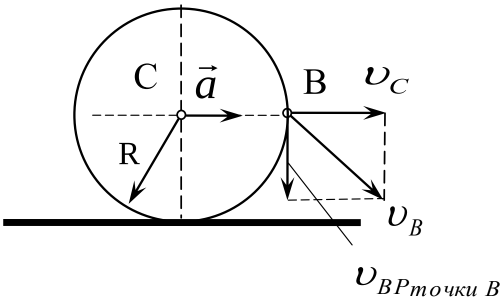
Решение варианта №1

Задача 1.

Решение:

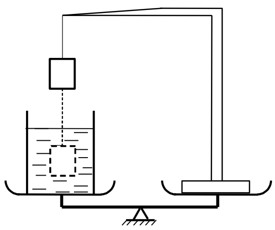


Скорость центра диска (точки С) через время t после начала движения равна $\upsilon_C = a \cdot t$ и определяет скорость поступательного движения диска в этот момент времени. Каждая точка на поверхности диска участвует одновременно в двух движениях- поступательном со скоростью υ_C и вращательном со скоростью υ_{BP}. Скорость точки В $\upsilon_B = \sqrt{\upsilon^2{}_C + \upsilon^2{}_{BP}} = \sqrt{2} \cdot a \cdot t$. Используя численные условия задачи, получим

$$\upsilon_B = \sqrt{2} \cdot 2{,}5 \cdot 2 = 7 \ \ см/с = 7 \cdot 10^{-2} м/с.$$

Ответ: $\boxed{\upsilon_B = \sqrt{2} \cdot at = 7 \cdot 10^{-2} м/с}$

Задача 2.

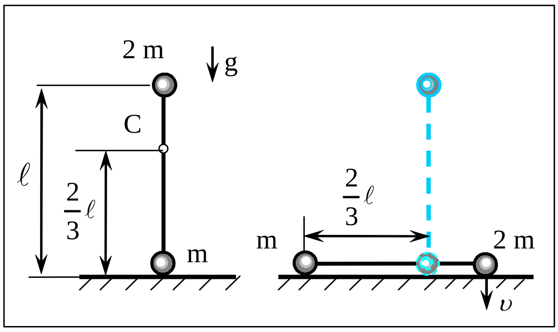


Решение: На правую чашку весов нужно положить груз, масса которого $m = 2\rho \cdot V = 2кг$, где ρ- плотность воды, а V – объём груза.

Ответ: $m = 2\rho \cdot V = 2кг$

Задача 3.

Решение: Центр масс гантельки находится в точке С, расположенной на высоте $\frac{2}{3}\ell$ от поверхности.



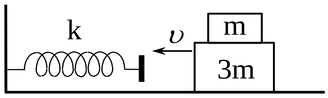
После того, как гантельку отпустили без начальной скорости, она начала падать. Так как трение отсутствует, то центр масс гантельки будет двигаться вниз по вертикали.

Скорость, с которой верхний шарик коснётся горизонтальной поверхности, равна $\upsilon = \sqrt{2g\ell}$.

Величина перемещения нижнего шарика к этому моменту времени равна $\Delta r = \frac{2}{3}\ell$.

Ответ: $\boxed{\upsilon = \sqrt{2g\ell}}$, $\boxed{\Delta r = \frac{2}{3}\ell}$.

Задача 4.



Решение: При сжатии пружины максимальное скорение брусков $a = \upsilon \cdot \omega$ (1) , где $\omega = \sqrt{\frac{k}{3m+m}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$ - циклическая частота колебательной системы.

Максимальная величина силы трения покоя, действующей на верхний брусок, $F_{TP} = \mu mg$ и, следовательно, ускорение верхнего бруска $a_1 = \mu \cdot g$ (2). Из (1) и (2) следует, что верхний брусок не будет проскальзывать при условии, что $a \le a_1$, то есть $\upsilon \cdot \omega \le \mu \cdot g$. Откуда находим

$$\mu \ge \frac{\upsilon \cdot \omega}{g} \ge \frac{\upsilon}{2g}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Ответ: $\mu \ge \frac{\upsilon}{2g}\sqrt{\frac{k}{m}}$

Задача 5.

Решение:

Так как баллон теплоизолирован, то внутренняя энергия газа остаётся постоянной.

