Решение варианта №21

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{\Delta t = 2\dfrac{\upsilon_0}{g} = 1\ c}$.

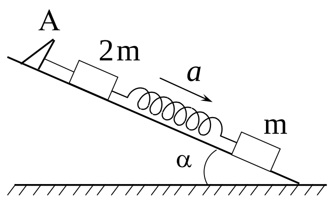
$$\Delta t = 2\frac{\upsilon_0}{g} = \frac{2\cdot 5}{10} = 1\ c.$$

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{a = \dfrac{2m+m}{2m} g\sin\alpha = \dfrac{3}{4}g}$ Ускорение брусков массой 2m и m направлено вдоль наклонной плоскости вниз.

1) Силу натяжения нити находим из условия равновесия системы

$$T = (2m+m)g\sin\alpha = 3mg\,\frac{1}{2} = \frac{3}{2}mg.$$

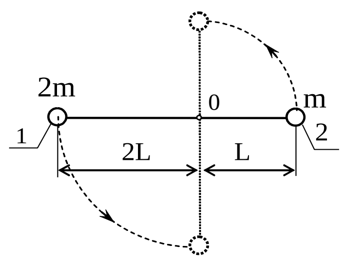


2) Ускорение бруска m_1

$$a == \frac{(2m+m)g\sin\alpha}{2m} = \frac{3m}{2m}g\sin 30^0 = \frac{3}{4}g.$$

Ускорение брусков массой 2m и m направлено вдоль наклонной плоскости вниз.

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{\upsilon_2 = \sqrt{\dfrac{2gL}{3}}}$; $\boxed{\upsilon_1 = 2\sqrt{\dfrac{2gL}{3}}}$.

Пусть скорости грузов в момент прохождения положения равновесия равны υ_1 и υ_2. Тогда, пренебрегая трением, в соответствии с законом сохранения механической энергии запишем:

$$\frac{2m\upsilon_1^{\ 2}}{2} + \frac{m\upsilon_2^{\ 2}}{2} = 2mg\,2L - mgL, \quad (1)$$

Поскольку угловая скорость ω вращения грузов одинакова, то

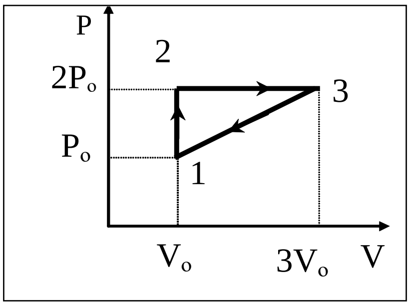
$$\upsilon_1 = \omega 2\text{L}, \quad \upsilon_2 = \omega\text{L}, \quad \upsilon_1 = 2\upsilon_2 \qquad (2).$$

Подставив (2) в (1), получим $4\upsilon_2^{\ 2\,1} + \dfrac{\upsilon_2^{\ 2}}{2} = 3gL$, $9\upsilon_2^{\ 2} = 6gL$.

Следовательно, искомые скорости равны: $\upsilon_2 = \sqrt{\dfrac{2gL}{3}}$; $\upsilon_1 = 2\sqrt{\dfrac{2gL}{3}}$.

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\dfrac{Q_{12}}{Q_{23}} = 0{,}15}$.



$$\boxed{Q_{12} = \frac{3}{2}(2P_0V_0 - P_0V_0) = \frac{3}{2}P_0V_0}$$

$$\boxed{Q_{23} = \frac{5}{2}(2P_0 \cdot 3V_0 - 2P_0V_0) = 10P_0V_0};$$

$\boxed{\dfrac{Q_{12}}{Q_{23}} = 0{,}15}$.

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{T = 400K}$.

He	Ar
$\nu_{He} = 2$	$\nu_{Ar} = 1$
$T_{He} = 300$	$T_{Ar} = 600$

1) После установления равновесия в системе, температура обеих частей сосуда станет одинаковой и равной T, а гелий равномерно распределится по всему сосуду.

2) Температура в сосуде определяется из закона сохранения энергии $U = \dfrac{3}{2}\nu_{He}RT_{He} + \dfrac{3}{2}\nu_{Ar}RT_{Ar} = \dfrac{3}{2}(\nu_{He} + \nu_{Ar})RT$.

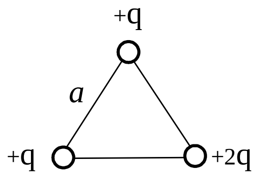
Отсюда $T = \dfrac{\nu_{He}T_{He} + \nu_{Ar}T_{Ar}}{\nu_{He} + \nu_{Ar}} = \dfrac{2 \cdot 300 + 1 \cdot 600}{3} = \dfrac{600 + 600}{3} = 400K$. $\boxed{T = 400K}$.

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{A = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_o a}}$.

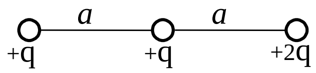
Работа сил электрического поля, необходимая для перестройки системы, равна убыли потенциальной энергии взаимодействующих зарядов при изменении конфигурации расположения зарядов $A = W_1 - W_2$.

Начальная энергия системы



$$W_1 = k\frac{q\cdot q}{a} + k\frac{q\cdot 2q}{a} + k\frac{2q\cdot q}{a} = 5k\frac{q^2}{a}.$$

Конечная энергия системы

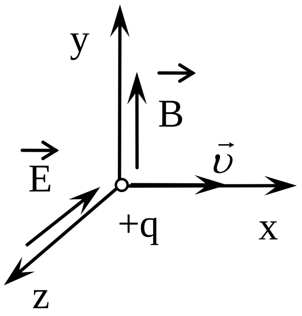


$$W_2 = k\frac{q\cdot q}{a} + k\frac{q\cdot 2q}{2a} + k\frac{q\cdot 2q}{a} = 4k\frac{q^2}{a}.$$

$$A = W_1 - W_2 = 5k\frac{q^2}{a} - 4k\frac{q^2}{a} = k\frac{q^2}{a} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o a}.$$

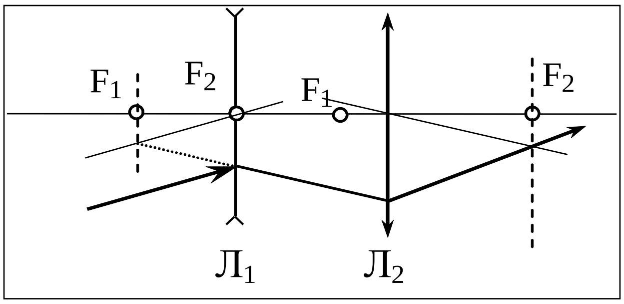
З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $E = \upsilon \cdot B$



З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

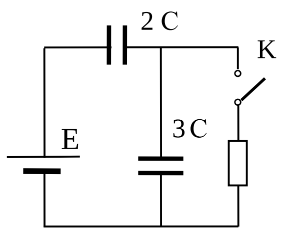
Ответ:



З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{Q = \frac{2}{5}\mathrm{C}\cdot E^2}$.

До замыкания ключа :



1) Ёмкость батареи конденсаторов

$$C_{БАТ} = \frac{2C\cdot 3C}{2C+3C} = \frac{6}{5}C.$$

2) Заряд на батарее конденсаторов

$$q_1 = \frac{6}{5} C \cdot E = \frac{6}{5} CE$$

3) Энергия батареи конденсаторов $\quad W_1 = \frac{C_{БАЕ} \cdot E^2}{2} = \frac{6CE^2}{5 \cdot 2} = \frac{3}{5} CE^2$

После замыкания ключа конденсатор 2С зарядится до напряжения Е, его заряд станет равным $q_2 = 2CE$, а энергия $W_2 = C \cdot E^2$.

Работа батареи источника тока $\quad A = E(q_2 - q_1) = E\left(2CE - \frac{6}{5} CE\right) = \frac{4}{5} CE^2$

Количество тепла, которое выделится на резисторе после замыкания ключа К

$$Q = A - (W_2 - W_1) = \frac{4}{5} CE^2 - \left[C \cdot E^2 - \frac{3}{5} C \cdot E^2\right] = \frac{2}{5} C \cdot E^2, \qquad \boxed{Q = \frac{2}{5} C \cdot E^2}.$$

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{L}{g}}}$.

Воспользуемся законом сохранения энергии

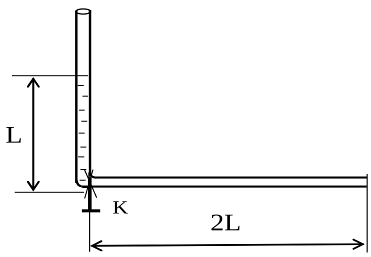
$$W_о = W_{кин} + W_{пот} = const .$$

Начальная потенциальная энергия столба жидкости длины L равна кинетической энергии жидкости плюс потенциальной энергии столба жидкости длины x

$$mg \cdot \frac{L}{2} = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{m}{L} x \frac{x}{2} \cdot g \qquad (1)$$

Так как $\frac{dW_о}{dt} = 0$, то, продифференцировав выражение (1) по времени, получим

$$\frac{m}{2} \cdot 2\dot{x}\ddot{x} + \frac{m}{L} g \cdot x\dot{x} = 0 \qquad (2)$$



Учитывая, что $\frac{dx}{dt} \neq 0$, получим: $\ddot{x} + \frac{g}{L} x = 0 \quad (3)$

Итак, вытекание жидкости удовлетворяет уравнению гармонических

колебаний с периодом $\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} . \quad (4)$

Время вытекания жидкости из наполненной вертикальной части трубки

$$t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{L}{g}} .$$

Решение варианта №22

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{a=\dfrac{2(n-1)S}{(n+1)t^2}=0{,}5\,м/с^2}$.

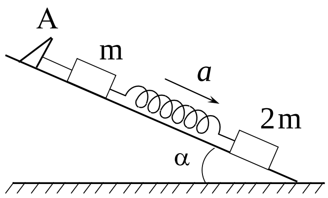
1) $\upsilon=\upsilon_0+at$. Так как $\upsilon=n\upsilon_0$, то $n\upsilon_0=\upsilon_0+at$, отсюда $\upsilon_0=\dfrac{at}{n-1}$.

2) $S=\dfrac{\upsilon_2^{\,2}-\upsilon_1^{\,2}}{2a}=\dfrac{n\upsilon_0^{\,2}-\upsilon_0^{\,2}}{2a}=\dfrac{\upsilon_0^{\,2}(n^2-1)}{2a}=\dfrac{a^2t^2(n^2-1)}{(n-1)^2\,2a}=\dfrac{at^2(n+1)}{2(n-1)}$, отсюда

3) $a=\dfrac{2(n-1)S}{(n+1)t^2}$; при t =20 с , S = 200м, n = 3 , $a=\dfrac{2(3-1)200}{(3+1)20^2}=0{,}5\dfrac{м}{с^2}$.

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{a=\dfrac{m+2m}{m}g\sin\alpha=\dfrac{3}{2}g}$ Ускорение брусков массой m *и* $2m$ направлено вдоль наклонной плоскости вниз.



1) Силу натяжения нити находим из условия равновесия системы

$$T=(m+2m)g\sin\alpha=3mg\,\frac{1}{2}=\frac{3}{2}mg\ .$$

2) Ускорение бруска m_1

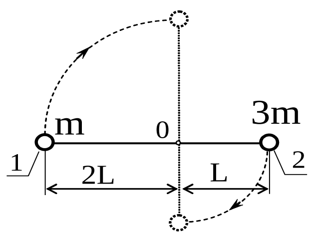
$$a=\frac{(m+2m)g\sin\alpha}{m}=\frac{3m}{m}g\sin 30^0=\frac{3}{2}g\ .$$

Ускорение брусков массой m и 2 m направлено вдоль наклонной плоскости вниз.

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\upsilon_2=\sqrt{\dfrac{2}{7}gL}}$ $\boxed{\upsilon_1=2\sqrt{\dfrac{2}{7}gL}}$.

1) Пусть скорости грузов в момент прохождения положения равновесия равны υ_1 и υ_2. Тогда, пренебрегая трением, в соответствии с законом сохранения механической энергии, запишем:



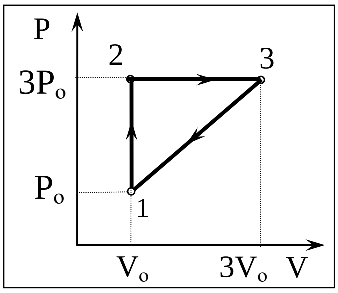
$$\frac{m\upsilon_1^{\,2}}{2}+\frac{3m\upsilon_2^{\,2}}{2}=3mg\cdot L-mg\cdot 2L\quad (1)$$

Поскольку угловая скорость ω вращения грузов одинакова, то $\upsilon_1 = 2\omega L$, $\upsilon_2 = \omega L$, и $\upsilon_1 = 2\upsilon_2$ (2). Подставив (2) в (1), получим $4\upsilon_2^2 + 3\upsilon_2^2 = 2gL$, $7\upsilon_2^2 = 2gL$, откуда

$\boxed{\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2}{7}gL}}$ $\boxed{\upsilon_1 = 2\sqrt{\frac{2}{7}gL}}$.

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\frac{Q_{12}}{Q_{23}} = 0{,}2}$.



$\boxed{Q_{12} = \frac{3}{2}(3P_0V_0 - P_0V_0) = 3P_0V_0}$;

$Q_{23} = \frac{5}{2}(3P_0 \cdot 3V_0 - 3P_0V_0) = 15P_0V_0$; $\boxed{\frac{Q_{12}}{Q_{23}} = 0{,}2}$.

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{T = 350K}$.

He	*Ne*
$\nu_{He} = 3$	$\nu_{Ne} = 1$
$T_{He} = 300$	$T_{Ne} = 500$

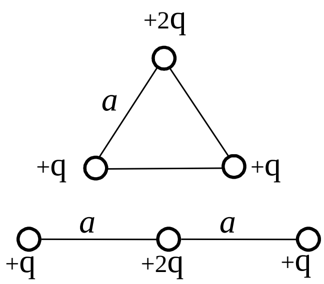
1) После установления равновесия в системе, температура обеих частей сосуда станет одинаковой и равной T, а гелий равномерно распределится по всему сосуду.

2) Температура в сосуде определяется из закона сохранения энергии $U = \frac{3}{2}\nu_{He}RT_{He} + \frac{3}{2}\nu_{Ne}RT_{Ne} = \frac{3}{2}(\nu_{He} + \nu_{Ne})RT$.

Отсюда $T = \frac{\nu_{He}T_{He} + \nu_{Ne}T_{Ne}}{\nu_{He} + \nu_{Ne}} = \frac{3 \cdot 300 + 1 \cdot 500}{3+1} = \frac{900 + 500}{4} = 350K$, $\boxed{T = 350K}$.

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{A = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_o a}}$.



Работа сил электрического поля, необходимая для перестройки системы, равна убыли потенциальной энергии взаимодействующих зарядов при изменении конфигурации расположения зарядов $A = W_1 - W_2$.

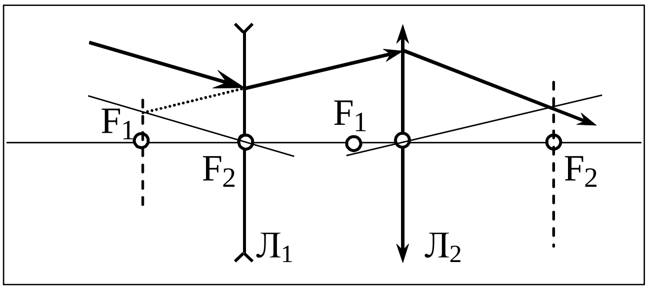
Начальная энергия системы $W_1 = k\frac{q \cdot 2q}{a} + k\frac{2q \cdot q}{a} + k\frac{q \cdot q}{a} = 5k\frac{q^2}{a}$.

Конечная энергия системы $W_2 = k\frac{q \cdot 2q}{a} + k\frac{q \cdot q}{2a} + k\frac{2q \cdot q}{a} = k\frac{9}{2}\frac{q^2}{a}$.

$$A = W_1 - W_2 = 5k\frac{q^2}{a} - k\frac{9}{2}\frac{q^2}{a} = \frac{1}{2}k\frac{q^2}{a} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_o a}.$$

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

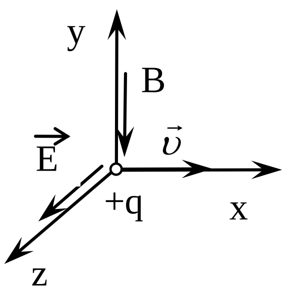
Ответ:



З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

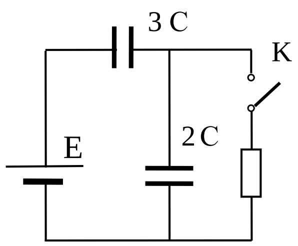
Ответ: На рисунке**.**

$\boxed{B = \frac{E}{\upsilon}}$



З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{Q = \frac{2}{5}\mathrm{C} \cdot E^2}$.



До замыкания ключа :

1) Ёмкость батареи конденсаторов

$$C_{БАТ} = \frac{3C \cdot 2C}{3C + 2C} = \frac{6}{5}C$$

2) Заряд на батарее конденсаторов $q_1 = \frac{6}{5}C \cdot E = \frac{6}{5}CE$

3) Энергия батареи конденсаторов $\mathrm{W}_1 = \frac{\mathrm{C}_{\text{БАЕ}} \cdot E^2}{2} = \frac{6CE^2}{5 \cdot 2} = \frac{3}{5}CE^2$

После замыкания ключа конденсатор 3C зарядится до напряжения E, его заряд станет равным $q_2 = 3CE$, а энергия $W_2 = \frac{3}{2}C \cdot E^2$.

