импульс системы равен

$\vec{p} = \vec{p}_0 + (m_1 + m_2)\vec{g}t,$ (1) где $\vec{p}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}_{0цм}$

2).В проекциях на оси

ox: $p_x = m_2 v_2 = const$ (2)

$oy: p_y = p_{0y} - (m_1 + m_2)gt_1 = m_1 v_1 - (m_1 + m_2)gt_1$ (3)

$ox: p_{0x} = m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v_{0цмx}$

$v_{0цмx} = \dfrac{m_2 v_2}{(m_1 + m_2)}$ - проекция начальной скорости центра масс на ось ох

$oy: p_{0y} = m_1 v_1 = (m_1 + m_2)v_{0цмy} \Rightarrow$

$v_{0цмy} = \dfrac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2)}$ - проекция начальной скорости центра масс на ось оу

$y_{цмy} = v_{0цмy}t - \dfrac{gt^2}{2}$ (5) - уравнение движения ЦМ системы вдоль оси оу

$v_{цмy} = v_{0цмy} - gt$ (6) - уравнение скорости ЦМ системы вдоль оси оу

В верхней точке $v_{цмy} = 0 \Rightarrow v_{цмy} = v_{0цмy} - gt_{вт} = 0 \Rightarrow t_{вт} = \dfrac{v_{0цмy}}{g}$

$y_{цму} = v_{0цму}t_{вп} - \frac{gt_{вп}^2}{2} = \frac{v_{0цму}^2}{2g} = H_м$ - максимальная высота подъема центра масс

3)Найдем время t_1 движения центра масс системы до $h_1 = \frac{H_м}{2} = \frac{v_{0цму}^2}{4g}$,

$$y_{цму} = v_{0цму}t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = h_1 \Rightarrow \frac{gt_1^2}{2} - v_{0цму}t_1 - h_1 = 0 \Rightarrow t_{1_{12}} = \frac{v_{0цму} \pm \sqrt{v_{0цму}^2 - 2gh_1}}{g}$$

$$t_{1_{12}} = \frac{v_{0цму} \pm \sqrt{v_{0цму}^2 - 2g\frac{v_{0цму}^2}{4g}}}{g} = \frac{v_{0цму} \pm \sqrt{v_{0цму}^2 - \frac{v_{0цму}^2}{2}}}{g} = \frac{v_{0цму}}{g}\left(1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow$$

$$t_{11} = \frac{v_{0цму}}{g}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \text{ и } t_{12} = \frac{v_{0цму}}{g}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Найдем импульс центра масс в момент времени t_1

$$ox: p_{x1} = m_2v_2 \quad oy: p_{y1} = m_1v_1 - (m_1 + m_2)v_{0цму}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = m_1v_1 - m_1v_1\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$p_{y1} = m_1v_1\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow p_{1\Sigma} = \sqrt{p_{x1}^2 + p_{y1}^2} = \sqrt{(m_2v_2)^2 + \frac{1}{2}(m_1v_1)^2} =$$

$$= \sqrt{(3m \cdot v)^2 + \frac{1}{2}(2m \cdot 2v)^2} = \sqrt{17}mv$$

При повторном прохождении высоты h_1 скорость центра масс системы будет такой же. $\Rightarrow$ Модуль импульса бедет тем же.

$$p_{1\Sigma} = \sqrt{(m_2v_2)^2 + \frac{1}{2}(m_1v_1)^2} = \sqrt{17}mv$$

Задача 3

Дано: R, σ, E, S	Вырежем сектор, опирающийся на угол 2α и приложим силы, действующие на участок кольца
	$0 = \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{F}_H$ (условие равновесия)
	На оси
	oy: $F_H - T_1\sin\alpha - T_2\sin\alpha = 0$
	ox: Foy: $0 = T_1\cos\alpha - T_2\cos\alpha \Rightarrow T_1 = T_2 = T_{12} \Rightarrow F_H = 2T_{12}\sin\alpha$
Найти: $L_0 = ?$	тк α мал $\Rightarrow \sin\alpha = \alpha \Rightarrow F_H = 2T_{12}\alpha$

Пленка двухсторонняя $\Rightarrow F_H = 2\sigma\Delta l$

$$\frac{\Delta l}{2\pi R} = \frac{2\alpha}{2\pi} = \frac{\alpha}{\pi} \Rightarrow \Delta l = 2\alpha R \Rightarrow F_H = 2\sigma 2\alpha R = 4\sigma\alpha R$$

По закону Гука

$$\frac{T_{12}}{S} = E\frac{2\pi R - L_0}{L_0} \Rightarrow T_{12} = \frac{ES(2\pi R - L_0)}{L_0} \Rightarrow 4\sigma\alpha R = 2\frac{ES(2\pi R - L_0)}{L_0}\alpha$$

$$2\sigma R = \frac{ES(2\pi R - L_0)}{L_0} \Rightarrow 2\sigma RL_0 = 2\pi RES - L_0ES \Rightarrow 2\sigma RL_0 + L_0ES = 2\pi RES$$