$c_V(\nu_1 + \nu_2)T = c_V\nu_1 T_1 + c_V\nu_2 T_2$, где T – температура газа, которая установится в баллоне после открытия клапана. Выразим из этого равенства $T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2}$ (1) ,

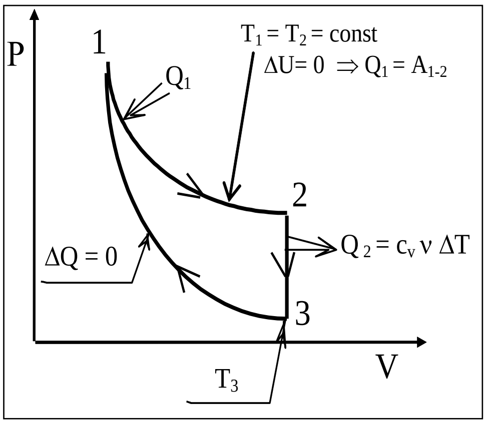
Здесь ν_1 и ν_2 находим, используя уравнение состояния идеального газа $\nu_1 = \frac{p_1 V_1}{RT_1}$ и $\nu_2 = \frac{p_2 V_2}{RT_2}$. Подставляя эти выражения в (1), получим $T = \frac{(p_1 V_1 + p_2 V_2)\cdot T_1 T_2}{p_1 V_1 T_2 + p_2 V_2 T_1}$.

Подставив числовые значения, найдём

$$T = \frac{(8\cdot 10^5\cdot 10^{-3}+4\cdot 10^5\cdot 2\cdot 10^{-3})\cdot 300\cdot 600}{8\cdot 10^{5}\cdot 10^{-3}\cdot 600+4\cdot 10^5\cdot 2\cdot 10^{-3}\cdot 300} = \frac{(8\cdot 10^2+8\cdot 10^2)\cdot 18\cdot 10^4}{48\cdot 10^4+24\cdot 10^4} = \frac{288\cdot 10^2}{72} = 400\,К$$ **Ответ:**

$$T = \frac{(p_1V_1+p_2V_2)\cdot T_1T_2}{p_1V_1T_2+p_2V_2T_1} = 400\,К \ .$$

Задача 6.



Решение: Минимальная температура газа T_3, максимальная T_1 ($T_1 = T_2$). КПД по определению равен

$$\eta = \frac{Q_1-Q_2}{Q_1} = 1-\frac{Q_2}{Q_1},$$

Тепло в цикле отводится только в изохорном процессе 2-3. $\left|Q_2\right| = \nu c_v\Delta T = \nu\frac{3}{2}R(T_2-T_3) = \nu\frac{3}{2}R\Delta T \rangle\ 0$

В данном процессе теплота за цикл подводится только на участке 1-2 и её количество Q_1 равно работе газа на изотерме A_{12}.

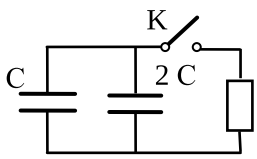
Тогда $\eta = 1-\dfrac{\nu\frac{3}{2}R\Delta T}{A_{1-2}}$ откуда $A_{1-2} = \dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{\nu R\Delta T}{(1-\eta)}$, Подставив $\nu = 1$, $\Delta T = 600$, $\eta = 0{,}26$, получим.

$$A_{1-2} = \frac{3}{2}\cdot\frac{8{,}31\cdot 600}{(1-0{,}26)} = \frac{7479}{0{,}74} \approx 10107\ Дж\ .$$

Количество теплоты, подводимое к машине за один цикл, равно $Q_1 = A_{1-2} = 10107\ Дж$

Ответ: $Q_1 = A_{1-2} = \dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{\nu R\Delta T}{(1-\eta)} \approx 10100\ Дж$

Задача 7.



Решение:

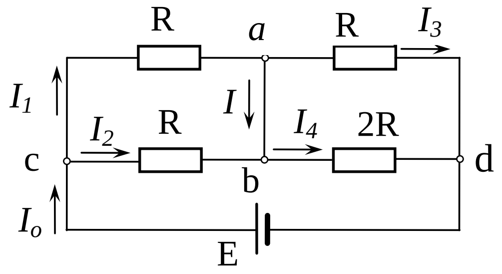
1) $F = \dfrac{2CU^2}{2d}$, откуда $\dfrac{U^2}{2} = \dfrac{Fd}{2C}$

2) Т.к. $Q = \dfrac{C_{БАТ}U^2}{2}$, где $C_{БАТ} = C+2C = 3C$, то $Q = \dfrac{3C\cdot Fd}{2C} = \dfrac{3}{2}Fd$.

Ответ: $Q = \dfrac{3}{2}Fd$.

Задача 8.

Решение: По закону Ома для замкнутого контура $I_o = \dfrac{E}{R_\Sigma}$, где $R_\Sigma = \dfrac{R}{2} + \dfrac{2R}{3} = \dfrac{7}{6}R$ и $I_o = \dfrac{6E}{7R}$ (1).



Воспользуемся уравнением Кирхгофа

для узла c:

$I_o = I_1 + I_2$ (2) для контура $a$bc$a$: $I_1R - I_2R = 0$ (3). Из (2) и (3) получим $I_1 = I_2 = \dfrac{I_o}{2}$ (4)

для узла d:

$I_o = I_3 + I_4$ (5) для контура $a$db$a$: $I_3R - I_4 2R = 0$ (6). Из (5) и (6) получим $I_3 = \dfrac{2}{3}I_o$ $I_4 = \dfrac{1}{3}I_o$ (7)

для узла a:

$I_1 = I + I_3$, где $I = I_1 - I_3$ (8)

Подставляя найденные значения токов (1), (4) и (7), найдём $I = \dfrac{I_o}{2} - \dfrac{2}{3}I_o = -\dfrac{I_o}{6} = -\dfrac{E}{7R}$.