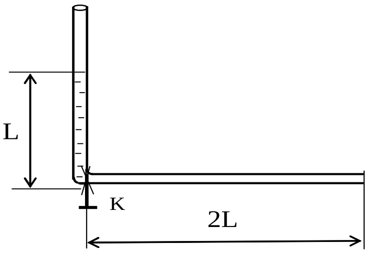
Работа батареи конденсаторов $A = E(q_2 - q_1) = E\left(3CE - \frac{6}{5}CE\right) = \frac{9}{5}CE^2$

Количество тепла, которое выделится на резисторе после замыкания ключа К

$$Q = A - (W_2 - W_1) = \frac{9}{5}CE^2 - \left[\frac{3}{2}C \cdot E^2 - \frac{3}{5}C \cdot E^2\right] = \frac{9}{10}C \cdot E^2, \qquad \boxed{Q = \frac{9}{10}C \cdot E^2}.$$

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ**:** $\boxed{\tau = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{L}{g}}}$.



Воспользуемся законом сохранения энергии

$$W_о = W_{кин} + W_{пот} = const .$$

Начальная потенциальная энергия столба жидкости длины L равна кинетической энергии жидкости плюс потенциальной энергии столба жидкости длины x

$$mg \cdot \frac{L}{2} = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{m}{L}x\frac{x}{2} \cdot g \qquad (1)$$

Так как $\frac{dW_о}{dt} = 0$, то, продифференцировав выражение (1) по времени, получим

$$\frac{m}{2} \cdot 2\dot{x}\ddot{x} + \frac{m}{L}g \cdot x\dot{x} = 0 \qquad (2)$$

Учитывая, что $\frac{dx}{dt} \neq 0$, получим: $\ddot{x} + \frac{g}{L}x = 0$ (3)

Итак, вытекание жидкости удовлетворяет уравнению гармонических колебаний с периодом $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. (4)

Уравнение, описывающее вытекание жидкости из вертикальной части трубки имеет вид: $x = L \cdot \cos\omega t$. При $t = \tau$, $x = \frac{L}{2}$. Откуда $\omega\tau = \frac{\pi}{3}$. И тогда $\tau = \frac{\pi}{3\omega}$.

Так как . $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{L}}$, то время, через которое после открытия клапана половина жидкости вытечет из вертикальной части трубки. $\tau = \frac{\pi}{3\omega} = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{L}{g}}$.

Решение варианта №23

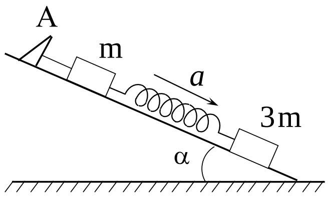
З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{\Delta t = 2\dfrac{\upsilon_0}{g} = 4\ c}$.

$$\Delta t = 2\frac{\upsilon_0}{g} = \frac{2\cdot 20}{10} = 4\ c.$$

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{a = \dfrac{m+3m}{m} g\sin\alpha = 2g}$ Ускорение брусков массой m и 3m направлено вдоль наклонной плоскости вниз.



1) Силу натяжения нити находим из условия равновесия системы

$$T = (m+3m)g\sin\alpha = 4mg\frac{1}{2} = 2mg\ .$$

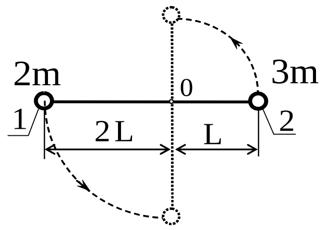
2) Ускорение брусков массой m+ 3m

$$a = \frac{(m+3m)g\sin\alpha}{m} = \frac{4m}{m}g\sin 30^0 = 2g\ .$$

Ускорение брусков массой m и 3m направлено вдоль наклонной плоскости вниз.

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\upsilon_2 = \sqrt{\dfrac{2}{11}gL}}$, $\boxed{\upsilon_1 = 2\sqrt{\dfrac{2}{11}gL}}$.



1) Пусть скорости грузов в момент прохождения положения равновесия равны υ_1 и υ_2. Тогда, пренебрегая трением, в соответствии с законом сохранения механической энергии, запишем:

$$\frac{2\mathrm{m}\upsilon_1^{\ 2}}{2} + \frac{3m\upsilon_2^{\ 2}}{2} = 2mg\cdot 2L - 3mgL \qquad (1)$$

Поскольку угловая скорость ω вращения грузов одинакова,

то $\upsilon_1 = 2\omega\mathrm{L}$, $\upsilon_2 = \omega\mathrm{L}$, и $\upsilon_1 = 2\upsilon_2$ (2). Подставив (2) в (1), получим

$$4\upsilon_2^{\ 2} + \frac{3\upsilon_2^{\ 2}}{2} = 4gL - 3gL, \quad 11\upsilon_2^{\ 2} = 2gL,$$

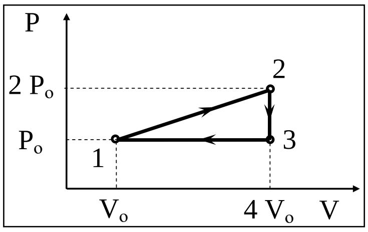
откуда $\boxed{\upsilon_2 = \sqrt{\dfrac{2}{11}gL}}$, $\boxed{\upsilon_1 = 2\sqrt{\dfrac{2}{11}gL}}$.

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\dfrac{Q_{23}}{Q_{31}} = 0{,}8}$.

$$\boxed{Q_{23} = \frac{3}{2}(2P_0 4V_0 - P_0 4V_0) = 6P_0V_0};$$

$$\boxed{Q_{31} = \frac{5}{2}(P_0 4V_0 - P_0V_0) = \frac{15}{2}P_0V_0}; \qquad \boxed{\frac{Q_{23}}{Q_{31}} = 0{,}8}.$$



З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{T = 240\,K}$.

He	Ar
$\nu_{He} = 2$	$\nu_{Ar} = 3$
$T_{He} = 300$	$T_{Ar} = 200$

1) После установления равновесия в системе, температура обеих частей сосуда станет одинаковой и равной Т, а гелий равномерно распределится по всему сосуду.

2) Температура в сосуде определяется из закона сохранения энергии $U = \frac{3}{2}\nu_{He}RT_{He} + \frac{3}{2}\nu_{Ar}RT_{Ar} = \frac{3}{2}(\nu_{He} + \nu_{Ar})RT$.

Отсюда $T = \dfrac{\nu_{He}T_{He} + \nu_{Ar}T_{Ar}}{\nu_{He} + \nu_{Ar}} = \dfrac{2\cdot 300 + 3\cdot 200}{2+3} = \dfrac{600+600}{5} = 240\,K$. $\boxed{T = 240\,K}$.

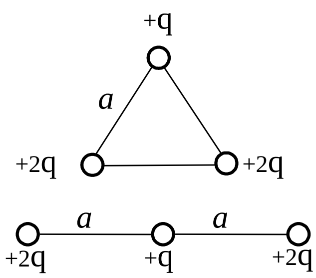
З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{A = \dfrac{q^2}{2\pi\varepsilon_o a}}$.

Работа сил электрического поля, необходимая для перестройки системы, равна убыли потенциальной энергии взаимодействующих зарядов при изменении конфигурации расположения зарядов $A = W_1 - W_2$.

Начальная энергия системы

$$W_1 = k\frac{2q\cdot q}{a} + k\frac{q\cdot 2q}{a} + k\frac{2q\cdot 2q}{a} = 8k\frac{q^2}{a}.$$

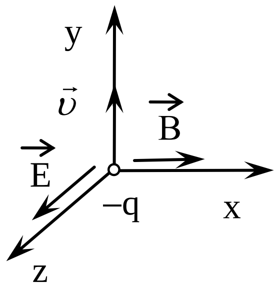


Конечная энергия системы $W_2 = k\dfrac{2q\cdot q}{a} + k\dfrac{2q\cdot 2q}{2a} + k\dfrac{q\cdot 2q}{a} = 6k\dfrac{q^2}{a}$.

$$A = W_1 - W_2 = 8k\frac{q^2}{a} - 6k\frac{q^2}{a} = 2k\frac{q^2}{a} = \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_o a}.$$

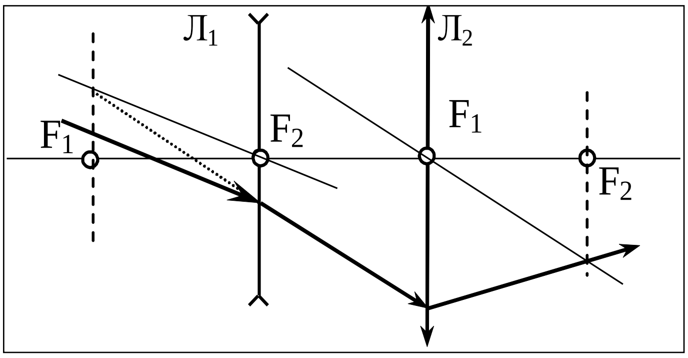
З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{E = \upsilon \cdot B}$.

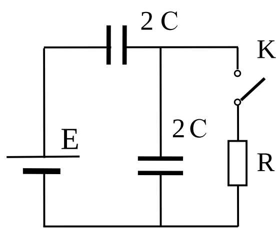


З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ:



З А Д А Ч А 9. (12 баллов)



Ответ: $\boxed{Q = \dfrac{1}{2}\mathrm{C}\cdot E^2}$.

До замыкания ключа К:

1) Ёмкость батареи конденсаторов

$$C_{БАТ} = \frac{2C\cdot 2C}{2C+2C} = C.$$

2) Заряд на батарее конденсаторов

$$q_1 = C\cdot E$$

3) Энергия батареи конденсаторов $\mathrm{W}_1 = \dfrac{\mathrm{C}\cdot E^2}{2}$.

После замыкания ключа К конденсатор 2C зарядится до напряжения E, его заряд станет равным $q_2 = 2CE$, а энергия $W_2 = C \cdot E^2$.

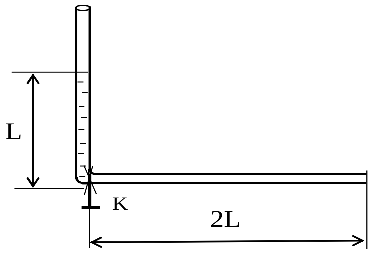
Работа батареи конденсаторов $A = E(q_2 - q_1) = E(2CE - CE) = CE^2$

Количество тепла, которое выделится на резисторе после замыкания ключа К

$$Q = A - (W_2 - W_1) = CE^2 - \left[C \cdot E^2 - \frac{1}{2}C \cdot E^2\right] = \frac{1}{2}C \cdot E^2, \quad \boxed{Q = \frac{1}{2}C \cdot E^2}.$$

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{\tau = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{L}{g}}}$.



Воспользуемся законом сохранения энергии

$$W_o = W_{кин} + W_{пот} = const .$$

Начальная потенциальная энергия столба жидкости длины L равна кинетической энергии жидкости плюс потенциальной энергии столба жидкости длины x

$$mg \cdot \frac{L}{2} = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{m}{L}x\frac{x}{2} \cdot g \qquad (1)$$

Так как $\frac{dW_o}{dt} = 0$, то, продифференцировав выражение (1) по времени, получим

$$\frac{m}{2} \cdot 2\dot{x}\ddot{x} + \frac{m}{L}g \cdot x\dot{x} = 0 \qquad (2)$$

Учитывая, что $\frac{dx}{dt} \neq 0$, получим: $\ddot{x} + \frac{g}{L}x = 0$ (3)

Итак, вытекание жидкости удовлетворяет уравнению гармонических

колебаний с периодом $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. (4)

Скорость достигает максимального значения в тот момент, когда вся жидкость вытечет из вертикальной части трубки.

Время, через которое скорость жидкости достигнет максимального значения после открытия клапана, равно

$$\tau = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{L}{g}} .$$

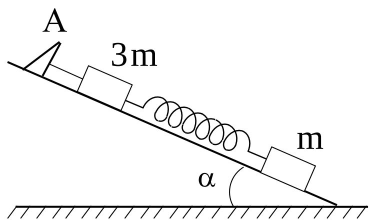
Решение варианта №24

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{\Delta t = 2\frac{\upsilon_0}{g} = 1{,}6\ c}$ **.**

$$\Delta t = 2\frac{\upsilon_0}{g} = \frac{2\cdot 8}{10} = 1{,}6\ c\ .$$

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)



Ответ: $\boxed{a = \frac{3m+m}{3m} g\sin\alpha = \frac{2}{3}g}$ Ускорение брусков массой $3m$ *и* m направлено вдоль наклонной плоскости вниз.

1) Силу натяжения нити находим из условия равновесия системы

$$T = (3m+m)g\sin\alpha = 4mg\cdot\frac{1}{2} = 2mg\ .$$

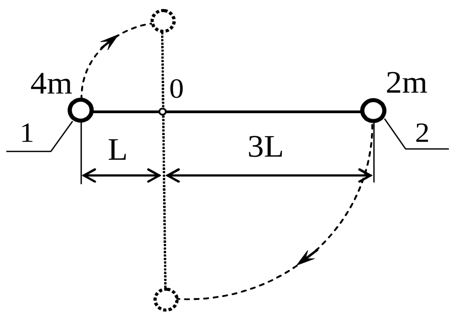
2) Ускорение бруска $3m+m$

$$a = \frac{(3m+m)g\sin\alpha}{3m} = \frac{4m}{3m}g\sin 30^0 = \frac{2}{3}g\ .$$

Ускорение брусков массой $2m$ *и* m направлено вдоль наклонной плоскости вниз.

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\upsilon_1 = \sqrt{\frac{2}{11}gL}}$ **,** $\boxed{\upsilon_2 = 3\sqrt{\frac{2}{11}gL}}$ **.**

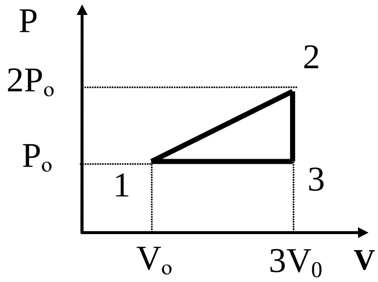


Пусть скорости грузов в момент прохождения положения равновесия равны υ_1 и υ_2. Тогда, пренебрегая трением, в соответствии с законом сохранения механической энергии, запишем:

$$\frac{4m\upsilon_1^2}{2} + \frac{2m\upsilon_2^2}{2} = 2mg\cdot 3L - 4mgL \qquad (1)$$

Поскольку угловая скорость ω вращения грузов одинакова, то $\upsilon_1 = \omega L$ **,** $\upsilon_2 = 3\omega L$ **,** и $\upsilon_2 = 3\upsilon_1$ (2). Подставив (2) в (1), получим $2\upsilon_1^2 + 9\upsilon_1^2 = 6gL - 4gL$**,** $11\upsilon_1^2 = 2gL$**,** откуда $\upsilon_1 = \sqrt{\frac{2}{11} gL}$, $\upsilon_2 = 3\sqrt{\frac{2}{11} gL}$.

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{\frac{Q_{23}}{Q_{31}} = 0{,}9}$

$$Q_{23} = \frac{3}{2}(6P_0V_0 - 3P_0V_0) = \frac{9}{2}P_0V_0;$$

$$Q_{31} = \frac{5}{2}(3P_0V_0 - P_0V_0) = 5P_0V_0;$$

$$\frac{Q_{23}}{Q_{31}} = 0{,}9.$$

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{U = 560 кДж}$.

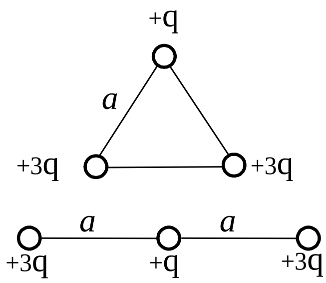
После установления равновесия в системе, гелий равномерно распределится по всему сосуду. В результате в половине сосуда с аргоном окажется $\nu_1 = \frac{m}{2M_{He}}$ молей гелия и $\nu_2 = \frac{m}{M_{Ar}}$ молей аргона. Здесь m- масса гелия или аргона. Внутренняя энергия смеси пропорциональна температуре и количеству вещества и не зависит от их химического состава:

$$U = (\nu_1 + \nu_2)\frac{3}{2}RT = \frac{3}{2}mRT\left(\frac{1}{2M_{He}} + \frac{1}{M_{Ar}}\right);$$

$$U = \frac{3}{2}\cdot 8{,}3\cdot 300\cdot\left(1\cdot 0{,}008 + \frac{1}{0{,}04}\right) = 560 кДж.$$

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{A = \frac{9q^2}{8\pi\varepsilon_o a}}$.



Работа сил электрического поля, необходимая для перестройки системы, равна убыли потенциальной энергии взаимодействующих зарядов при изменении конфигурации расположения зарядов $A = W_1 - W_2$.

Начальная энергия системы $W_1 = k\frac{3q\cdot q}{a} + k\frac{q\cdot 3q}{a} + k\frac{3q\cdot 3q}{a} = 15k\frac{q^2}{a}$.

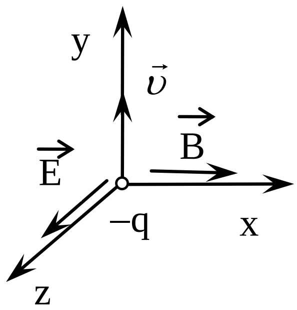
Конечная энергия системы $W_2 = k\dfrac{3q\cdot q}{a} + k\dfrac{3q\cdot 3q}{2a} + k\dfrac{q\cdot 3q}{a} = 10{,}5k\dfrac{q^2}{a}$.

$$A = W_1 - W_2 = 15k\frac{q^2}{a} - 10{,}5k\frac{q^2}{a} = 4{,}5k\frac{q^2}{a} = \frac{4{,}5q^2}{4\pi\varepsilon_o a} = \frac{9q^2}{8\pi\varepsilon_o a}. \qquad A = \frac{9q^2}{8\pi\varepsilon_o a}$$

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

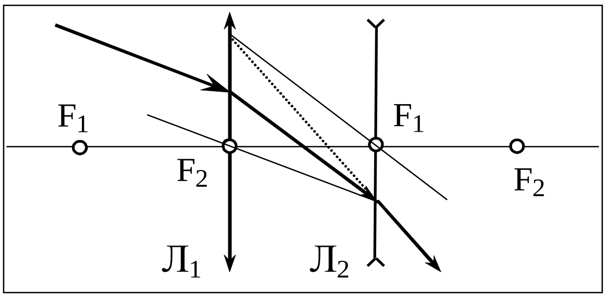
Ответ: На рисунке .

$$\boxed{B = \frac{E}{\upsilon}}$$



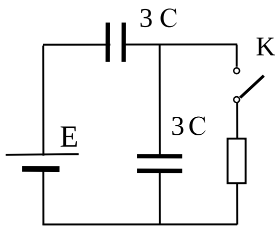
З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ:



З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{Q = \dfrac{3}{4}\mathrm{C}\cdot E^2}$.