Ответ: $L_0 = \frac{2\pi RES}{2\sigma R + ES}$

Задача 4

Дано:

$V = 5{,}6 \cdot 10^{-3}\, м^3$

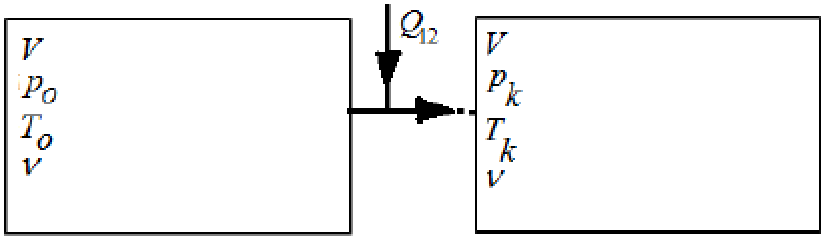
$P_0 = 1 \cdot 10^5\, Па$

$C_V = 21 \dfrac{Дж}{моль \cdot K}$

$Q = 1430\, Дж$

Найти:

$P_к - ?$



Решение:

$Q = C_V \cdot \nu \cdot (T_k - T_o)$ - подведенное тепло в процессе

Запишем уравнение Клапейрона-Менделеева

$p_o V = \nu R T_o$ - в начале процесса

$p_k V = \nu R T_k$ - в конце процесса

$$\nu R(T_k - T_o) = (p_k - p_o)V \Rightarrow \nu(T_k - T_o) = \frac{(p_k - p_o)V}{R}$$

$$Q = C_V \cdot \frac{(p_k - p_o)V}{R} \Rightarrow p_k = p_o + \frac{QR}{V \cdot C_V} = 1 \cdot 10^5 + \frac{1430 \cdot 8{,}31}{5{,}6 \cdot 10^{-3} \cdot 21} =$$

Ответ: $p_k = p_o + \dfrac{QR}{V \cdot C_V} = 1 \cdot 10^5 + \dfrac{1430 \cdot 8{,}31}{5{,}6 \cdot 10^{-3} \cdot 21} = 2.0 \cdot 10^5\, Па$

Задача 5

Дано:

k

S

h

R

i

P_0

H

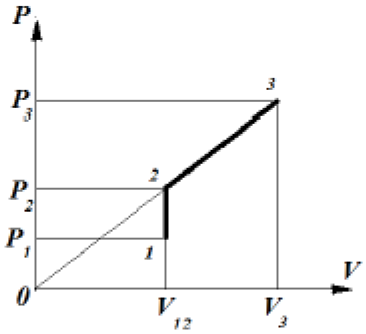
$Q = ?$

Решение:

$PS = kx$ домножим правую и левую части на S

$PS^2 = kxS$

$$xS = V \Rightarrow PS^2 = kV \Rightarrow P = \frac{k}{S^2}V$$



Запишем 1-е начало термодинамики для процесса 1-2-3

$$Q_{123} = \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}(P_2 + P_3)(V_3 - V_{12})$$

$$Q_{123} = \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}(P_2V_3 - P_2V_{12} + P_3V - P_3V_{12})$$

$$\frac{P_2}{V_{12}} = \frac{P_3}{V_3} \Rightarrow P_2V_3 = P_3V_{12} \Rightarrow Q_{123} = \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}\nu R(T_3 - T_2)$$

Запишем уравнение Клапейрона-Менделеева для точек 1,2 и 3

$$P_1V_{12} = \nu RT_1;\ \ P_2V_{12} = \nu RT_2;\ \ P_3V_3 = \nu RT_3$$

$$Q_{123} = \frac{i}{2}(P_3V_3 - P_1V_{12}) + \frac{1}{2}(P_3V_3 - P_2V_{12})$$

Давление в точках $P_1 = P_0;\ \ P_2 = \frac{kh}{S};\ \ P_3 = \frac{kH}{S};$

Объемы в точках $V_{12} = Sh;\ V_3 = \mathrm{SH}$

Подведенное тепло:

$$Q_{123} = \frac{i}{2}\left(\frac{kH}{S}\mathrm{SH} - P_0Sh\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{kH}{S}\mathrm{SH} - \frac{kh}{S}Sh\right)$$

$$Q_{123} = \frac{i}{2}\left(\mathrm{kH^2} - P_0Sh\right) + \frac{1}{2}\mathrm{k}\left(\mathrm{H^2} - \mathrm{h^2}\right)$$

Ответ: $Q_{123} = \frac{i}{2}\left(\mathrm{kH^2} - P_0Sh\right) + \frac{1}{2}\mathrm{k}\left(\mathrm{H^2} - \mathrm{h^2}\right)$

Критерии проверки заданий 10 класса

За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется X. Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна — две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1 — 2 балла. Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это 20 баллов. За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин, но при правильном решении задачи, можно снять 1— 2 балла. В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

Верные решения задач могут отличаться от авторских. Также никакие критерии не могут быть всеобъемлющими. Во всех случаях, не предусмотренных критериями, просьба руководствоваться соображениями здравого смысла и педагогическим опытом эксперта.