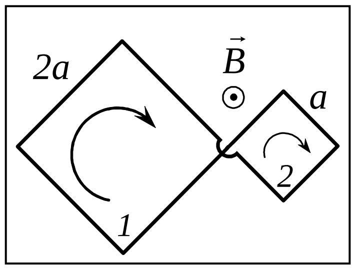
Знак минус означает, что ток течёт от точки b к точке a.

Ответ: $I = \dfrac{E}{7R}$. Ток течёт от точки b к точке a.

Задача 9.

Решение:

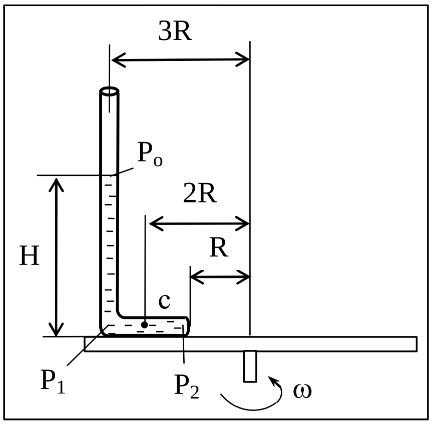
$q = \dfrac{\Delta\Phi_1 - \Delta\Phi_2}{R} = \dfrac{S_1 - S_2}{R}\Delta B$**,** где $\Delta\Phi_1$ *и* $\Delta\Phi_2$ – изменения магнитных потоков через поверхность большого и малого квадратов; $\Delta B = 2B$



$$q = \frac{S_1 - S_2}{R}2B = \frac{(2a)^2 - a^2}{R}\cdot 2B = \frac{6a^2B}{R}\ \textbf{.}\ \boxed{q = \frac{6a^2B}{R}}\textbf{.}$$

Ответ: $q = \dfrac{6a^2B}{R}$

Задача 10.



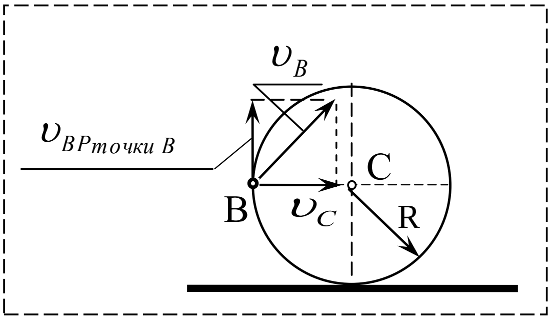
Решение: Давление ртути в месте изгиба трубки $p_1 = p_o + \rho g H$. Для ртути в вертикальном колене проекция ускорения на вертикальное направление равна нулю. Центр масс ртути в горизонтальном колене (точка С) находится на расстоянии 2R от оси вращения и имеет центростремительное ускорение $a = \omega^2 \cdot 2R$. Масса ртути в горизонтальном колене $m = 2RS\rho$, где S – площадь поперечного сечения трубки. Запишем второй закон Ньютона для этой массы ртути: $ma = p_1 S - p_2 S$ или $\rho S 2R \cdot \omega^2 2R = (p_1 - p_2)S$. Подставив в это уравнение выражения для p_1, находим

$$p_2 = p_1 - 4\rho\omega^2 R^2 = p_o + \rho g H - 4\rho\omega^2 R^2.$$

Ответ: $p_2 = p_o + \rho g H - 4\rho\omega^2 R^2$

Решение варианта №2

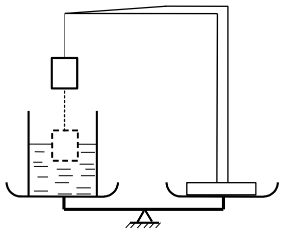
З А Д А Ч А 1. (8 баллов)



Ответ: $\boxed{\upsilon_B = 7\cdot 10^{-2}\,м/с}$.

Скорость центра диска (точки C) через время t после начала движения равна $\upsilon_C = a\cdot t$ и определяет скорость поступательного движения диска в этот момент времени. Каждая точка на поверхности диска участвует одновременно в двух движениях- поступательном со скоростью центра диска υ_C и вращательном относительно центра диска точки C со скоростью $\upsilon_{BP} = \upsilon_C$. Скорость точки B $\upsilon_B = \sqrt{\upsilon_C{}^2 + \upsilon_{BP}{}^2}$. Используя численные условия задачи, получим $\upsilon_B = 7\cdot 10^{-2}\,м/с$.