До замыкания ключа :

1) Ёмкость батареи конденсаторов $C_{БАТ} = \dfrac{3C\cdot 3C}{3C+3C} = \dfrac{3}{2}C$.

2) Заряд на батарее конденсаторов $q_1 = \dfrac{3}{2}C\cdot E$

3) Энергия батареи конденсаторов $\mathrm{W}_1 = \dfrac{\mathrm{C}_{\text{БАЕ}}\cdot E^2}{2} = \dfrac{3CE^2}{2\cdot 2} = \dfrac{3}{4}CE^2$

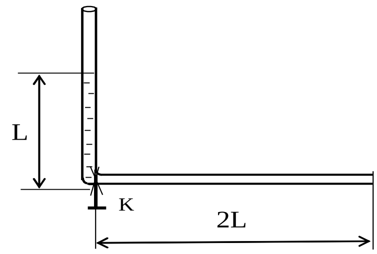
После замыкания ключа конденсатор 3С зарядится до напряжения Е, его заряд станет равным $q_2 = 3CE$, а энергия $\mathrm{W}_2 = \dfrac{3}{2}\mathrm{C}\cdot E^2$.

Работа батареи конденсаторов $A = E(q_2 - q_1) = E\left(3CE - \frac{3}{2}CE\right) = \frac{3}{2}CE^2$

Количество тепла, которое выделится на резисторе после замыкания ключа К

$$Q = A - (W_2 - W_1) = \frac{3}{2}CE^2 - \left[\frac{3}{2}C \cdot E^2 - \frac{3}{4}C \cdot E^2\right] = \frac{3}{4}C \cdot E^2, \qquad \boxed{Q = \frac{3}{4}C \cdot E^2}.$$

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)



Ответ: $\boxed{\tau = \frac{\pi}{6\omega} = \frac{\pi}{6}\sqrt{\frac{L}{g}}}$.

Воспользуемся законом сохранения энергии

$W_о = W_{кин} + W_{пот} = const$.

Начальная потенциальная энергия столба жидкости длины L равна кинетической энергии жидкости плюс потенциальной энергии столба жидкости длины x

$$mg \cdot \frac{L}{2} = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{m}{L}x\frac{x}{2} \cdot g \qquad (1)$$

Так как $\frac{dW_о}{dt} = 0$, то, продифференцировав выражение (1) по времени, получим

$$\frac{m}{2} \cdot 2\dot{x}\ddot{x} + \frac{m}{L}g \cdot x\dot{x} = 0 \qquad (2)$$

Учитывая, что $\frac{dx}{dt} \neq 0$, получим: $\ddot{x} + \frac{g}{L}x = 0$ (3)

Итак, вытекание жидкости удовлетворяет уравнению гармонических

колебаний с периодом $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. (4)

Уравнение, описывающее скорость вытекания жидкости из вертикальной части трубки имеет вид: $\upsilon = \upsilon_{max} \sin \omega t$. При $t = \tau$, $\upsilon = \frac{\upsilon_{max}}{2}$. Тогда $\frac{\upsilon_{max}}{2} = \upsilon_{max} \sin \omega\tau$.

Следовательно $\omega\tau = \frac{\pi}{6}$. И тогда время, через которое после открытия клапана скорость жидкости достигнет половины от максимального значения $\tau = \frac{\pi}{6\omega} = \frac{\pi}{6}\sqrt{\frac{L}{g}}$.

Решение варианта №25

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{S = 5м}$ **.**

При движении камня в поле тяготения $\vec{\upsilon}_t = \vec{\upsilon}_o + \vec{g}t$, (1) где t – время от начала движения камня (рис. 1).

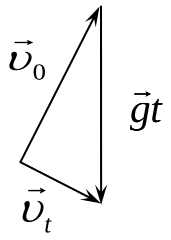


Рис. 1

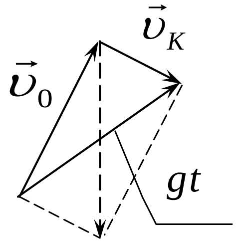


Рис. 2

Вектор перемещения камня

$$\vec{S}(t) = \vec{\upsilon}_0 t + \vec{g}\frac{t^2}{2} = \frac{2\vec{\upsilon}_0 + \vec{g}t}{2}t = \frac{\vec{\upsilon}_0 + (\vec{\upsilon}_0 + \vec{g}t)}{2}t = \frac{\vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}}{2}$$

Тогда для момента τ найдём перемещение камня.

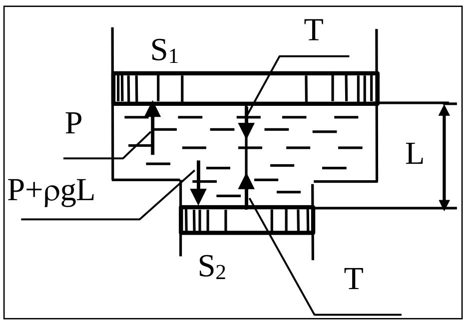
$$\vec{S}(\tau) = \left|\frac{\vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}_K}{2}\right| \cdot \tau . \qquad (2)$$

На рисунке 2 видим, что в силу перпендикулярности векторов $\vec{\upsilon}_0$ и $\vec{\upsilon}_K$ (как диагонали прямоугольника) $\left|\vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}_K\right| = \left|\vec{\upsilon}_K - \vec{\upsilon}_0\right| = g\tau$ (3). Подставив (3) в (2) найдём $\left|\vec{S}\right| = \frac{g\tau^2}{2}$.

Через τ = 1 секунда $S = \frac{10 \cdot 1}{2} = 5м$.

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{T = \rho g L \frac{S_1 S_2}{S_1 - S_2}}$.



Обозначим атмосферное давление через P_o, давление воды на верхний поршень- через P. Давление воды на нижний поршень $P + \rho g L$, где ρ - плотность воды.

Запишем условия равновесия поршней:

1) $P_o S_1 + T = P S_1$

2) $(P + \rho g L) S_2 = P_o S_2 + T$

Из этих соотношений находим силу натяжения проволоки $T = \rho g L \frac{S_1 S_2}{S_1 - S_2}$.

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{S=\left(\frac{m}{M}\right)^2\frac{L^2}{16\mu h}}$.

1) По закону сохранения импульса $Mu=m\upsilon_o\cos\alpha$, откуда - $u=\frac{m}{M}\upsilon_o\cos\alpha$ (1)

2) По закону сохранения энергии $\frac{Mu^2}{2}=F_{TP}S$ (2), где $F_{TP}=\mu Mg$, то есть

$$\frac{Mu^2}{2}=\mu MgS,$$

где S - расстояние, на которое откатится мальчик, бросивший мяч.

Отсюда $S=\frac{u^2}{2\mu g}$ и, подставив (1), получим $S=\left(\frac{m}{M}\right)^2\frac{(\upsilon_o\cos\alpha)^2}{2\mu g}$ (3).

3) Выразим $\upsilon_o\cos\alpha$, используя уравнения кинематики для тела, брошенного под углом к

горизонту : $h=\frac{\upsilon_o^2\sin^2\alpha}{2g}$, откуда $\upsilon_o\sin\alpha=\sqrt{2gh}$ (4) и

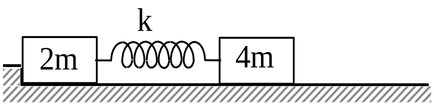
$$L=\upsilon_o\cos\alpha\cdot 2\cdot\frac{\upsilon_o\sin\alpha}{g};$$

$\upsilon_o\cos\alpha=\frac{gL}{2\upsilon_o\sin\alpha}$ (5). Подставив (4) в (5), получим $\upsilon_o\cos\alpha=\frac{gL}{2\sqrt{2gh}}$ (6).

И подставив (6) в (3), найдём $S=\left(\frac{m}{M}\right)^2\cdot\frac{g^2L^2}{2\mu g\cdot 4\cdot 2gh}=\left(\frac{m}{M}\right)^2\frac{L^2}{16\mu h}$.

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{x=\frac{x_0}{\sqrt{3}}=0{,}58x_0}$.



x_0 – начальное сжатие пружины.

1) Скорость бруска массы 4m в момент отрыва другого бруска от упора

$$\upsilon=x_0\omega=x_0\sqrt{\frac{k}{4m}}=\frac{x_0}{2}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

2) Скорость центра масс брусков после отрыва бруска массы 2m от упора

$$\upsilon_C = \frac{4m}{2m+4m}\upsilon = \frac{2}{3}\,\frac{x_0}{2}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{x_0}{3}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (2)$$

3) Из закона сохранения механической энергии следует: $\frac{kx^2{}_0}{2} = \frac{2m+4m}{2}\upsilon_C{}^2 + \frac{kx^2}{2}$

(3)

Подставив (2) в (3), получим $\frac{kx_0{}^2}{2} = \frac{x_0{}^2 k}{3} + \frac{kx^2}{2}$ или $\frac{x_0{}^2}{6} = \frac{x^2}{2}$, откуда $x = \frac{x_0}{\sqrt{3}} \approx 0{,}58 x_0$.

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\frac{P_1}{P_2} = \frac{nc_V}{nc_V - c_P(n-1)} = \frac{1}{1-\frac{c_P}{c_V}\left(1-\frac{1}{n}\right)} = 6}$.

Согласно уравнению Менделеева –Клапейрона для процесса расширения газа

$P_1 V = \nu R T_1$ (1), $\qquad P_1 \cdot nV = \nu R T_2$.. (2)

Для конечного состояния газа $P_2 nV = \nu R T_3$. (3)

Из (1), (2), (3) найдём $T_1 = \frac{P_1 V}{\nu R}$; $T_2 = \frac{P_1 2V}{\nu R}$; $T_3 = \frac{P_2 2V}{\nu R}$.

Согласно первому закону термодинамики, теплота , полученная газом при расширении,

$$Q = \nu \cdot c_P (T_2 - T_1) = \nu \cdot c_p\left(\frac{nP_1V}{\nu R} - \frac{P_1V}{\nu R}\right) = \frac{c_p P_1 V}{R}(n-1). \qquad (4).$$

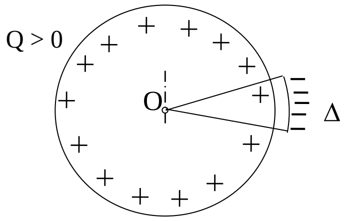
И для процесса охлаждения**:**

$$Q = \nu c_V (T_2 - T_3) = \nu c_V\left(\frac{nP_1V}{\nu R} - \frac{nP_2V}{\nu R}\right) = \frac{c_V nV}{R}(P_1 - P_2). \qquad (5)$$

Приравнивая (4) и (5) , получим $c_P P_1(n-1) = c_V n(P_1 - P_2)$; откуда

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{nc_V}{nc_V - c_P(n-1)} = \frac{1}{1-\frac{c_P}{c_V}\left(1-\frac{1}{n}\right)}$, где $c_P = \frac{5}{2}R$, $c_V = \frac{3}{2}R$.

Для $n=2$, $\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{1-\frac{5}{3}\left(1-\frac{1}{2}\right)} = 6$



З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\vec{E}(0) = \frac{Q \cdot \Delta S}{16\pi\varepsilon_0 R^4}}$.

На полную (целую) заряженную положительным зарядом Q сферу, наложим отрицательно заряженную поверхность ΔS. За счёт компенсации зарядов участок ΔS сферы будет незаряженным. По принципу суперпозиции $\vec{E} = \vec{E}(0) = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$. Но напряжённость поля внутри заряженной сферы равна нулю $\vec{E}_+ = 0$, а поле маленького участка ΔS с напряжённостью $\vec{E}_-$ можно рассматривать как поле точечного заряда $\Delta q = Q\frac{\Delta S}{4\pi R^2}$. Тогда напряжённость электрического поля в центре сферы $\vec{E} = \vec{E}(0) = \vec{E}_- = \frac{\Delta q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{Q \cdot \Delta S}{16\pi\varepsilon_0 R^4}$.

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

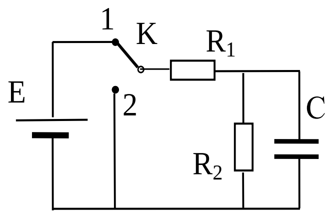
Ответ: $\boxed{Q_2 = \frac{2}{27} CE^2}$.

До переключения ключа К установившийся ток через резисторы $I = \frac{E}{R_1 + R_2}$, а

напряжение на конденсаторе $U_C = \frac{ER_2}{R_1 + R_2}$.

После переключения ключа К Конденсатор начнёт разряжаться через резисторы R_1 и R_2 и вся энергия электрического поля, запасённая в нём, выделится в виде тепла

$$Q = \frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{C \cdot U_C{}^2}{2} = \frac{CE^2}{2}\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2$$



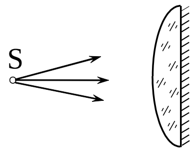
При этом на сопротивлении R_2. выделится количество теплоты

$$Q_2 = Q\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) = \frac{CE^2}{2}\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) = \frac{CE^2}{2}\frac{R_1 \cdot R_2{}^2}{(R_1 + R_2)^3}$$

Подставив $R_1 = R$ и $R_2 = 2R$, получим $Q_2 = \frac{2}{27} CE^2$.

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{D = 2 \text{ дптр.}}$.



Если посеребрить плоскую поверхность, то свет, падающий на линзу, пройдёт через неё, отразится от плоской поверхности и вновь пройдёт через линзу. Поэтому $D = D_1 + D_2 + D_1 = 2D_1 + D_2$, где D_1 - оптическая сила линзы,

а D_2 - оптическая сила плоского зеркала. Так как D_1 =1 дптр, а $D_2 = 0$, то D = 2 дптр,

З А Д А Ч А 9. (12 баллов).

Ответ: $\boxed{B = \frac{\sqrt{2AL}}{\pi R^2}}$.

Так как сопротивление кольца равно нулю, то суммарная электродвижущая сила в нем должна быть равна нулю. Иначе сила тока, согласно закону Ома, станет бесконечно большой. Следовательно, изменение магнитного потока внешнего магнитного поля равно по модулю и противоположно по знаку изменению магнитного потока, созданного индукционным током:

$\Delta\Phi = L\Delta I$. Учитывая, что поток меняется от 0 до $\pi R^2 B$, а индукционный ток меняется при этом от 0 до I, получим $\pi R^2 B = L \cdot I$. Отсюда $I = \frac{\pi R^2 B}{L}$. Кольцо с таким током обладает энергией

$W = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{\pi^2 R^4 B^2}{2L}$. Эта энергия равна работе, совершенной при повороте кольца, A = W, т.е. $A = \frac{\pi^2 R^4 B^2}{2L}$. Из последнего равенства найдем $B = \frac{\sqrt{2AL}}{\pi R^2}$.

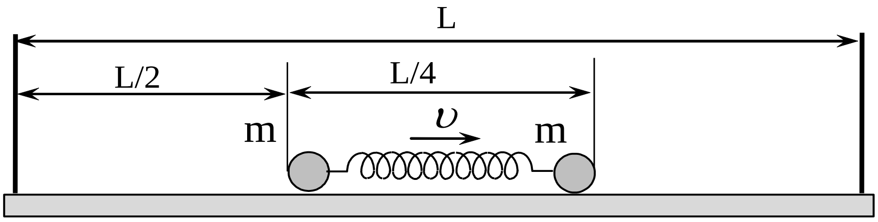
З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{\Delta T = \frac{3L}{2\upsilon} + 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}}$.

С момента *первого* удара шарика о стенку в течение полупериода происходит сжатие и возвращение пружины в недеформированное состояние. При этом левый шарик движется влево, правый шарик – вправо до тех пор, пока он не ударится о стенку *второй* раз, и упруго отскочив от неё, начнёт двигаться тоже влево. Шарики начинают двигаться в обратном направлении с постоянной скоростью υ до тех пор, пока левый шарик не ударится о левую стенку. В течение второго полупериода происходит сжатие, возвращение пружины в недеформированное состояние и движение всей системы вправо до исходного положения.

Тогда период

$$\Delta T = \frac{1}{\upsilon}\left[\frac{2L}{2} + 2\left(L - \frac{L}{4} - \frac{L}{2}\right)\right] + T = \frac{2\left(L - \dfrac{L}{4}\right)}{\upsilon} + 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} = \frac{3L}{2\upsilon} + 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} \ .$$



Решение варианта №26

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{S = 20\,м}$.

При движении мяча в поле тяготения $\vec{\upsilon}_t = \vec{\upsilon}_o + \vec{g}t$, (1) где t – время от начала движения мяча (рис. 1).