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

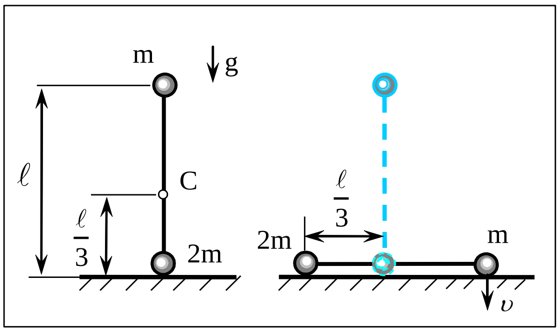


Ответ: $\boxed{m = \rho\cdot V = 1кг}$

На правую чашку весов нужно положить груз, масса которого $\boxed{m = \rho\cdot V = 1кг}$, где ρ- плотность воды, а V – объём груза.

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\upsilon = \sqrt{2g\ell}}$, $\boxed{\Delta r = \frac{\ell}{3}}$.



Центр масс гантельки находится в точке C, расположенной на высоте $\frac{1}{3}\ell$ от поверхности.

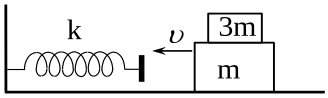
После того, как гантельку отпустили без начальной скорости, она начала падать. Так как трение отсутствует, то центр масс гантельки будет двигаться вниз по вертикали.

Скорость, с которой верхний шарик коснётся горизонтальной поверхности, равна $\upsilon = \sqrt{2g\ell}$.

Величина перемещения нижнего шарика к этому моменту времени равна $\Delta r = \frac{\ell}{3}$.

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\mu \geq \frac{\upsilon}{2g}\sqrt{\frac{k}{m}}}$.



При сжатии пружины максимальное ускорение брусков

$a = \upsilon \cdot \omega$ (1), где $\omega = \sqrt{\frac{k}{3m+m}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$ - циклическая частота колебательной системы.

Максимальная величина силы трения покоя, действующей на верхний брусок, $F_{TP} = \mu 3mg$ и, следовательно, ускорение верхнего бруска $a_1 = \mu \cdot g$ (2). Из (1) и (2) следует, что верхний брусок не будет проскальзывать при условии, что $a \leq a_1$, то есть $\upsilon \cdot \omega \leq \mu \cdot g$. Откуда находим

$$\mu \geq \frac{\upsilon \cdot \omega}{g} \geq \frac{\upsilon}{2g}\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

З А Д А Ч А 5. (10 баллов))

Ответ: $\boxed{T = \frac{(p_1V_1 + p_2V_2)\cdot T_1T_2}{p_1V_1T_2 + p_2V_2T_1} = 333K}$.

Так как баллон теплоизолирован, то внутренняя энергия газа остаётся постоянной..

$c_V(\nu_1 + \nu_2)T = c_V\nu_1T_1 + c_V\nu_2T_2$, где T – температура газа, которая установится в баллоне после открытия клапана. Выразим из этого равенства $T = \frac{\nu_1T_1 + \nu_2T_2}{\nu_1 + \nu_2}$ (1)

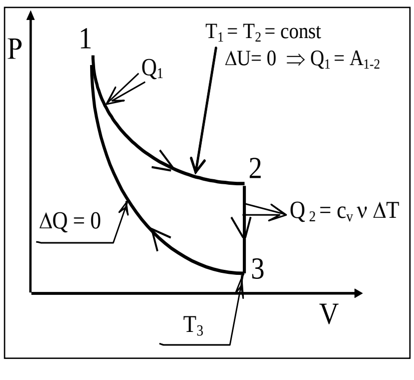
Здесь ν_1 и ν_2 находим, используя уравнение состояния идеального газа $\nu_1 = \frac{p_1V_1}{RT_1}$ и $\nu_2 = \frac{p_2V_2}{RT_2}$. Подставляя эти выражения в (1), получим $T = \frac{(p_1V_1 + p_2V_2)\cdot T_1T_2}{p_1V_1T_2 + p_2V_2T_1}$.

Подставив числовые значения, найдём

$$T = \frac{(4\cdot10^5\cdot10^{-3} + 8\cdot10^5\cdot2\cdot10^{-3})\cdot600\cdot300}{4\cdot10^{5}\cdot10^{-3}\cdot300 + 8\cdot10^5\cdot2\cdot10^{-3}\cdot600} = \frac{(4\cdot10^2 + 16\cdot10^2)\cdot18\cdot10^4}{12\cdot10^4 + 96\cdot10^4} = \frac{360\cdot10^2}{108} = 333K.$$

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{A_{1-2} = \frac{3}{2}\cdot\frac{\nu\cdot R\Delta T}{(1-\eta)} = 9000\,Дж}$



Минимальная температура газа T_3, максимальная T_1 ($T_1 = T_2$).