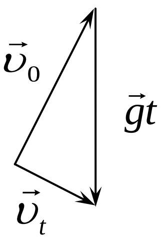


Рис. 1

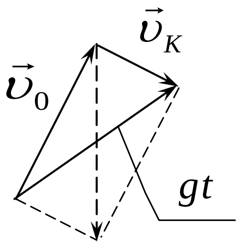


Рис. 2

Вектор перемещения мяча

$$\vec{S}(t) = \vec{\upsilon}_0 t + \vec{g}\frac{t^2}{2} = \frac{2\vec{\upsilon}_0 + \vec{g}t}{2}t = \frac{\vec{\upsilon}_0 + (\vec{\upsilon}_0 + \vec{g}t)}{2}t = \frac{\vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}_t}{2}t$$

Тогда для момента τ найдём перемещение мяча

$$\vec{S}(\tau) = \left|\frac{\vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}_K}{2}\right| \cdot \tau . \quad (2)$$

На рисунке 2 видим, что в силу перпендикулярности векторов $\vec{\upsilon}_0$ и $\vec{\upsilon}_K$

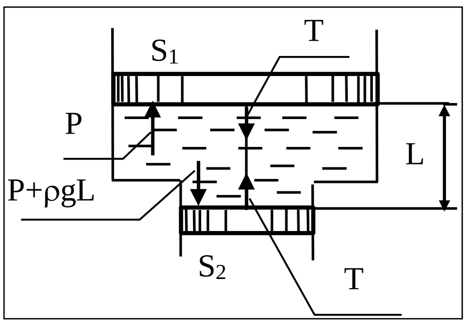
$$|\vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}_K| = |\vec{\upsilon}_K - \vec{\upsilon}_0| = g\tau$$ (как диагонали прямоугольника) . (3)

Подставив (3) в (2) , найдём $|\vec{S}| = \dfrac{g\tau^2}{2}$. Через τ = 2 секунды $S = \dfrac{10 \cdot 2^2}{2} = 20\,м$.

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{L = \dfrac{T(S_1 - S_2)}{\rho g \cdot S_1 S_2}}$.

Обозначим атмосферное давление через P_o,
давление воды на верхний поршень- через P.
Давление воды на нижний поршень $P + \rho g L$,
где ρ - плотность воды.



Сила натяжения проволоки –T.

Запишем условия равновесия поршней:

1) $P_o S_1 + T = P S_1$

2) $(P + \rho g L) S_2 = P_o S_2 + T$

Из этих соотношений находим длину проволоки, соединяющей поршни

$$L = \frac{T(S_1 - S_2)}{\rho g \cdot S_1 S_2}.$$

З А Д А Ч А 3. (10 баллов).

Ответ: $\boxed{S=\left(\dfrac{m}{M+m}\right)^2\dfrac{L^2}{16\mu h}}$.

1) По закону сохранения импульса $m\upsilon_o\cos\alpha=(M+m)u$, откуда - $u=\dfrac{m}{M+m}\upsilon_o\cos\alpha$ (1)

2) По закону сохранения энергии

$\dfrac{M+m}{2}u^2=F_{TP}S$, (2) где $F_{TP}=\mu(M+m)g$

$$\frac{M+m}{2}\left(\frac{m}{M+m}\right)^2\upsilon^2{}_o\cos\alpha^2=\mu(M+m)gS;\qquad S=\left(\frac{m}{M+m}\right)^2\frac{\upsilon^2{}_o\cos\alpha^2}{2\mu g};\qquad (3)$$

3) Выразим $\upsilon_o\cos\alpha$, используя уравнения кинематики для тела, брошенного под углом к горизонту : $h=\dfrac{\upsilon_o{}^2\sin^2\alpha}{2g}$, откуда $\upsilon_o\sin\alpha=\sqrt{2gh}$ (4) и

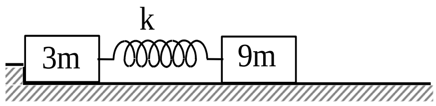
$$L=\upsilon_o\cos\alpha\cdot 2\cdot\frac{\upsilon_o\sin\alpha}{g};$$

$\upsilon_o\cos\alpha=\dfrac{gL}{2\upsilon_o\sin\alpha}$ (5). Подставив (4) в (5), получим $\upsilon_o\cos\alpha=\dfrac{gL}{2\sqrt{2gh}}$ (6) .

4) Подставляя (6) в (3), получим расстояние, на которое откатится мальчик, поймавший мяч $S=\left(\dfrac{m}{M+m}\right)^2\dfrac{g^2L^2}{2\cdot4\cdot2gh\cdot\mu g}$; $S=\left(\dfrac{m}{M+m}\right)^2\dfrac{L^2}{16\mu h}$.

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{x=\dfrac{x_0}{2}}$.



x_0 – начальное сжатие пружины.

1) Скорость бруска массы 4m в момент отрыва другого бруска от упора

$$\upsilon=x_0\omega=x_0\sqrt{\frac{k}{9m}}=\frac{x_0}{3}\sqrt{\frac{k}{m}}\quad(1)$$

2) Скорость центра масс брусков после отрыва бруска массы 2m от упора

$$\upsilon_C = \frac{9m}{3m+9m}\upsilon = \frac{4}{3}\frac{x_0}{3}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{x_0}{4}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (2)$$

3) Из закона сохранения механической энергии следует: $\frac{kx^2{}_0}{2} = \frac{3m+9m}{2}\upsilon_C{}^2 + \frac{kx^2}{2}$

(3)

Подставив (2) в (3), получим $\frac{kx_0{}^2}{2} = 6m\frac{x_0{}^2}{16}\frac{k}{m} + \frac{kx^2}{2}$ или $x_0{}^2 = \frac{3x_0{}^2}{4} + x^2$

откуда $x = \frac{x_0}{2}$.

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\frac{P_1}{P_2} = \frac{nc_V}{nc_V - c_P(n-1)} = \frac{1}{1-\frac{c_P}{c_V}\left(1-\frac{1}{n}\right)} = 1{,}5}$.

Согласно уравнению Менделеева –Клапейрона для процесса расширения газа

$P_1V = \nu RT_1$ (1), $P_1 \cdot nV = \nu RT_2$.. (2)

Для конечного состояния газа $P_2nV = \nu RT_3$. (3)

Из (1), (2), (3) найдём $T_1 = \frac{P_1V}{\nu R}$; $T_2 = \frac{P_1 2V}{\nu R}$; $T_3 = \frac{P_2 2V}{\nu R}$.

Согласно первому закону термодинамики, теплота , полученная газом при расширении,

$$Q = \nu \cdot c_P(T_2 - T_1) = \nu \cdot c_p\left(\frac{nP_1V}{\nu R} - \frac{P_1V}{\nu R}\right) = \frac{c_pP_1V}{R}(n-1). \qquad (4).$$

И для процесса охлаждения**:**

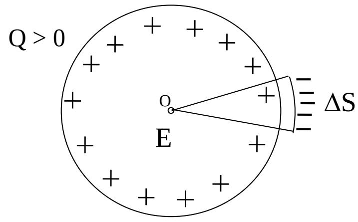
$$Q = \nu c_V(T_2 - T_3) = \nu c_V\left(\frac{nP_1V}{\nu R} - \frac{nP_2V}{\nu R}\right) = \frac{c_VnV}{R}(P_1 - P_2). \qquad (5)$$

Приравнивая (4) и (5) , получим $c_PP_1(n-1) = c_Vn(P_1 - P_2)$; откуда

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{nc_V}{nc_V - c_P(n-1)} = \frac{1}{1-\frac{c_P}{c_V}\left(\frac{n-1}{n}\right)} = \frac{1}{1-\frac{c_P}{c_V}\left(1-\frac{1}{n}\right)}$, где $c_P = \frac{5}{2}R$, $c_V = \frac{3}{2}R$.

Для n=1,25 , $\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{1-\frac{5}{3}\left(\frac{1{,}25-1}{1{,}25}\right)} = 1{,}5$.

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)



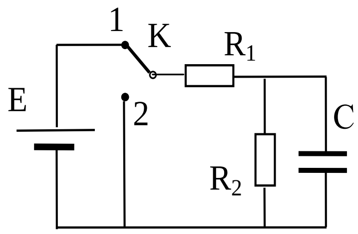
Ответ: $\boxed{Q = \dfrac{16\pi\varepsilon_0 R^4 \cdot E}{\Delta S}}$.

На полную (целую) заряженную положительным зарядом Q сферу, наложим отрицательно заряженную поверхность ΔS. За счёт компенсации зарядов участок ΔS сферы будет незаряженным. По принципу суперпозиции $\vec{E} = \vec{E}(0) = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$. Но напряжённость поля внутри заряженной сферы равна нулю $\vec{E}_+ = 0$, а поле маленького участка ΔS с напряжённостью $\vec{E}_-$ можно рассматривать как поле точечного заряда $\Delta q = Q\dfrac{\Delta S}{4\pi R^2}$. Тогда напряжённость электрического поля в центре сферы $\vec{E} = \vec{E}(0) = \vec{E}_- = \dfrac{\Delta q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \dfrac{Q \cdot \Delta S}{16\pi\varepsilon_0 R^4}$.

Отсюда $Q = \dfrac{16\pi\varepsilon_0 R^4 \cdot E}{\Delta S}$.

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{Q_1 = \dfrac{4}{27} CE^2}$.



До переключения ключа К установившийся ток через резисторы $I = \dfrac{E}{R_1 + R_2}$, а напряжение на конденсаторе

$$U_C = \frac{ER_2}{R_1 + R_2}.$$

После переключения ключа К Конденсатор начнёт разряжаться через резисторы R_1 и R_2. и вся энергия электрического поля, запасённая в нём, выделится в виде тепла

$$Q = \frac{\mathrm{C} \cdot U^2}{2} = \frac{\mathrm{C} \cdot U_C{}^2}{2} = \frac{CE^2}{2}\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2$$

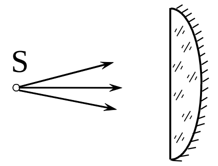
При этом на сопротивлении R_1. выделится количество теплоты

$$Q_1 = Q\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) = \frac{CE^2}{2}\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) = \frac{CE^2}{2}\frac{R_2{}^3}{(R_1 + R_2)^3}$$

Подставив $R_1 = R$ и $R_2 = 2R$, получим $Q_1 = \frac{4}{27}CE^2$.

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{D = 6 \text{ дптр}}$.



Если посеребрить сферическую поверхность, то $D = D_1 + D_2 + D_1 = 2D_1 + D_2$, где D_1 оптическая сила линзы, а D_2 – вогнутого зеркала, образованного посеребрённой поверхностью. Так как D_1 = 1 дптр, а $D_2 = \frac{2}{R} = \frac{2}{0,5} = 4 дптр$, то D = 6 дптр.

З А Д А Ч А 9. (12 баллов).

Ответ: $\boxed{A = \frac{\pi^2 R^4 B^2}{2L}}$.

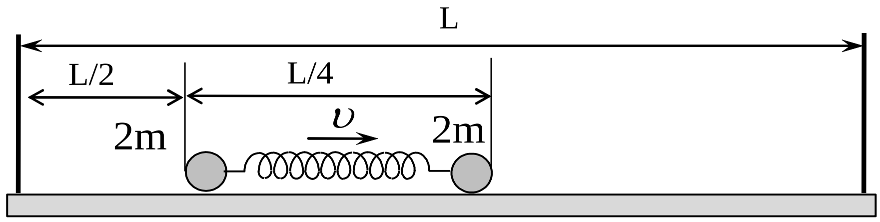
Т.к. сопротивление кольца равно нулю, то суммарная электродвижущая сила в нем должна быть равна нулю. Иначе сила тока , согласно закону Ома, станет бесконечно большой. Следовательно, изменение магнитного потока внешнего магнитного поля равно по модулю и противоположно по знаку изменению магнитного потока, созданного индукционным током: $\boxed{\Delta\Phi = L\Delta I}$. Учитывая, что поток меняется от 0 до $\pi R^2 B$, а индукционный ток меняется при этом от 0 до I, получим $\pi R^2 B = L \cdot I$. Отсюда $I = \frac{\pi R^2 B}{L}$. Кольцо с таким током обладает энергией $W = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{\pi^2 R^4 B^2}{2L}$. Эта энергия равна работе, совершенной при повороте кольца, A = W, т.е. $A = \frac{\pi^2 R^4 B^2}{2L}$.

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{\Delta T = \frac{3L}{2\upsilon} + 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$

С момента *первого* удара шарика о стенку в течение полупериода происходит сжатие и возвращение пружины в недеформированное состояние. При этом левый шарик движется влево, правый шарик – вправо до тех пор, пока он не ударится о стенку *второй* раз, и упруго отскочив от неё, начнёт двигаться тоже влево. Шарики начинают двигаться в обратном направлении с постоянной скоростью υ до тех пор, пока левый шарик не ударится о левую стенку. В течение второго полупериода происходит сжатие, возвращение пружины в недеформированное состояние и движение всей системы вправо до исходного положения.

Период $\Delta T = \frac{1}{\upsilon}\left[\frac{2L}{2} + 2\left(L - \frac{L}{4} - \frac{L}{2}\right)\right] + T = \frac{2\left(L - \frac{L}{4}\right)}{\upsilon} + 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{3L}{2\upsilon} + 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.



Решение варианта №27

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{S = 80\,м}$ **.**

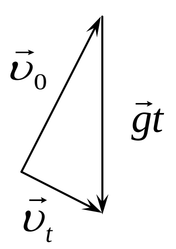


Рис. 1

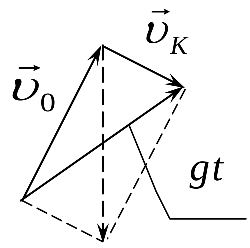


Рис. 2

При движении ядра в поле тяготения $\vec{\upsilon}_t = \vec{\upsilon}_o + \vec{g}t$, (1) где t – время от начала движения ядра (рис. 1).

Вектор перемещения ядра

$\vec{S}(t) = \vec{\upsilon}_0 t + \vec{g}\dfrac{t^2}{2} = \dfrac{2\vec{\upsilon}_0 + \vec{g}t}{2}t = \dfrac{\vec{\upsilon}_0 + (\vec{\upsilon}_0 + \vec{g}t)}{2}t = \dfrac{\vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}_t}{2}t$ Тогда для момента τ найдём перемещение ядра.

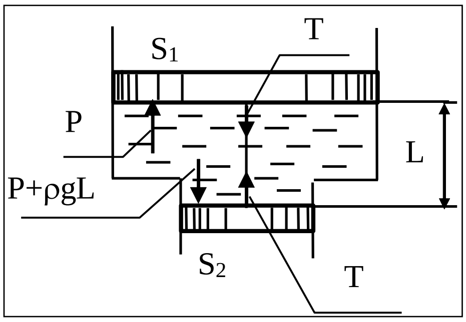
$$\vec{S}(\tau) = \left|\frac{\vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}_K}{2}\right| \cdot \tau . \qquad (2)$$

На рисунке 2 видим, что в силу перпендикулярности векторов $\vec{\upsilon}_0$ и $\vec{\upsilon}_K$ $\left|\vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}_K\right| = \left|\vec{\upsilon}_K - \vec{\upsilon}_0\right| = g\tau$ (как диагонали прямоугольника). (3) Подставив (3) в (2) найдём $\left|\vec{S}\right| = \dfrac{g\tau^2}{2}$. Через τ = 4 секунды $S = \dfrac{10 \cdot 4^2}{2} = 80\,м$.

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{\rho = \dfrac{T(S_1 - S_2)}{L \cdot g \cdot S_1 S_2}}$.

Обозначим атмосферное давление через P_o, давление воды на верхний поршень- через P. Давление воды на нижний поршень $P + \rho gL$,



Сила натяжения проволоки –T.

Запишем условия равновесия поршней:

1) $P_oS_1 + T = PS_1$

2) $(P + \rho gL)S_2 = P_oS_2 + T$

Из этих соотношений находим плотность жидкости между поршнями $\rho = \dfrac{T(S_1 - S_2)}{L \cdot g \cdot S_1 S_2}$

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\mu = \left(\frac{m}{M}\right)^2 \frac{L^2}{16S \cdot h}}$.

1) По закону сохранения импульса $Mu = m\upsilon_o \cos\alpha$, откуда - $u = \frac{m}{M}\upsilon_o \cos\alpha$ (1)

2) По закону сохранения энергии $\frac{Mu^2}{2} = F_{TP}S$ (2), где $F_{TP} = \mu Mg$, то есть $\frac{Mu^2}{2} = \mu MgS$, откуда $\mu = \frac{u^2}{2gS}$ и, подставив (1),

получим $\mu = \left(\frac{m}{M}\right)^2 \frac{(\upsilon_o \cos\alpha)^2}{2gS}$ (3).

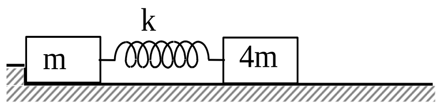
3) Выразим $\upsilon_o \cos\alpha$, используя уравнения кинематики для тела, брошенного под углом к

горизонту : $h = \frac{\upsilon_o{}^2 \sin^2\alpha}{2g}$, откуда $\upsilon_o \sin\alpha = \sqrt{2gh}$ (4) и $L = \upsilon_o \cos\alpha \cdot 2 \cdot \frac{\upsilon_o \sin\alpha}{g}$;

$\upsilon_o \cos\alpha = \frac{gL}{2\upsilon_o \sin\alpha}$ (5). Подставив (4) в (5), получим $\upsilon_o \cos\alpha = \frac{gL}{2\sqrt{2gh}}$ (6) .

4) Подставив (6) в (3), найдём $\mu = \left(\frac{m}{M}\right)^2 \cdot \frac{g^2L^2}{2g \cdot 4 \cdot 2ghS} = \left(\frac{m}{M}\right)^2 \frac{L^2}{16S \cdot h}$.

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{x = \frac{x_0}{\sqrt{5}} = 0{,}44x_0}$.

x_0 – начальное сжатие пружины.

1) Скорость бруска массы 4m в момент отрыва другого бруска от упора

$$\upsilon = x_0\omega = x_0\sqrt{\frac{k}{4m}} = \frac{x_0}{2}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

2) Скорость центра масс брусков после отрыва бруска массы 2m от упора

$$\upsilon_C = \frac{4m}{m+4m}\upsilon = \frac{4}{5}\,\frac{x_0}{2}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2x_0}{5}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (2)$$

3) Из закона сохранения механической энергии следует: $\frac{kx^2{}_0}{2} = \frac{m+4m}{2}\upsilon_C{}^2 + \frac{kx^2}{2}$ (3)

Подставив (2) в (3), получим $\frac{kx_0{}^2}{2} = \frac{5}{2}m\frac{4}{25}x_0{}^2\,\frac{k}{m} + \frac{kx^2}{2}$ или $\frac{x_0{}^2}{5} = x^2$, откуда $x = \frac{x_0}{\sqrt{5}} \approx 0{,}44x_0$.

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\frac{P_1}{P_2} = \frac{nc_V}{nc_V - c_P(n-1)} = \frac{1}{1-\frac{c_P}{c_V}\left(1-\frac{1}{n}\right)} = 2{,}25}$.

Согласно уравнению Менделеева –Клапейрона для процесса расширения газа

$P_1V = \nu RT_1$ (1), $P_1 \cdot nV = \nu RT_2$.. (2)

Для конечного состояния газа $P_2nV = \nu RT_3$. (3)

Из (1), (2), (3) найдём $T_1 = \frac{P_1V}{\nu R}$; $T_2 = \frac{P_1 2V}{\nu R}$; $T_3 = \frac{P_2 2V}{\nu R}$.

Согласно первому закону термодинамики, теплота , полученная газом при расширении,

$$Q = \nu \cdot c_P(T_2 - T_1) = \nu \cdot c_p\left(\frac{nP_1V}{\nu R} - \frac{P_1V}{\nu R}\right) = \frac{c_pP_1V}{R}(n-1). \qquad (4).$$

И для процесса охлаждения**:**

$$Q = \nu c_V(T_2 - T_3) = \nu c_V\left(\frac{nP_1V}{\nu R} - \frac{nP_2V}{\nu R}\right) = \frac{c_VnV}{R}(P_1 - P_2). \qquad (5)$$

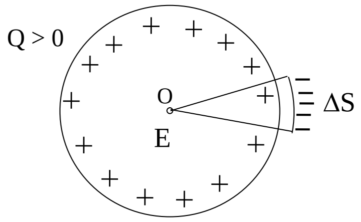
Приравнивая (4) и (5) , получим $c_PP_1(n-1) = c_Vn(P_1 - P_2)$; откуда

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{nc_V}{nc_V - c_P(n-1)} = \frac{1}{1-\frac{c_P}{c_V}\left(\frac{n-1}{n}\right)} = \frac{1}{1-\frac{c_P}{c_V}\left(1-\frac{1}{n}\right)},$$ где $c_P = \frac{5}{2}R$, $c_V = \frac{3}{2}R$.

Для n=1,5 ; $\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{1-\frac{5}{3}\left(\frac{1{,}5-1}{1{,}5}\right)} = 2{,}25$.

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{E = \dfrac{Q \cdot \Delta\ell}{8\pi^2 \varepsilon_0 R^3}}$.



На полное (целое)кольцо, заряженное положительным зарядом Q, наложим отрицательно заряженный участок $\Delta\ell$. За счёт компенсации зарядов участок $\Delta\ell$ кольца станет незаряженным. По принципу суперпозиции $\vec{E} = \vec{E}(0) = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$. Но напряжённость поля внутри заряженного кольца равна нулю $\vec{E}_+ = 0$, а поле маленького участка $\Delta\ell$ с напряжённостью $\vec{E}_-$ можно рассматривать как поле точечного заряда $\Delta q = Q\dfrac{\Delta\ell}{2\pi R}$. Тогда напряжённость электрического поля в центре кольца $\vec{E} = \vec{E}(0) = \vec{E}_- = \dfrac{\Delta q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \dfrac{Q \cdot \Delta\ell}{8\pi^2 \varepsilon_0 R^3}$.

$$E = \frac{Q \cdot \Delta\ell}{8\pi^2 \varepsilon_0 R^3}$$

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

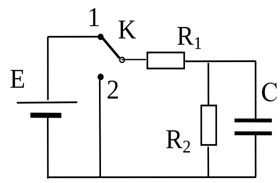
Ответ: $\boxed{Q_2 = \dfrac{9}{128} CE^2}$.

До переключения ключа К установившийся ток через резисторы $I = \dfrac{E}{R_1 + R_2}$, а

напряжение на конденсаторе $U_C = \dfrac{ER_2}{R_1 + R_2}$.

После переключения ключа К Конденсатор начнёт разряжаться через резисторы R_1 и R_2. и вся энергия электрического поля, запасённая в нём, выделится в виде тепла

$$Q = \frac{\mathrm{C} \cdot U^2}{2} = \frac{\mathrm{C} \cdot U_C^{\ 2}}{2} = \frac{CE^2}{2}\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2$$

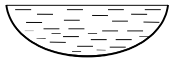


При этом на сопротивлении R_2. выделится количество теплоты

$$Q_2 = Q\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) = \frac{CE^2}{2}\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) = \frac{CE^2}{2}\frac{R_1 \cdot R_2^{\ 2}}{(R_1 + R_2)^3}$$

Подставив R_1= R и R_2 = 3 R, получим $Q_2 = \dfrac{9}{128} CE^2$.

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{F = \frac{1}{D} = 0{,}15\text{м}}$.

Так как свет проходит через воду, отражается от зеркала и снова проходит через воду, то

$D = D_1 + D_2 + D_1 = 2D_1 + D_2$ где D_1 – оптическая сила водяной линзы, а D_2 – оптическая сила зеркала. Но

$\boxed{D_1 = (n-1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty}\right) = \left(\frac{4}{3} - 1\right)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty}\right) = \frac{1}{3R}}$; $\boxed{D_2 = \frac{2}{R}}$.

Поэтому $\boxed{D = 2\frac{1}{3R} + \frac{2}{R} = \frac{8}{3R}}$. $\boxed{F = \frac{1}{D} = \frac{3R}{8} = \frac{3 \cdot 0{,}4}{8} = 0{,}15\text{м}}$.

З А Д А Ч А 9. (12 баллов).

Ответ: $\boxed{\mathrm{L} = \frac{\pi^2 \mathrm{R}^4 \mathrm{B}^2}{2\mathrm{A}}}$.

Так как сопротивление кольца равно нулю, то суммарная электродвижущая сила в нём должна быть равна нулю. Иначе сила тока , согласно закону Ома, станет бесконечно большой. Следовательно, изменение магнитного потока внешнего магнитного поля равно по модулю и противоположно по знаку изменению магнитного потока, созданного индукционным током**:** $\Delta\Phi = \mathrm{L}\Delta\mathrm{I}$. Учитывая, что поток меняется от 0 до $\pi\mathrm{R}^2\mathrm{B}$, а индукционный ток меняется при этом от 0 до I, получим $\pi\mathrm{R}^2\mathrm{B} = \mathrm{L} \cdot \mathrm{I}$.

Отсюда $\mathrm{I} = \frac{\pi\mathrm{R}^2\mathrm{B}}{\mathrm{L}}$. Кольцо с таким током обладает энергией $\mathrm{W} = \frac{\mathrm{L} \cdot \mathrm{I}^2}{2} = \frac{\pi^2\mathrm{R}^4\mathrm{B}^2}{2\mathrm{L}}$.

Эта энергия равна работе, совершенной при повороте кольца, A = W, т.е. $\mathrm{A} = \frac{\pi^2\mathrm{R}^4\mathrm{B}^2}{2\mathrm{L}}$.

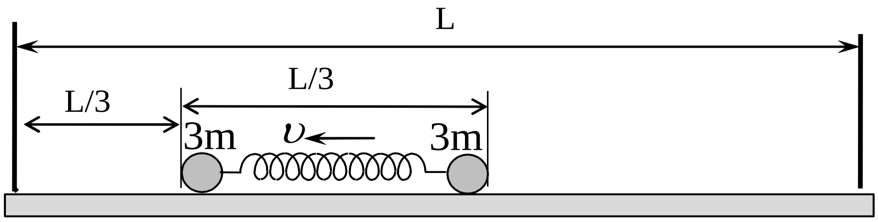
Из последнего равенства найдем индуктивность кольца $\mathrm{L} = \frac{\pi^2\mathrm{R}^4\mathrm{B}^2}{2\mathrm{A}}$.

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{\mathrm{T} = \frac{4L}{3\upsilon} + 2\pi\sqrt{\frac{3m}{2k}}}$.

С момента *первого* удара шарика о стенку в течение полупериода происходит сжатие и возвращение пружины в недеформированное состояние. При этом правый шарик движется вправо левый шарик – влево, до тех пор, пока он не ударится о стенку *второй* раз, и упруго отскочив от неё, начнёт двигаться тоже вправо. Шарики начинают двигаться в обратном направлении с постоянной скоростью υ до тех пор, пока правый шарик не ударится о правую стенку. В течение второго полупериода происходит сжатие, возвращение пружины в недеформированное состояние и движение всей системы влево до исходного положения.

Период $T=\dfrac{2\left(L-\dfrac{L}{3}\right)}{\upsilon}+2\pi\sqrt{\dfrac{3m}{2k}}=\dfrac{4L}{3\upsilon}+2\pi\sqrt{\dfrac{3m}{2k}}$.



Решение варианта №28

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{S = 180\,м}$.

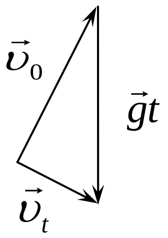


Рис. 1

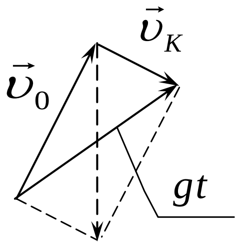


Рис. 2

При движении снаряда в поле тяготения $\vec{\upsilon}_t = \vec{\upsilon}_o + \vec{g}t$, (1) где t – время от начала движения снаряда (рис. 1).

Вектор перемещения снаряда

$$\vec{S}(t) = \vec{\upsilon}_0 t + \vec{g}\frac{t^2}{2} = \frac{2\vec{\upsilon}_0 + \vec{g}t}{2}t = \frac{\vec{\upsilon}_0 + (\vec{\upsilon}_0 + \vec{g}t)}{2}t = \frac{\vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}}{2}$$

Тогда для момента τ найдём перемещение снаряда

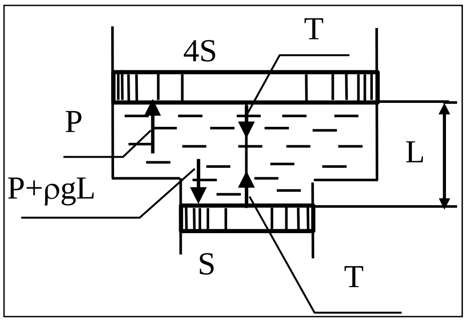
$$\vec{S}(\tau) = \left|\frac{\vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}_K}{2}\right| \cdot \tau. \qquad (2)$$

На рисунке 2 видим, что в силу перпендикулярности векторов $\vec{\upsilon}_0$ и $\vec{\upsilon}_K$ $|\vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}_K| = |\vec{\upsilon}_K - \vec{\upsilon}_0| = g\tau$ (как диагонали прямоугольника) (3). Подставив (3) в (2) найдём $|\vec{S}| = \frac{g\tau^2}{2}$.

Через τ = 6 секунд $S = \frac{10 \cdot 36}{2} = 180\,м$.

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{\mathrm{T} = \frac{4}{3}\rho g L S}$.



Обозначим атмосферное давление через P_o, давление воды на верхний поршень- через P. Давление воды на нижний поршень $\mathrm{P} + \rho g \mathrm{L}$,

где ρ - плотность воды.

Запишем условия равновесия поршней:

1) $P_o \cdot 4S + T = 4PS$

2) $(\mathrm{P} + \rho g\mathrm{L})S = P_o S + T$

Из этих соотношений находим силу натяжения проволоки .

$$\mathrm{T} = \rho g L \frac{4S \cdot S}{4S - S} = \frac{4}{3}\rho g L S.$$

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{A=\left(1+\frac{m}{M}\right)mg\,\frac{L^2}{16h}+mgh}$.

1) По закону сохранения импульса $Mu=m\upsilon_o\cos\alpha$, где *u*- скорость мальчика после броска, откуда - $u=\frac{m}{M}\upsilon_o\cos\alpha$ (1)

2) Работа мальчика складывается из кинетической энергии мальчика после броска и механической энергии мяча.

$$A=\frac{Mu^2}{2}+\frac{m(\upsilon_o\cos\alpha)^2}{2}+mgh \quad (2).$$

После подстановки (1) в (2) получим

$$A=\frac{M}{2}\left(\frac{m}{M}\right)^2(\upsilon_o\cos\alpha)^2+\frac{m(\upsilon_o\cos\alpha)^2}{2}+mgh=\frac{m(\upsilon_o\cos\alpha)^2}{2}\left(\frac{m}{M}+1\right)+mgh\,. \quad (3)$$

3) Выразим $\upsilon_o\cos\alpha$, используя уравнения кинематики для тела, брошенного под углом к горизонту: $h=\frac{\upsilon_o{}^2\sin^2\alpha}{2g}$, откуда $\upsilon_o\sin\alpha=\sqrt{2gh}$ (4) и

$$L=\upsilon_o\cos\alpha\cdot 2\cdot\frac{\upsilon_o\sin\alpha}{g};$$

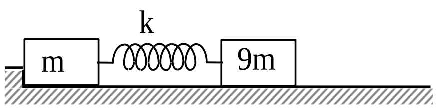
$\upsilon_o\cos\alpha=\frac{gL}{2\upsilon_o\sin\alpha}$ (5). Подставив (4) в (5), получим $\upsilon_o\cos\alpha=\frac{gL}{2\sqrt{2gh}}$ (6) .

4) И подставив (6) в (3), найдём работу, которую совершил мальчик, бросивший мяч.

$$A=\left(1+\frac{m}{M}\right)mg^2\,\frac{L^2}{2\cdot 4\cdot 2gh}+mgh=\left(1+\frac{m}{M}\right)mg\,\frac{L^2}{16h}+mgh\,.$$

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{x=\frac{x_0}{\sqrt{10}}=0{,}86x_0}$.



x_0 – начальное сжатие пружины.

1) Скорость бруска массы 4m в момент отрыва другого бруска от упора

$$\upsilon=x_0\omega=x_0\sqrt{\frac{k}{9m}}=\frac{x_0}{3}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

2) Скорость центра масс брусков после отрыва бруска массы 2m от упора

$$\upsilon_C = \frac{9m}{m+9m}\upsilon = \frac{9}{10}\frac{x_0}{3}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{3x_0}{10}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

3) Из закона сохранения механической энергии следует: $\frac{kx^2{}_0}{2} = \frac{m+9m}{2}\upsilon_C{}^2 + \frac{kx^2}{2}$ (3)

Подставив (2) в (3), получим $\frac{kx_0{}^2}{2} = 5m\frac{9}{100}x_0{}^2\frac{k}{m} + \frac{kx^2}{2}$ или $\frac{x_0{}^2}{10} = x^2$, откуда $x = \frac{x_0}{\sqrt{10}} \approx 0{,}86x_0$.

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\frac{P_1}{P_2} = \frac{nc_V}{nc_V - c_P(n-1)} = \frac{1}{1-\frac{c_P}{c_V}\left(1-\frac{1}{n}\right)} = 2{,}25}$.

Согласно уравнению Менделеева –Клапейрона для процесса расширения газа

$P_1V = \nu RT_1$ (1), $P_1 \cdot nV = \nu RT_2$.. (2)

Для конечного состояния газа $P_2nV = \nu RT_3$. (3)

Из (1), (2), (3) найдём $T_1 = \frac{P_1V}{\nu R}$; $T_2 = \frac{P_1 2V}{\nu R}$; $T_3 = \frac{P_2 2V}{\nu R}$.

Согласно первому закону термодинамики, теплота , полученная газом при расширении,

$$Q = \nu \cdot c_P(T_2 - T_1) = \nu \cdot c_p\left(\frac{nP_1V}{\nu R} - \frac{P_1V}{\nu R}\right) = \frac{c_pP_1V}{R}(n-1). \quad (4).$$

И для процесса охлаждения**:**

$$Q = \nu c_V(T_2 - T_3) = \nu c_V\left(\frac{nP_1V}{\nu R} - \frac{nP_2V}{\nu R}\right) = \frac{c_V nV}{R}(P_1 - P_2). \quad (5)$$

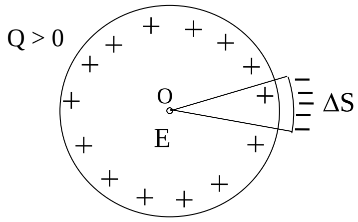
Приравнивая (4) и (5) , получим $c_PP_1(n-1) = c_Vn(P_1 - P_2)$; откуда

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{nc_V}{nc_V - c_P(n-1)} = \frac{1}{1-\frac{c_P}{c_V}\left(\frac{n-1}{n}\right)} = \frac{1}{1-\frac{c_P}{c_V}\left(1-\frac{1}{n}\right)},$$ где $c_P = \frac{5}{2}R$, $c_V = \frac{3}{2}R$.

Для n=2,2 ; $$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{1-\frac{5}{3}\left(\frac{2{,}2-1}{2{,}2}\right)} = \frac{1}{1-\frac{5}{3}\left(\frac{6}{11}\right)} = 11.$$

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{R = \sqrt[3]{\dfrac{Q \cdot \Delta \ell}{8\pi^2 \varepsilon_0 E}}}$.



На полное (целое)кольцо, заряженное положительным зарядом Q, наложим отрицательно заряженный участок $\Delta\ell$. За счёт компенсации зарядов участок $\Delta\ell$ кольца станет незаряженным. По принципу суперпозиции $\vec{E} = \vec{E}(0) = \vec{E}_{+} + \vec{E}_{-}$. Но напряжённость поля внутри заряженного кольца равна нулю $\vec{E}_{+} = 0$, а поле маленького участка $\Delta\ell$ с напряжённостью $\vec{E}_{-}$ можно рассматривать как поле точечного заряда $\Delta q = Q\dfrac{\Delta\ell}{2\pi R}$. Тогда напряжённость электрического поля в центре кольца $\vec{E} = \vec{E}(0) = \vec{E}_{-} = \dfrac{\Delta q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \dfrac{Q \cdot \Delta\ell}{8\pi^2\varepsilon_0 R^3}$. Отсюда радиус кольца $R = \sqrt[3]{\dfrac{Q \cdot \Delta\ell}{8\pi^2\varepsilon_0 E}}$.