Теплота подводится на участке 1-2, и её количество Q_1 равно работе газа на изотерме A_{12}.

Тепло в цикле отводится только в изохорном процессе 2-3.

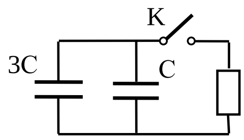
$$\boxed{\left|Q_2\right| = \nu c_v \Delta T = \nu \frac{3}{2} R (T_2 - T_3) = \nu \frac{3}{2} R \Delta T \rangle\ 0}$$

КПД по определению равен

$\boxed{\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}}$ $\boxed{\eta = 1 - \frac{\nu \frac{3}{2} R\Delta T}{A_{1-2}}}$, откуда $\boxed{A_{1-2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\nu R \Delta T}{(1-\eta)}}$, где $\nu = 2$, $\Delta T = 300$, $\eta = 0{,}17$. Тогда $\boxed{A_{1-2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{(1 - 0{,}17)} = 9000\,Дж}$.

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ**:** $\boxed{Q = \frac{4}{3} Fd}$

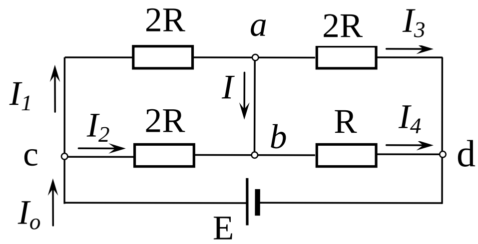


1) $F = \frac{3CU^2}{2d}$, откуда $\frac{U^2}{2} = \frac{Fd}{3C}$

2) Так как $Q = \frac{C_{БАТ} U^2}{2}$, где $C_{БАТ} = 3C + C = 4C$, то $Q = \frac{4C \cdot Fd}{3C} = \frac{4}{3} Fd$

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{I = \frac{E}{10R}}$ Ток течёт от точки *a* к точке *b*.



По закону Ома для замкнутого контура $I_o = \frac{E}{R_\Sigma}$,

где $R_\Sigma = R + \frac{2R}{3} = \frac{5}{3} R$ и $I_o = \frac{3E}{5R}$ (1).

Воспользуемся уравнением Кирхгофа

для узла c:

$I_o = I_1 + I_2$; (2) для контура *a*bc*a*: $I_1 2R - I_2 2R = 0$. (3) Из (2) и (3) получим $I_1 = I_2 = \frac{I_o}{2}$ (4)

для узла d:

$I_o = I_3 + I_4$ (5) для контура $adba$: $I_3 2R - I_4 R = 0$ (6) Из (5) и (6) получим $I_3 = \frac{1}{3} I_o$

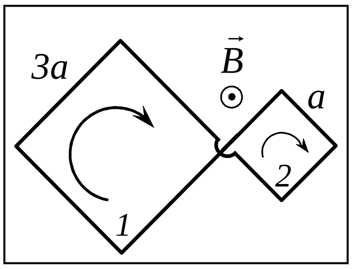
$I_4 = \frac{2}{3} I_o$ (7)

для узла *a*: $I_1 = I + I_3$, где $I = I_1 - I_3$ (8)

Подставляя найденные значения токов (1), (4) и (7), найдём $I = \frac{I_o}{2} - \frac{1}{3} I_o = \frac{I_o}{6} = -\frac{3E}{6 \cdot 5 \cdot R} = \frac{E}{10R}$.

З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{q = \frac{16a^2 B}{R}}$.

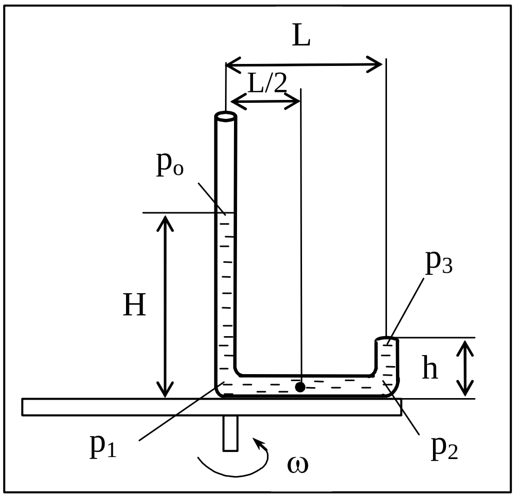


$$q = \frac{\Delta\Phi_1 - \Delta\Phi_2}{R} = \frac{S_1 - S_2}{R} \Delta B,$$ где $\Delta\Phi_1$ *и* $\Delta\Phi_2$ – изменения магнитных потоков через поверхность большого и малого квадратов; $\Delta B = 2B$ **.**

$$q = \frac{S_1 - S_2}{R} \Delta B = \frac{(3a)^2 - a^2}{R} \cdot 2B = \frac{16a^2 B}{R}. \qquad \boxed{q = \frac{16a^2 B}{R}}.$$

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{p_3 = p_o + \rho g (H - h) + \frac{\rho \omega^2 L^2}{2}}$.



Обозначим p_1, - давление воды в месте изгиба трубки на оси вращения, p_2- в месте изгиба трубки, расположенном на расстоянии L от оси вращения, и p_3 - у запаянного конца. Тогда $p_1 = p_o + \rho g H$.

Центр масс воды в горизонтальном колене находится на расстоянии L/2 от оси вращения и имеет ускорение $a = \frac{\omega^2 \cdot L}{2}$. Масса воды в горизонтальном колене $m = \rho L S$, где S –

площадь поперечного сечения трубки. По второму закону Ньютона $ma = p_2 S - p_1 S$ или $\rho SL \cdot \frac{\omega^2 L}{2} = (p_2 - p_1)S$.

Отсюда $p_2 = p_1 + \rho \frac{\omega^2 L^2}{2} = p_o + \rho g H + \rho \frac{\omega^2 L^2}{2}$.

Тогда $p_3 = p_2 - \rho g h = p_o + \rho g H + \rho \frac{\omega^2 L^2}{2} - \rho g h = p_o + \rho g (H - h) + \rho \frac{\omega^2 L^2}{2}$

$$p_3 = p_o + \rho g (H - h) + \frac{\rho \omega^2 L^2}{2}.$$

Решение варианта №5

Задача 1.

$L = \upsilon \cdot \cos\alpha \cdot t$, где $t = 2\frac{\upsilon \cdot \sin\alpha}{g}$. $L = \upsilon \cdot \cos\alpha \cdot 2\frac{\upsilon \cdot \sin\alpha}{g} = \frac{\upsilon^2}{g}\sin 2\alpha$. Откуда находим $\sin 2\alpha = \frac{Lg}{\upsilon^2}$; и $2\alpha_1 = \arcsin\frac{Lg}{\upsilon^2}$; $\alpha_1 = \frac{1}{2}\arcsin\frac{Lg}{\upsilon^2}$. $\alpha_2 = \frac{\pi - 2\alpha_1}{2}$. Подставив числовые значения, получим $\alpha_1 = 15^o$ и $\alpha_2 = 75^o$.

Ответ: $\alpha = 15^o$ и $\alpha = 75^o$.

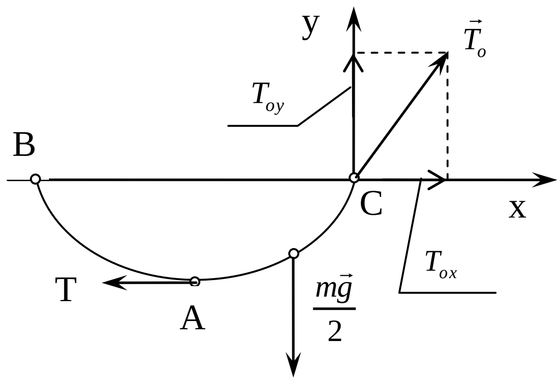
Задача 2.

Решение:

$T_{ox} = T$, $T_{oy} = \frac{mg}{2}$;

$T_o{}^2 = T_{ox}{}^2 + T_{oy}{}^2 = T^2 + \left(\frac{mg}{2}\right)^2$; откуда

$\frac{mg}{2} = \sqrt{T_o{}^2 - T^2}$. $m = \frac{2}{g}\sqrt{T_o{}^2 - T^2}$.

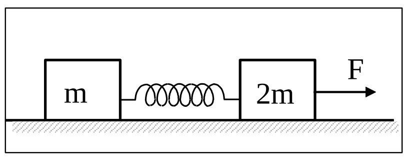


Ответ: $m = \frac{2}{g}\sqrt{T_o{}^2 - T^2}$.

Задача 3.

Решение:

Если брусок массы m остается неподвижным при смещении на x бруска массы 2m, то сила F совершает работу по растяжению пружины и против сил трения (при условии, что в конечный момент скорость бруска массы 2m обращается в нуль):



$$\mathrm{Fx} = \frac{\mathrm{kx}^2}{2} + \mu \cdot 2\mathrm{mgx} \ , \quad (1) \qquad \text{то есть} \quad \mathrm{F} = \frac{\mathrm{kx}}{2} + \mu \cdot 2\mathrm{mg} \quad (2)$$

Уравнение движения второго бруска массы m $\mathrm{m}a = kx - \mu mg$ (3)

Брусок массы m сдвинется при условии $\mathrm{a} > 0$, то есть при условии $\mathrm{kx} > \mu \cdot \mathrm{mg}$ (4). Минимальное значение $F_{min.}$ получим, если положим $\mathrm{kx} = \mu\mathrm{mg}$ (5)

Таким образом, подставив (5) в (2), найдем

$$F_{min} = \frac{\mu m\ g}{2} + \mu 2mg = \frac{5}{2}\mu mg,\ F_{min} = \frac{5}{2}\mu mg$$

Ответ: $F_{min} = \frac{5}{2}\mu mg$

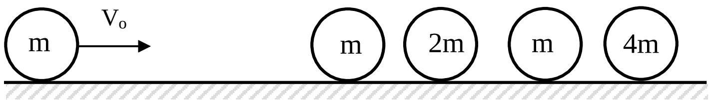
Задача 4.