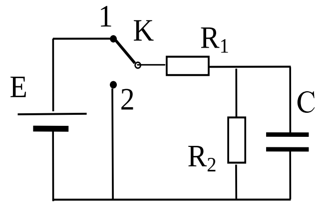
З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{Q_1 = \dfrac{27}{128} CE^2}$.

До переключения ключа К установившийся ток через резисторы $I = \dfrac{E}{R_1 + R_2}$, а напряжение на конденсаторе $\boldsymbol{U_C = \dfrac{ER_2}{R_1 + R_2}}$.

После переключения ключа К Конденсатор начнёт разряжаться через резисторы R_1 и R_2. и вся энергия электрического поля, запасённая в нём, выделится в виде тепла

$$Q = \frac{\mathrm{C} \cdot U^2}{2} = \frac{\mathrm{C} \cdot U_C^{\ 2}}{2} = \frac{CE^2}{2}\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2$$



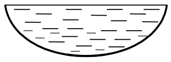
При этом на сопротивлении R_1. выделится количество теплоты

$$Q_1 = Q\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) = \frac{CE^2}{2}\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) = \frac{CE^2}{2}\frac{R_2^{\ 3}}{(R_1 + R_2)^3}$$

Подставив R_1= R и R_2 = 3 R, получим $Q_1 = \dfrac{27}{128} CE^2$.

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{F = \frac{1}{D} = 0{,}13м}$.



Так как свет проходит через воду, отражается от зеркала и снова проходит через воду, то

$D = D_1 + D_2 + D_1 = 2D_1 + D_2$ где D_1 – оптическая сила водяной линзы, а D_2 – оптическая сила зеркала. Но оптическая сила водяной линзы

$D_1 = (n-1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty}\right) = \left(\frac{3}{2} - 1\right)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty}\right) = \frac{1}{2R}$; а $D_2 = \frac{2}{R}$. Поэтому $D = 2\frac{1}{2R} + \frac{2}{R} = \frac{3}{R}$.

Фокусное расстояние этой системы $F = \frac{1}{D} = \frac{R}{3} = \frac{0{,}4}{3} = 0{,}13м$.

З А Д А Ч А 9. (12 баллов).

Ответ: $\boxed{S = \frac{\sqrt{2AL}}{B}}$.

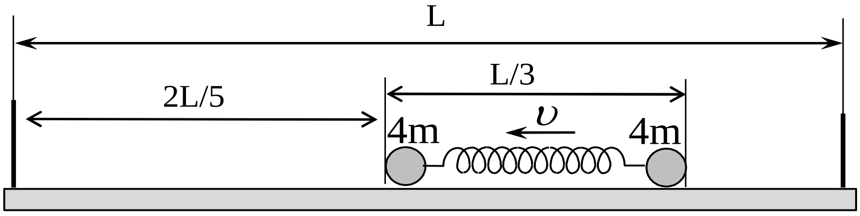
Так как сопротивление кольца равно нулю, то суммарная электродвижущая сила в нём должна быть равна нулю. Иначе сила тока, согласно закону Ома, станет бесконечно большой. Следовательно, изменение магнитного потока внешнего магнитного поля равно по модулю и противоположно по знаку изменению магнитного потока, созданного индукционным током: $\boxed{\Delta\Phi = L\Delta I}$. Учитывая, что поток меняется от 0 до $\pi R^2 B$, а индукционный ток меняется при этом от 0 до I, получим $\pi R^2 B = L \cdot I$. Отсюда $I = \frac{\pi R^2 B}{L}$. Кольцо с таким током обладает энергией $W = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{\pi^2 R^4 B^2}{2L}$. Эта энергия равна работе, совершенной при повороте кольца, A = W, то есть $A = \frac{\pi^2 R^4 B^2}{2L} = \frac{S^2 B^2}{2L}$. Из последнего равенства найдем площадь кольца $S = \frac{\sqrt{2AL}}{B}$.

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{T = \frac{4L}{3\upsilon} + 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}}$.

С момента *первого* удара шарика о стенку в течение полупериода происходит сжатие и возвращение пружины в недеформированное состояние. При этом правый шарик движется вправо левый шарик – влево, до тех пор, пока он не ударится о стенку *второй* раз, и упруго отскочив от неё, начнёт двигаться тоже вправо. Шарики начинают двигаться в обратном направлении с постоянной скоростью υ до тех пор, пока правый шарик не ударится о правую стенку. В течение второго полупериода происходит сжатие, возвращение пружины в недеформированное состояние и движение всей системы влево до исходного положения.

Таким образом, период $$T = \frac{2\left(L - \dfrac{L}{3}\right)}{\upsilon} + 2\pi\sqrt{\frac{4m}{2k}} = \frac{4L}{3\upsilon} + 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}\ .$$



Решение варианта № 29

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{a=\dfrac{2(n-1)S}{(n+1)t^2}=0{,}5\,м/c^2}$.

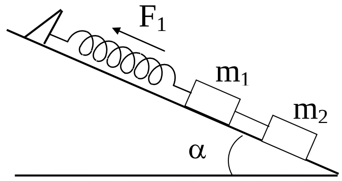
1) $\upsilon=\upsilon_0+at$. Так как $\upsilon=n\upsilon_0$, то $n\upsilon_0=\upsilon_0+at$, отсюда $\upsilon_0=\dfrac{at}{n-1}$.

2) $S=\dfrac{\upsilon_2{}^2-\upsilon_1{}^2}{2a}=\dfrac{n\upsilon_0{}^2-\upsilon_0{}^2}{2a}=\dfrac{\upsilon_0{}^2(n^2-1)}{2a}=\dfrac{a^2t^2(n^2-1)}{(n-1)^2\,2a}=\dfrac{at^2(n+1)}{2(n-1)}$, отсюда

3) $a=\dfrac{2(n-1)S}{(n+1)t^2}$; при t =20 с , S = 200м, n = 3 , $a=\dfrac{2(3-1)200}{(3+1)20^2}=0{,}5\dfrac{м}{c^2}$.

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{a=\dfrac{m_2}{m_1}g\sin\alpha=\dfrac{g}{4}}$. Ускорение бруска массой m_1 направлено вдоль наклонной плоскости вверх..



1) Сила упругости пружины находим из условия равновесия системы $F_{УПР}=(m_1+m_2)g\sin\alpha$.

2) Ускорение бруска m_1

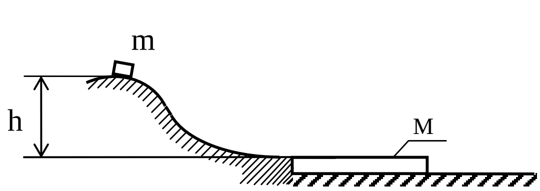
$$a=\frac{F_{УПР}-m_1g\sin\alpha}{m_1}=\frac{(m_1+m_2)g\sin\alpha-m_1g\sin\alpha}{m_1}=\frac{m_2}{m_1}g\sin\alpha .$$

При m1 =2m , m2 = m , α =30⁰ $a=\dfrac{m_2}{m_1}g\sin\alpha=\dfrac{m}{2m}g\sin 30^o=\dfrac{g}{4}$.

Ускорение бруска массой m_1 направлено вдоль наклонной плоскости вверх .

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\Delta t=\dfrac{4}{5\cdot\mu}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}=2\ c}$.



1) В соответствии с законом сохранения энергии

$$mgh=\frac{m\upsilon^2}{2},$$

откуда скорость шайбы в конце спуска с горки $\upsilon=\sqrt{2gh}$ **(1)**

2) Горизонтальная плоскость гладкая, поэтому в соответствии с законом сохранения импульса

$m\upsilon = (m+M)u$, откуда $\boxed{u = \frac{m}{m+M}\upsilon}$ **(2)**

3) В процессе торможения шайбы, доска движется равноускоренно, следовательно,

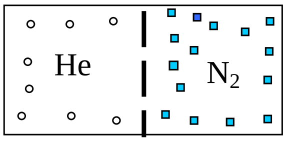
$u = a\Delta t$ (**3**), где $a = \frac{F_{TP}}{M} = \frac{\mu mg}{M}$ (**4**)

4) $\Delta t = \frac{u}{a} = \frac{m\upsilon \cdot M}{(m+M)\cdot \mu mg} = \frac{M}{(m+M)\mu g}\sqrt{2gh} = \frac{M}{(m+M)\mu}\sqrt{\frac{2h}{g}}$,

5) Подставив значения M = 4m , h = 5 м; μ = 0,4 , получим

$$\Delta t = \frac{4m}{(m+4m)\cdot \mu}\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}} = \frac{4m}{5m\cdot \mu}\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}} = \frac{4}{5\cdot 0{,}4}\sqrt{\frac{2\cdot 5}{10}} = 2\ c\ .$$

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{n_{He} = 1{,}61\cdot 10^{25}\frac{1}{м^3}}$.

Согласно закону Паскаля $p = p_1 + p_2 = n_1 kT + n_2 kT$ (1).

Плотность смеси $\rho = m_1 n_1 + m_2 n_2$ (2), где m_1 – масса молекул гелия и m_2 – масса молекул азота, а n_1 и n_2, соответственно, их концентрации. Из 1 и 2 получаем

$$n_1 = \frac{\frac{p}{kT} - \frac{\rho}{m_2}}{1 - \frac{m_1}{m_2}}.$$

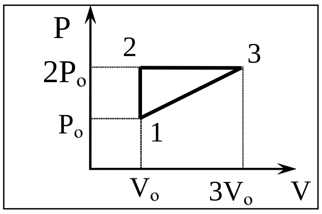
Тогда для гелия имеем :

$$n_{He} = \frac{\frac{p}{kT} - \frac{\rho}{m_2}}{1 - \frac{m_1}{m_2}} = \frac{N_A\left(\frac{p}{RT} - \frac{\rho}{\mu_{N_2}}\right)}{1 - \frac{m_{He}}{m_{N_2}}} = \frac{N_A\left(\frac{10^5}{8{,}31\cdot 273} - \frac{0{,}6}{0{,}028}\right)}{1 - \frac{0{,}004}{0{,}028}} = \frac{N_A(44-21)}{1-0{,}14} = \frac{6{,}023\cdot 10^{23}\cdot 23}{0{,}86} =$$

$$= 161\cdot 10^{23} = 1{,}61\cdot 10^{25}\frac{1}{м^3}.$$

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\eta = \frac{A_{полезн}}{Q} = 0{,}087 = 8{,}7\%}$.



Полезная работа газа в прямом цикле пропорциональна площади цикла на графике P-V.

$\boxed{A_{полезн} = \frac{1}{2}\Delta P \cdot \Delta V = \frac{1}{2} P_o 2V_o = P_o V_o;}$ $\boxed{P_o V_o = \nu R T_o}$

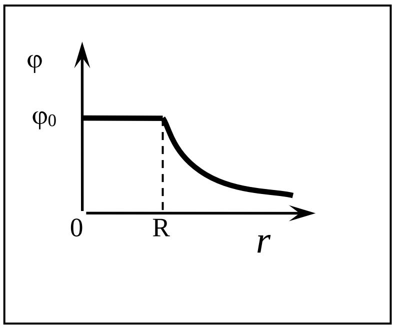
$$\boxed{\begin{aligned} Q &= Q_{12} + Q_{23} = \Delta U_{12} + Q_{23} = c_v \nu \Delta T_{12} + c_p \nu \Delta T_{23} = \\ &= \frac{3}{2}\nu R(2T_o - T_o) + \frac{5}{2} R \nu (6T_o - 2T_o) \end{aligned}}$$

$\boxed{Q = \frac{3}{2}\nu R T_o + 10\nu R T_o = 11{,}5\nu R T_o}$. Следовательно,

$$\boxed{\eta = \frac{A_{полезн}}{Q} = \frac{\nu R T_o}{11{,}5\nu R T_o} = 0{,}087 = 8{,}7\%}$$

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\sigma = \frac{\varepsilon \cdot \varphi}{R} = 1{,}8 \cdot 10^{-9} \frac{Кл}{м^2}}$.



Все точки шара имеют одинаковый потенциал. Потенциал в центре шара находим по формуле $\varphi = \varphi_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$, где q-заряд на поверхности шара. $q = \sigma \cdot S$, где σ - поверхностная плотность заряда на шаре, $S = 4\pi R^2$ - площадь поверхности шара. Тогда

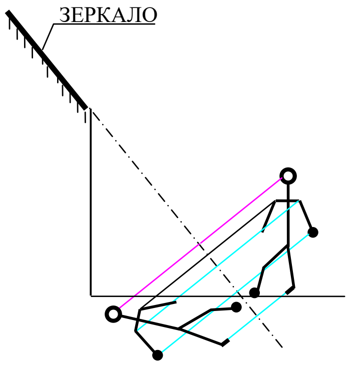
$$\varphi = \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0 R}, \quad \text{откуда} \quad \sigma = \frac{\varepsilon \cdot \varphi}{R}; \quad \sigma = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 20}{0{,}1} = 1{,}8 \cdot 10^{-9} \frac{Кл}{м^2}.$$

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

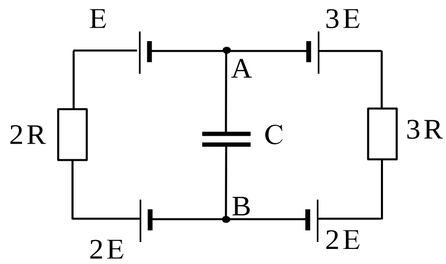
Ответ: $\boxed{R = \frac{m\upsilon}{eB} = \frac{\sqrt{2eUm}}{eB} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um}{e}} = 9 \cdot 10^{-2}\, м}$.

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ: Рисунок .



З А Д А Ч А 9. (12 баллов).



Ответ: $\boxed{W = \dfrac{CE^2}{50}}$.

Ток в цепи $\quad I = \dfrac{2E}{5R}$. (1)

Закон Ома для правого участка цепи (участок АВ):

$$I = \frac{(\varphi_A - \varphi_B) + 3E - 2E}{3R} \quad (2)$$

Из (1) и (2) найдем $\varphi_A - \varphi_B = I(3R) - E = \dfrac{2E}{5R}3R - E = \dfrac{1}{5}E$. Обозначим $\varphi_A - \varphi_B = U$,

тогда энергия конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{C}{2}\left(\frac{1}{5}E\right)^2 = \frac{1}{50}CE^2$$

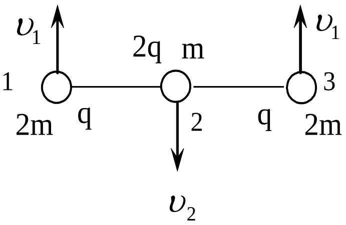
З А Д А Ч А 10. (12 баллов

Ответ: $\boxed{\upsilon_2 = \dfrac{q}{\sqrt{5mL\pi\varepsilon_o}}}$.

Скорости шариков окажутся максимальными в момент t, когда все три заряда окажутся на одной прямой. При этом электрические силы будут скомпенсированы силами натяжения нити. Скорости частиц будут перпендикулярны нитям.

Скорости шариков 1 и 3 будут одинаковыми, обозначим их υ_1. Скорость шарика 2 обозначим υ_2. Из соображений симметрии и с учетом законов сохранения импульса и энергии имеем:

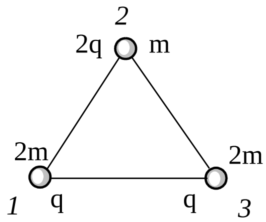
1) $\boxed{2\cdot 2m\upsilon_1 = m\upsilon_2}$



(1)

2) $\boxed{2\dfrac{2m\upsilon_1^{\,2}}{2} + \dfrac{m\upsilon^2{}_2}{2} = \Delta W_{эл.}}$

, (2)



где $\boxed{\Delta W_{эл} = W_{нач.} - W_{кон.}}$.

$$\boxed{W_{нач.} = W_{12} + W_{13} + W_{23} = \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_o L} + \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_o L} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L} = 5\cdot\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}}$$

$$\boxed{W_{КОН.} = W_{12} + W_{13} + W_{23} = \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_o L} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o 2L} + \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_o L} = \frac{9}{2}\cdot\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}}.$$

$\boxed{\Delta W_{эл.} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}}$. Из (1) следует: $\boxed{\upsilon_1 = \dfrac{\upsilon_2}{4}}$. Подставим в (2) , получим

$\boxed{2m\dfrac{\upsilon_2^{\,2}}{16} + \dfrac{m\upsilon_2^{\,2}}{2} = \dfrac{5}{8}m\upsilon_2^{\,2}}$ $\boxed{\dfrac{5}{8}m\upsilon_2^{\,2} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L} = \dfrac{1}{8}\cdot\dfrac{q^2}{\pi\varepsilon_o L}}$, откуда

$$\boxed{\upsilon_2 = \frac{q}{\sqrt{5mL\,\pi\varepsilon_o}}}$$

Решение варианта № 30

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{a = \dfrac{2(n-1)S}{(n+1)t^2} = 0{,}5 м/с^2}$.

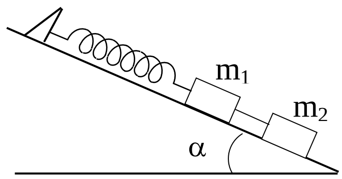
1) $\upsilon = \upsilon_0 + at$. Так как $\upsilon = n\upsilon_0$, то $n\upsilon_0 = \upsilon_0 + at$, отсюда $\upsilon_0 = \dfrac{at}{n-1}$.

2) $S = \dfrac{\upsilon_2{}^2 - \upsilon_1{}^2}{2a} = \dfrac{n\upsilon_0{}^2 - \upsilon_0{}^2}{2a} = \dfrac{\upsilon_0{}^2(n^2-1)}{2a} = \dfrac{a^2t^2(n^2-1)}{(n-1)^2 2a} = \dfrac{at^2(n+1)}{2(n-1)}$, отсюда

3) $a = \dfrac{2(n-1)S}{(n+1)t^2}$; при t =30 с , S = 300м, n = 7 , $a = \dfrac{2(7-1)300}{(7+1)30^2} = 0{,}5\dfrac{м}{с^2}$.

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{a = \dfrac{m_2}{m_1} g\sin\alpha = g}$ Ускорение бруска массой m_1 направлено вдоль наклонной плоскости вверх..



1) Сила упругости пружины находим из условия равновесия системы $F_{УПР} = (m_1 + m_2)g\sin\alpha$.

2) Ускорение бруска m_1

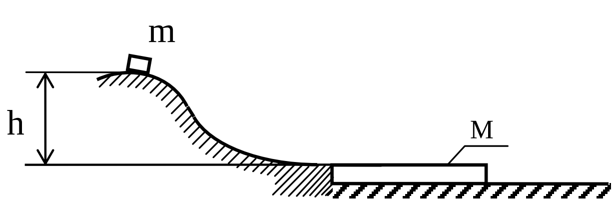
$$a = \frac{F_{УПР} - m_1 g\sin\alpha}{m_1} = \frac{(m_1+m_2)g\sin\alpha - m_1 g\sin\alpha}{m_1} = \frac{m_2}{m_1} g\sin\alpha .$$

При $m_1 = m$, $m_2 = 2m$, $\alpha = 30^0$ $a = \dfrac{m_2}{m_1} g\sin\alpha = \dfrac{2m}{m} g\sin 30^o = g$.

Ускорение бруска массой m_1 направлено вдоль наклонной плоскости вверх .

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\Delta t = \dfrac{4}{5\cdot\mu}\sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 2\ \ c}$.



3) В соответствии с законом сохранения энергии

$$mgh = \frac{m\upsilon^2}{2},$$

откуда скорость шайбы в конце спуска с горки $\upsilon = \sqrt{2gh}$ **(1)**

4) Горизонтальная плоскость гладкая, поэтому в соответствии с законом сохранения импульса

$$m\upsilon = (m+M)u\,, \quad \text{откуда} \quad \boxed{u = \frac{m}{m+M}\upsilon} \qquad \textbf{(2)}$$

3) В процессе торможения шайбы, доска движется равноускоренно, следовательно,

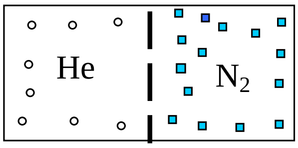
$$u = a\Delta t \quad \textbf{(3)}, \qquad \text{где} \qquad a = \frac{F_{TP}}{M} = \frac{\mu mg}{M} \qquad \textbf{(4)}$$

4) $$\Delta t = \frac{u}{a} = \frac{m\upsilon \cdot M}{(m+M)\cdot \mu mg} = \frac{M}{(m+M)\mu g}\sqrt{2gh} = \frac{M}{(m+M)\mu}\sqrt{\frac{2h}{g}}\,,$$

5) Подставив значения M = 4m , h = 5 м; μ = 0,4 , получим

$$\Delta t = \frac{4m}{(m+4m)\cdot\mu}\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}} = \frac{4m}{5m\cdot\mu}\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}} = \frac{4}{5\cdot 0{,}4}\sqrt{\frac{2\cdot 5}{10}} = 2 \ c\ .$$

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{n_{N_2} = 1{,}06\cdot 10^{25}\,\frac{1}{м^3}}$.

Согласно закону Паскаля $p = p_1 + p_2 = n_1 kT + n_2 kT$ (1).

Плотность смеси $\rho = m_1 n_1 + m_2 n_2$ (2), где m_1 – масса молекул гелия и m_2 – масса молекул азота, а n_1 и n_2, соответственно, их концентрации. Из 1 и 2 получаем

$$n_2 = \frac{\dfrac{p}{kT} - \dfrac{\rho}{m_1}}{1 - \dfrac{m_2}{m_1}}.$$

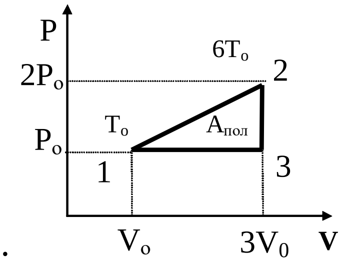
Тогда для азота имеем :

$$n_{N_2} = \frac{\dfrac{p}{kT} - \dfrac{\rho}{m_1}}{1 - \dfrac{m_2}{m_1}} = \frac{N_A\left(\dfrac{p}{RT} - \dfrac{\rho}{\mu_{He}}\right)}{1 - \dfrac{m_{N_2}}{m_{He}}} = \frac{N_A\left(\dfrac{10^5}{8{,}31\cdot 273} - \dfrac{0{,}6}{0{,}004}\right)}{1 - \dfrac{0{,}028}{0{,}004}} = \frac{N_A(44-150)}{1-7} = \frac{6{,}023\cdot 10^{23}\cdot(-106)}{(-6)} =$$

$$= 106\cdot 10^{23} = 1{,}06\cdot 10^{25}\,\frac{1}{м^3}.$$

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\eta = \frac{A_{полезн}}{Q} = 0{,}095 = 9{,}5\%}$



Полезная работа газа в прямом цикле пропорциональна Площади цикла на графике P-V.

$$A_{полезн} = \frac{1}{2}\Delta P \cdot \Delta V = \frac{1}{2}(2P_o - P_o)\cdot(\cdot 3V_o - V_o) = P_o V_o = \nu R T_o;$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = c_v \nu (T_2 - T_1 + \frac{1}{2}(P_o + 2P_o)(3V_o - V_o) =$$

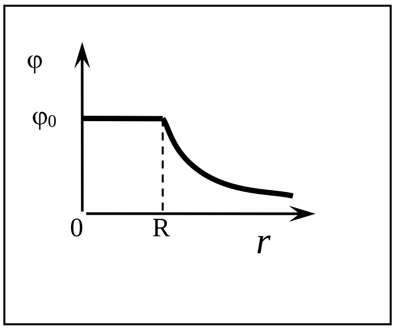
$$= \frac{3}{2} R\nu\left(6T_o - T_o\right) + \frac{1}{2}6P_o V_o = \frac{15}{2}\nu R T_o + 3\nu R T_o = 10{,}5\nu R T_o$$

Следовательно

$$\eta = \frac{A_{полезн}}{Q} = \frac{\nu R T_o}{10{,}5\nu R T_o} = 0{,}095 = 9{,}5\%$$

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\sigma = \frac{\varepsilon\cdot\varphi}{R} = 8{,}85\cdot 10^{-10}\frac{Кл}{м^2}}$.



Все точки шара имеют одинаковый потенциал. Потенциал в центре шара находим по формуле

$\varphi = \varphi_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$, где q -заряд на поверхности шара . $q = \sigma\cdot S$, где σ - поверхностная плотность заряда на шаре, $S = 4\pi R^2$ - площадь поверхности шара. Тогда $\varphi = \frac{\sigma\cdot 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$,

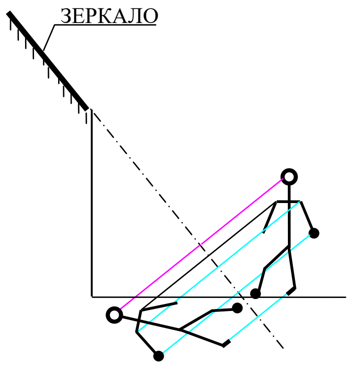
откуда $\sigma = \frac{\varepsilon\cdot\varphi}{R}$; $\sigma = \frac{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 10}{0{,}1} = 8{,}85\cdot 10^{-10}\frac{Кл}{м^2}$.

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{a = a_n = \frac{\upsilon e B}{m} = 7\cdot 10^{15} м/с^2}$.

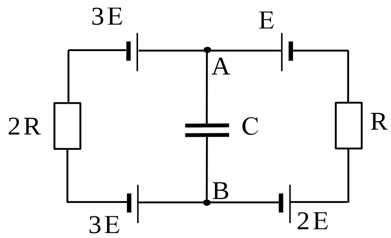
З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ: Рисунок .



З А Д А Ч А 9. (12 баллов).

Ответ: $\boxed{W = 2CE^2}$.



Ток в цепи $I = \frac{3E}{3R} = \frac{E}{R}$ (1)

Закон Ома для правого участка цепи (участок АВ):

$$-I = \frac{(\varphi_A - \varphi_B)C - 3E}{R} \qquad (2)$$

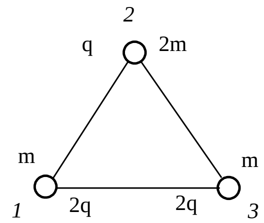
Из (1) и (2) найдем $\varphi_A - \varphi_B = -IR + 3E = -E + 3E = 2E$.

Обозначим $\varphi_A - \varphi_B = U$, тогда энергия конденсатора

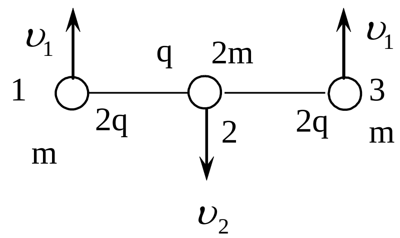
$$W = \frac{CU^2}{2} = 2CE^2$$

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{\upsilon_2 = \frac{q}{\sqrt{4mL\pi\varepsilon_o}}}$.



Скорости окажутся максимальными в момент t, когда все три заряда окажутся на одной прямой. При этом электрические силы будут скомпенсированы силами натяжения нити. Скорости частиц будут перпендикулярны нитям.



Скорости шариков 1 и 3 будут одинаковыми, обозначим их υ_1. Скорость шарика 2 обозначим υ_2. Из соображений симметрии и с учетом законов сохранения импульса и энергии имеем::

3) $\boxed{2\cdot m\upsilon_1 = 2m\upsilon_2}$ (1)

4) $\boxed{2\dfrac{m\upsilon_1{}^2}{2} + \dfrac{2m\upsilon^2{}_2}{2} = \Delta W_{эл.}}$, (2)

где $\boxed{\Delta W_{эл} = W_{нач.} - W_{кон.}}$

$$\boxed{W_{нач.} = W_{12} + W_{13} + W_{23} = \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_o L} + \frac{4q^2}{4\pi\varepsilon_o L} + \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_o L} = 8\cdot\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}}$$

$$\boxed{W_{КОН.} = W_{12} + W_{13} + W_{23} = \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_o L} + \frac{4q^2}{4\pi\varepsilon_o 2L} + \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_o L} = 6\cdot\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}}$$

$\boxed{\Delta W_{эл.} = \dfrac{q^2}{2\pi\varepsilon_o L}}$ Из (1) следует: $\boxed{\upsilon_1 = \upsilon_2}$ Подставим в (2) , получим

$\boxed{2\dfrac{m}{2}\upsilon^2{}_2 + \dfrac{2m}{2}\upsilon^2{}_2 = 2m\upsilon_2{}^2}$ $\boxed{2m\upsilon_2{}^2 = \dfrac{q^2}{2\pi\varepsilon_o L}}$, откуда $\boxed{\upsilon_2 = \dfrac{q}{\sqrt{4mL\,\pi\varepsilon_o}}}$.

Решение варианта №31

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{a = \dfrac{2(n-1)S}{(n+1)t^2} \approx 0{,}42 м/c^2}$ **.**

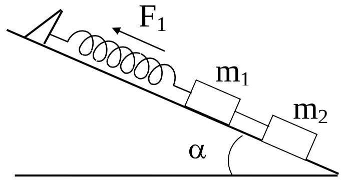
1) $\upsilon = \upsilon_0 + at$. Так как $\upsilon = n\upsilon_0$, то $n\upsilon_0 = \upsilon_0 + at$, отсюда $\upsilon_0 = \dfrac{at}{n-1}$.

2) $S = \dfrac{\upsilon_2{}^2 - \upsilon_1{}^2}{2a} = \dfrac{n\upsilon_0{}^2 - \upsilon_0{}^2}{2a} = \dfrac{\upsilon_0{}^2(n^2-1)}{2a} = \dfrac{a^2t^2(n^2-1)}{(n-1)^2 2a} = \dfrac{at^2(n+1)}{2(n-1)}$, отсюда

3) $a = \dfrac{2(n-1)S}{(n+1)t^2}$; при t = 40 с , S = 500м, n = 5 , $a = \dfrac{2(5-1)500}{(5+1)40^2} \approx 0{,}42 \dfrac{м}{c^2}$.

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{a = \dfrac{m_2}{m_1} g\sin\alpha = 2g}$ Ускорение бруска массой m_1 направлено вдоль наклонной плоскости вверх..



1) Сила упругости пружины находим из условия равновесия системы $F_{УПР} = (m_1 + m_2)g\sin\alpha$.

2) Ускорение бруска m_1

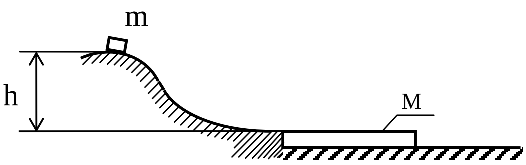
$$a = \frac{F_{УПР} - m_1 g\sin\alpha}{m_1} = \frac{(m_1+m_2)g\sin\alpha - m_1 g\sin\alpha}{m_1} = \frac{m_2}{m_1} g\sin\alpha .$$

При $m_1 = m$, $m_2 = 4m$, $\alpha = 30^0$ $a = \dfrac{m_2}{m_1} g\sin\alpha = \dfrac{4m}{m} g\sin 30^o = 2g$.

Ускорение бруска массой m_1 направлено вдоль наклонной плоскости вверх .

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\mu = \dfrac{M}{(m+M)\Delta t}\sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 0{,}3}$.



5) . В соответствии с законом сохранения энергии

$$mgh = \frac{m\upsilon^2}{2},$$

откуда скорость шайбы в конце спуска с горки $\upsilon = \sqrt{2gh}$ **(1)**

6) . Горизонтальная плоскость гладкая, поэтому в соответствии с законом сохранения импульса

$$m\upsilon = (m+M)u\,, \quad \text{откуда} \quad \boxed{u = \frac{m}{m+M}\upsilon} \qquad \mathbf{(2)}$$

3) . В процессе торможения шайбы, доска движется равноускоренно, следовательно,

$$u = a\Delta t \quad (\mathbf{3}), \qquad \text{где} \qquad a = \frac{F_{TP}}{M} = \frac{\mu mg}{M} \quad (\mathbf{4})$$

4). $$\Delta t = \frac{u}{a} = \frac{m\upsilon \cdot M}{(m+M)\cdot \mu mg} = \frac{M}{(m+M)\mu g}\sqrt{2gh} = \frac{M}{(m+M)\mu}\sqrt{\frac{2h}{g}}\,, \text{ откуда}$$

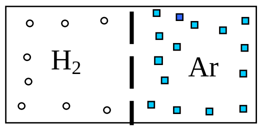
5). $$\mu = \frac{M}{(m+M)\Delta t}\sqrt{\frac{2h}{g}}\,.$$

Подставив значения M = 3m , h = 5 м; Δt = 2,5 с, получим

$$\mu = \frac{3m}{(m+3m)\cdot 2{,}5}\sqrt{\frac{2\cdot 5}{10}} = \frac{3m}{4m\cdot 2{,}5}\sqrt{\frac{10}{10}} = 0{,}3\,.$$

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{n_{H_2} = 8{,}24\cdot 10^{25}\,\frac{1}{м^3}}$.



Согласно закону Паскаля $p = p_1 + p_2 = n_1kT + n_2kT$ (1).

Плотность смеси $\rho = m_1n_1 + m_2n_2$ (2), где *m1* –масса молекул водорода и *m2* – масса молекул аргона, а *n1* и *n2*, соответственно, их концентрации. Из 1 и 2 получаем

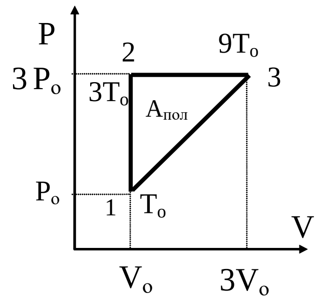
$$n_1 = \frac{\dfrac{p}{kT} - \dfrac{\rho}{m_2}}{1 - \dfrac{m_1}{m_2}}\,.$$

Найдём концентрацию водорода**:**

$$n_{H_2} = \frac{\dfrac{p}{kT} - \dfrac{\rho}{m_2}}{1 - \dfrac{m_1}{m_2}} = \frac{N_A\left(\dfrac{p}{RT} - \dfrac{\rho}{\mu_{Ar}}\right)}{1 - \dfrac{m_{H_2}}{m_{Ar}}} = \frac{N_A\left(\dfrac{10^5}{8{,}31\cdot 273} - \dfrac{0{,}8}{0{,}040}\right)}{1 - \dfrac{0{,}002}{0{,}040}} = \frac{N_A(150-20)}{1-0{,}05} = \frac{6{,}023\cdot 10^{23}\cdot 130}{0{,}95} =$$

$$= 824{,}2\cdot 10^{23} = 8{,}24\cdot 10^{25}\,\frac{1}{м^3}.$$

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{\eta = \frac{A_{полезн}}{Q} = 0{,}11 = 11\ \%}$.

Полезная работа газа в прямом цикле пропорциональна площади цикла на графике P-V.