Решение:

1) Используя закон сохранения импульса $m\upsilon_o = 9m\upsilon$, найдем скорость шариков υ после прекращения соударений $\upsilon = \frac{\upsilon_o}{9}$.

2) Количество выделившейся теплоты равно убыли механической энергии системы

$$Q = -\Delta E = \frac{m\upsilon_o^{\ 2}}{2} - \frac{9m\upsilon^2}{2} = \frac{m\upsilon_o^{\ 2}}{2} - \frac{9m}{2}\left(\frac{\upsilon_o^{\ 2}}{9^2}\right) = \frac{m\upsilon_o}{2}\left(1 - \frac{1}{9}\right) = \frac{4}{9}m\upsilon_o^{\ 2}\ .$$



Ответ: $Q = -\Delta E = \frac{4}{9}m\upsilon_o^{\ 2}$.

Задача 5.

Решение:

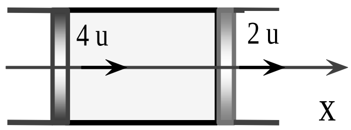
1) $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$.

2) $Q_1 = \Delta U + A = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_1 + \nu R\Delta T_1 = \frac{5}{2}\nu R\Delta T_1 = \frac{5}{2}A_1$.

3) $Q_2 = \frac{5}{2}\nu R\Delta T_2 = \frac{5}{2}A_2 = \frac{5}{2}\cdot\frac{3}{4}A_1$;   4) $\eta = \frac{\frac{5}{2}A_1 - \frac{5}{2}\cdot\frac{3}{4}A_1}{\frac{5}{2}A_1} = 0{,}25$.

Ответ: $\eta = 0{,}25$.

Задача 6.



Решение: В системе отсчета, связанной с центром масс поршней, они движутся навстречу друг другу с равными скоростями (так как по условию их массы одинаковые). При этом кинетическая энергия поршней, переходит во внутреннюю энергию газа.

$E_{кин} + U_o = U$,

где U_o –начальная внутренняя энергия газа $U_o = \nu c_v T_o$, , где $\nu = 2$.

U- внутренняя энергия газа при максимальном его сжатии $U = \nu c_v T$.

Скорость центра масс поршней $\upsilon_C = \dfrac{M \cdot 4u + M \cdot 2u}{2M} = 3u$

Скорость левого поршня в системе центра масс $\upsilon = 4u - \upsilon_C = 4u - 3u = u$.

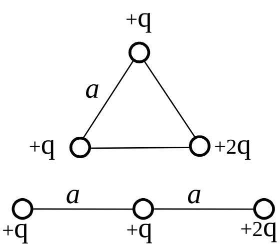
Скорость правого поршня в системе центра масс $\upsilon = 2u - \upsilon_C = 2u - 3u = -u$.

Используя закон сохранения энергии, запишем

$2\dfrac{Mu^2}{2} + 2\dfrac{3}{2}RT_o = 2\dfrac{3}{2}RT$, откуда $T = T_o + \dfrac{Mu^2}{3R}$.

Ответ: $T = T_o + \dfrac{Mu^2}{3R}$.

Задача 7.



Решение: Работа сил электрического поля, необходимая для перестройки системы, равна убыли потенциальной энергии взаимодействующих зарядов при изменении конфигурации расположения зарядов $A = W_1 - W_2$.

Начальная энергия системы

$$W_1 = k\frac{q \cdot q}{a} + k\frac{q \cdot 2q}{a} + k\frac{2q \cdot q}{a} = 5k\frac{q^2}{a}.$$

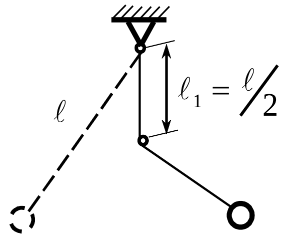
Конечная энергия системы $W_2 = k\dfrac{q \cdot q}{a} + k\dfrac{q \cdot 2q}{2a} + k\dfrac{q \cdot 2q}{a} = 4k\dfrac{q^2}{a}$.

$$A = W_1 - W_2 = 5k\frac{q^2}{a} - 4k\frac{q^2}{a} = k\frac{q^2}{a} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o a}.$$

Ответ: $A = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_o a}$.

Задача 8.