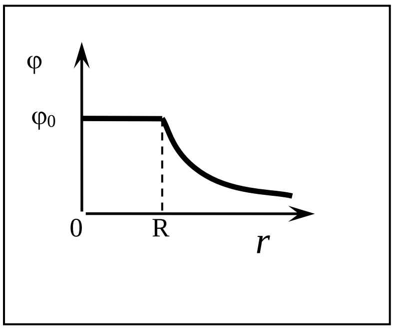
$$A_{полезн} = \frac{1}{2}\Delta P \cdot \Delta V = \frac{1}{2}(3P_o - P_o)(3V_o - V_o) = 2P_oV_o = 2\frac{m}{\mu}RT_o$$

$$P_oV_o = \frac{m}{\mu}RT_o$$

$$\boxed{\begin{aligned} Q &= Q_{12} + Q_{23} = c_v \frac{m}{\mu}{}_o\ \Delta T_{12} + c_p \frac{m}{\mu}\Delta T_{23} = \\ &= \frac{3}{2}R\frac{m}{\mu}(3T_o - T_o) + \frac{5}{2}R\frac{m}{\mu}(9T_o - 3T_o) = 18\frac{m}{\mu}RT_o \end{aligned}}$$

Следовательно, $\boxed{\eta = \frac{A_{полезн}}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{2}{18} = 0{,}11 = 11\%}$.

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{\sigma = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varphi}{R} = 8{,}85 \cdot 10^{-10}\ \frac{Кл}{м^2}}$.

Все точки шара имеют одинаковый потенциал. Потенциал в центре шара находим по формуле $\varphi = \varphi_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$, где q-заряд на поверхности шара . $q = \sigma \cdot S$, где σ - поверхностная плотность заряда на шаре, $S = 4\pi R^2$ - площадь поверхности шара. Тогда $\varphi = \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$, откуда

$$\sigma = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varphi}{R}\ ; \quad \sigma = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10}{0{,}1} = 8{,}85 \cdot 10^{-10}\ \frac{Кл}{м^2}.$$

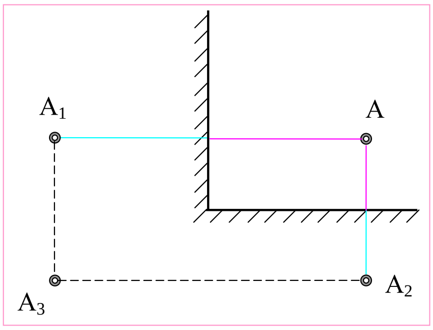
З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\frac{R_P}{R_e} = \frac{m_P}{m_e} = 1840}$.

$$R = \frac{m\upsilon}{eB}\ , \text{ так как } \frac{m\upsilon^2}{R} = e\upsilon B.$$

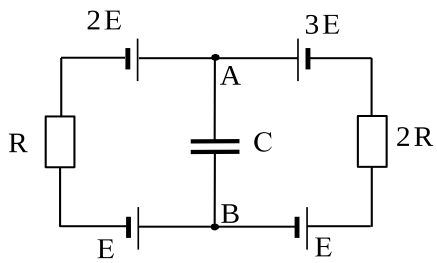
З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ**:** Рисунок .Всего будет три изображения : A_1; A_2; A_3.



З А Д А Ч А 9. (12 баллов).

Ответ: $\boxed{W = 2CE^2}$



Ток в цепи $\mathrm{I} = \dfrac{3E}{3R} = \dfrac{E}{R}$ (1)

Закон Ома для правого участка цепи (участок AB):

$$-\mathrm{I} = \frac{(\varphi_A - \varphi_B) - 4E}{2R} \qquad (2)$$

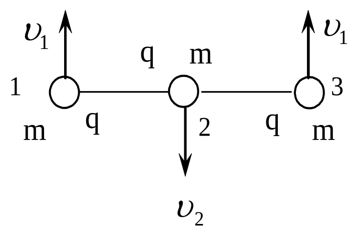
Из (1) и (2) найдем

$$\varphi_A - \varphi_B = 4E - 2IR = 4E - 2\frac{E}{R}R = 2E .$$

Обозначим $\varphi_A - \varphi_B = U$, тогда энергия конденсатора $W = \dfrac{CU^2}{2} = \dfrac{C}{2}(2E)^2 = 2CE^2$.

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{\upsilon_3 = \dfrac{q}{\sqrt{6mL\pi\varepsilon_o}}}$.



Скорости шариков окажутся максимальными в момент t, когда все три заряда окажутся на одной прямой. При этом электрические силы будут скомпенсированы силами натяжения нити. Скорости частиц будут перпендикулярны нитям.

Скорости шариков 1 и 2 будут одинаковыми, обозначим их υ_1. Скорость шарика 3 обозначим υ_3. Из соображений симметрии и с учетом законов сохранения импульса и энергии имеем:

5) $\boxed{m\upsilon_3 = 2m\upsilon_1}$ (1)

2) $\boxed{\dfrac{2m\upsilon_1^{\ 2}}{2}+\dfrac{m\upsilon_3^{\ 2}}{2}=\Delta W_{эл.}}$ (2), где $\boxed{W_{эл}=W_{нач.}-W_{кон.}}$

\ $\boxed{W_{нач.}=\dfrac{3q^2}{4\pi\varepsilon_o L}\cdot W_{кон.}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\dfrac{2q^2}{L}+\dfrac{q^2}{2L}\right)=\dfrac{5}{2}\cdot\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}}$ $\boxed{W_{эл.}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}}$

Из (1) следует: $\boxed{\upsilon_1=\dfrac{\upsilon_3}{2}}$ Подставим в (2) , получим $\boxed{\dfrac{3}{4}m\upsilon_3^{\ 2}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}}$, откуда

$\boxed{\upsilon_3=\dfrac{q}{\sqrt{6mL\,\pi\varepsilon_o}}}$.

Решение варианта №32

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{a = \dfrac{2(n-1)S}{(n+1)t^2} = 3м/c^2}$.

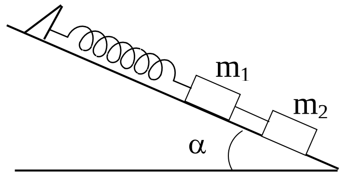
1) $\upsilon = \upsilon_0 + at$. Так как $\upsilon = n\upsilon_0$, то $n\upsilon_0 = \upsilon_0 + at$, отсюда $\upsilon_0 = \dfrac{at}{n-1}$.

2) $S = \dfrac{\upsilon_2{}^2 - \upsilon_1{}^2}{2a} = \dfrac{n\upsilon_0{}^2 - \upsilon_0{}^2}{2a} = \dfrac{\upsilon_0{}^2(n^2-1)}{2a} = \dfrac{a^2t^2(n^2-1)}{(n-1)^2 2a} = \dfrac{at^2(n+1)}{2(n-1)}$, отсюда

3) $a = \dfrac{2(n-1)S}{(n+1)t^2}$; при t =10 с , S = 250м, n = 4 , $a = \dfrac{2(4-1)250}{(4+1)10^2} = 3\dfrac{м}{c^2}$.

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{a = \dfrac{m_2}{m_1} g\sin\alpha = \dfrac{g}{8}}$ Ускорение бруска массой m_1 направлено вдоль наклонной плоскости вверх..



1) Сила упругости пружины находим из условия равновесия системы $F_{УПР} = (m_1 + m_2)g\sin\alpha$.

2) Ускорение бруска m_1

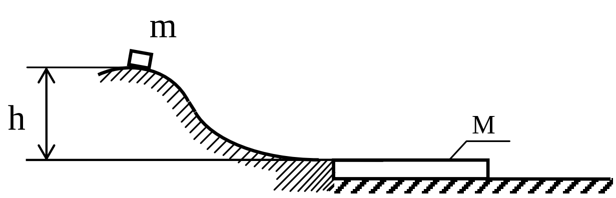
$$a = \frac{F_{УПР} - m_1 g\sin\alpha}{m_1} = \frac{(m_1+m_2)g\sin\alpha - m_1 g\sin\alpha}{m_1} = \frac{m_2}{m_1} g\sin\alpha .$$

При m_1 =4m , m_2 = m , α =30^0 $a = \dfrac{m_2}{m_1} g\sin\alpha = \dfrac{m}{4m} g\sin 30^o = \dfrac{g}{8}$.

Ускорение бруска массой m_1 направлено вдоль наклонной плоскости вверх .

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\mu = \dfrac{M}{(m+M)\cdot\Delta t}\sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 0{,}4}$.



7) В соответствии с законом сохранения энергии

$$mgh = \frac{m\upsilon^2}{2},$$

откуда скорость шайбы в конце спуска с горки $\upsilon = \sqrt{2gh}$ **(1)**

8) Горизонтальная плоскость гладкая, поэтому в соответствии с законом сохранения импульса

$$m\upsilon = (m+M)u\text{ , откуда } \quad u = \frac{m}{m+M}\upsilon \qquad \textbf{(2)}$$

3) В процессе торможения шайбы, доска движется равноускоренно, следовательно,

$$u = a\Delta t \quad (\mathbf{3}), \qquad \text{где} \qquad a = \frac{F_{TP}}{M} = \frac{\mu mg}{M} \qquad (\mathbf{4})$$

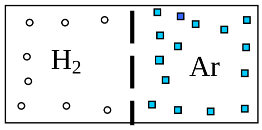
4) $\Delta t = \dfrac{u}{a} = \dfrac{m\upsilon \cdot M}{(m+M)\cdot \mu mg} = \dfrac{M}{(m+M)\mu g}\sqrt{2gh} = \dfrac{M}{(m+M)\mu}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$, откуда

5) $$\mu = \frac{M}{(m+M)\Delta t}\sqrt{\frac{2h}{g}} \; .$$

Подставив значения M = 4m , h = 5 м; Δt = 2,0 с, получим

$$\mu = \frac{4m}{(m+4m)\cdot 2}\sqrt{\frac{2\cdot 5}{10}} = \frac{4}{5\cdot 2}\sqrt{\frac{10}{10}} = 0{,}4 \; .$$

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{n_{Ar} = 7{,}93\cdot 10^{24}\,\dfrac{1}{м^3}}$.

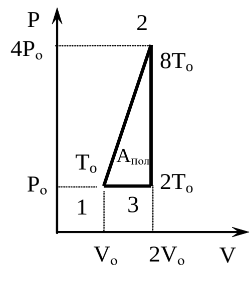
Согласно закону Паскаля $p = p_1 + p_2 = n_1 kT + n_2 kT$ (1).

Плотность смеси $\rho = m_1 n_1 + m_2 n_2$ (2), где *m₁* – масса молекул водорода и m_2 – масса молекул аргона, а n_1 и n_2, соответственно, их концентрации. Из 1 и 2 получаем $n_2 = \dfrac{\dfrac{p}{kT} - \dfrac{\rho}{m_1}}{1 - \dfrac{m_2}{m_1}}$ **.**

Найдём концентрацию аргона :

$$n_{Ar} = \frac{\dfrac{p}{kT} - \dfrac{\rho}{m_1}}{1 - \dfrac{m_2}{m_1}} = \frac{N_A\left(\dfrac{p}{RT} - \dfrac{\rho}{\mu_{H_2}}\right)}{1 - \dfrac{\mu_{Ar}}{\mu_{H_2}}} = \frac{N_A\left(\dfrac{10^5}{8{,}31\cdot 273} - \dfrac{0{,}8}{0{,}002}\right)}{1 - \dfrac{0{,}040}{0{,}002}} = \frac{N_A(150-400)}{1-20} = \frac{6{,}023\cdot 10^{23}\cdot(-250)}{(-19)} = 79{,}25\cdot 10^{23} \approx 7{,}93\cdot 10^{24}$$

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{\eta = \dfrac{A_{полезн}}{Q} = 0{,}115 = 11{,}5\%}$

Полезная работа газа в прямом цикле пропорциональна площади цикла на графике P-V.

$$\boxed{A_{полезн} = \frac{1}{2}\Delta P \cdot \Delta V = \frac{1}{2}(4P_o - P_o)(2V_o - V_o) = \frac{3}{2}P_o V_o = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}RT_o}$$

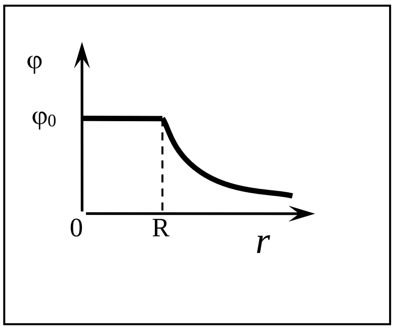
$$\boxed{P_o V_o = \frac{m}{\mu}RT_o}$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = c_v \frac{m}{\mu}\Delta T_{12} + \frac{1}{2}(P_o + 4P_o)(2V_o - V_o) =$$

$$= \frac{3}{2}R\frac{m}{\mu}(8T_o - T_o) + \frac{5}{2}P_o V_o = \frac{21}{2}\frac{m}{\mu}RT_o + \frac{5}{2}\frac{m}{\mu}RT_o = 13\frac{m}{\mu}RT_o$$

Следовательно, $\boxed{\eta = \frac{A_{полезн}}{Q_{12}} = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{13} = \frac{3}{26} = 0{,}115 = 11{,}5\%}$.

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{\sigma = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varphi}{R} = 1{,}8 \cdot 10^{-9}\ \frac{Кл}{м^2}}$.

Все точки шара имеют одинаковый потенциал.

Потенциал в центре шара находим по формуле

$\varphi = \varphi_0 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$, где q -заряд на поверхности шара . $q = \sigma \cdot S$, где σ - поверхностная плотность заряда на шаре,

$S = 4\pi R^2$ - площадь поверхности шара. Тогда $\varphi = \dfrac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$, откуда $\sigma = \dfrac{\varepsilon_0 \cdot \varphi}{R}$;

$$\sigma = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10}{0{,}05} = 1{,}8 \cdot 10^{-9}\ \frac{Кл}{м^2}.$$

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

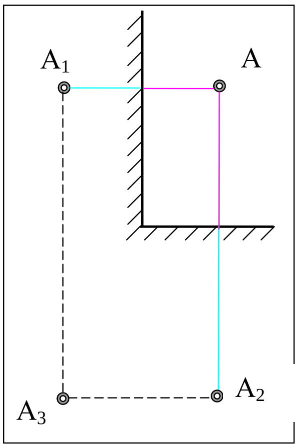
Ответ: $\boxed{R = 5{,}8 \cdot 10^{-3}\ м}$.

$\boxed{\dfrac{m\upsilon^2}{2} = eU}$ $\boxed{\upsilon = \sqrt{\dfrac{2eU}{m}}}$, $\boxed{\dfrac{m\upsilon^2}{R} = e\upsilon B}$; $\boxed{R = \dfrac{m\upsilon}{eB} = \dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2mU}{e}}}$

$\boxed{R = 5{,}8 \cdot 10^{-3}\ м}$.

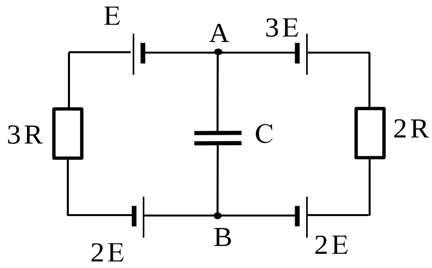
З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ**:** Рисунок: .Всего будет три изображения : A_1; A_2; A_3.



З А Д А Ч А 9. (12 баллов).

Ответ: $\boxed{W = \frac{81}{50} CE^2}$.



Ток в цепи $I = \frac{2E}{5R}$ (1)

Закон Ома для правого участка цепи (участок AB):

$$-I = \frac{(\varphi_A - \varphi_B) + 3E - 2E}{2R} \quad (2)$$

Из (1) и (2) найдем

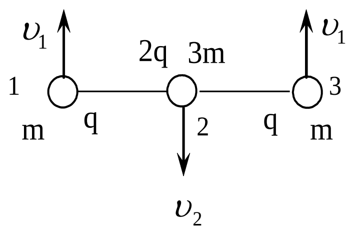
$$\varphi_A - \varphi_B = -E - I(2R) = -E - \frac{2E}{5R} 2R = E \frac{-5R - 4R -}{5R} = -E \frac{9R}{5R} = -\frac{9}{5} E \ .$$

Обозначим $\varphi_A - \varphi_B = U$, тогда энергия конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{C}{2}\left(\frac{9}{5}E\right)^2 = \frac{81}{50} CE^2 .$$

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{\upsilon_2 = \frac{q}{\sqrt{30 mL \pi \varepsilon_o}}}$.



Скорости окажутся максимальными в момент t, когда все три заряда окажутся на одной прямой. При этом электрические силы будут скомпенсированы силами натяжения нити. Скорости частиц будут перпендикулярны нитям.

Скорости шариков 1 и 3 будут одинаковыми, обозначим их υ_1. Скорость шарика 2 обозначим υ_2. Из соображений симметрии и с учетом законов сохранения импульса и энергии имеем:

6) $\boxed{2m\upsilon_1 = 3m\upsilon_2}$ (1)

7) $\boxed{2\frac{m\upsilon_1^{\,2}}{2} + \frac{3m\upsilon^2{}_2}{2} = \Delta W_{эл.}}$, (2) где $\boxed{\Delta W_{эл} = W_{Н.} - W_{КОН.}}$.

$$\boxed{W_{нач.} = W_{12} + W_{13} + W_{23} = \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_o L} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L} + \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_o L} = 5\cdot\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}}$$

$$W_{КОН.} = W_{12} + W_{13} + W_{23} = \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_o L} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o 2L} + \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_o L} = \frac{9}{2}\cdot\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}$$

$\Delta W_{эл.} = \frac{1}{2}\cdot\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}$. Из (1) следует: . $\upsilon_1 = \frac{3\upsilon_2}{2}$. Подставим в (2) , получим

$\frac{2m}{2}\cdot\frac{9\upsilon_2^{\,2}}{4} + \frac{3m\upsilon_2^{\,2}}{2} = \frac{15}{4}m\upsilon_2^{\,2}$, $\frac{15}{4}m\upsilon_2^{\,2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L} = \frac{1}{8}\cdot\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o L}$, откуда

$$\boxed{\upsilon_2 = \frac{q}{\sqrt{30mL\,\pi\varepsilon_o}}}.$$