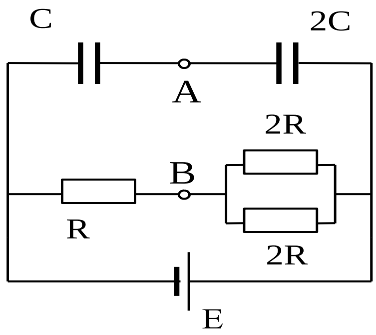
Решение:



$$T = \pi\left(\sqrt{\frac{\ell}{g}} + \sqrt{\frac{\ell}{2g}}\right) = \pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\cdot\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Ответ: $\boxed{T = \pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$.

Задача 9.



Решение: $\boxed{\varphi_B = IR = \frac{\mathrm{E}}{R+R}R = \frac{E}{2}}$

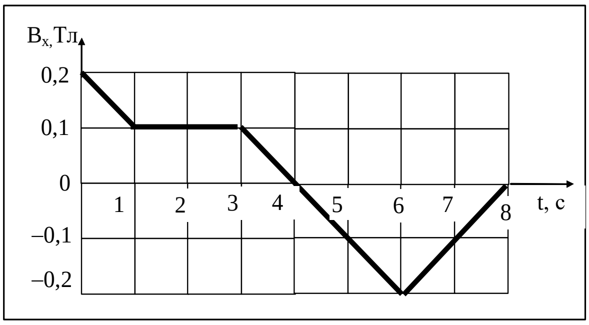
$\varphi_A = \dfrac{q}{C} = \dfrac{C_{БАТ}E}{C}$, где $C_{БАТ} = \dfrac{C\cdot 2C}{C+2C} = \dfrac{2}{3}C$

Подставив выражение для $C_{БАТ}$, получим $\boxed{\varphi_A = \frac{2CE}{3C} = \frac{2}{3}E}$. И тогда $\mathrm{U} = \varphi_{\mathrm{B}} - \varphi_A = \dfrac{2}{3}E - \dfrac{1}{2}E = \dfrac{E}{6}$.

Ответ: $\boxed{\mathrm{U} = \varphi_{\mathrm{B}} - \varphi_A = \frac{E}{6}}$.

Задача 10.

Решение:



1) Из рисунка видно, что ЭДС индукции, действующая в контуре, а, следовательно, и ток, текущий в нём, остаются постоянными по модулю в течение времени 6 с, (в момент времени t = 6с ЭДС и ток изменяют направление).

2) Найдем теплоту Q, выделяющуюся в контуре

$$Q = I^2R\Delta t = \left(\frac{E}{R}\right)^2\cdot R\Delta t = \frac{1}{R}\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)^2\Delta t = \frac{S^2}{R}\cdot\left(\frac{dB}{dt}\right)^2\cdot\Delta t = \frac{\left(10^{-2}\right)^2}{10^{-2}}\cdot\left(10^{-1}\right)^2\cdot 6 = 6\cdot 10^{-4}\,Дж.$$

Ответ: $Q = \dfrac{S^2}{R}\cdot\left(\dfrac{dB}{dt}\right)^2\cdot\Delta t = 6\cdot 10^{-4}\,Дж$.

Решение варианта №8.

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

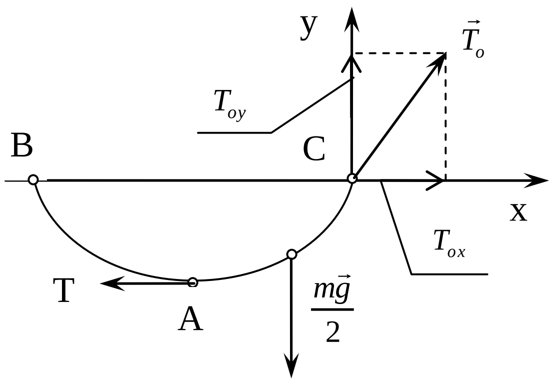
Ответ: $\boxed{\alpha = 15^o \text{ и } \alpha = 75^o}$.

$L = \upsilon \cdot \cos\alpha \cdot t$, где $t = 2\dfrac{\upsilon \cdot \sin\alpha}{g}$. $L = \upsilon \cdot \cos\alpha \cdot 2\dfrac{\upsilon \cdot \sin\alpha}{g} = \dfrac{\upsilon^2}{g}\sin 2\alpha$. Откуда находим $\sin 2\alpha = \dfrac{Lg}{\upsilon^2}$; и $2\alpha_1 = \arcsin\dfrac{Lg}{\upsilon^2}$; $\alpha_1 = \dfrac{1}{2}\arcsin\dfrac{Lg}{\upsilon^2}$. $\alpha_2 = \dfrac{\pi - 2\alpha_1}{2}$ ..

Подставив числовые значения, получим $\alpha_1 = 15^o$ и $\alpha_2 = 75^o$.

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{\dfrac{T_o}{T} = \sqrt{1 + \left(\dfrac{mg}{2T}\right)^2}}$.



$T_{ox} = T$; $T_{oy} = \dfrac{mg}{2}$;

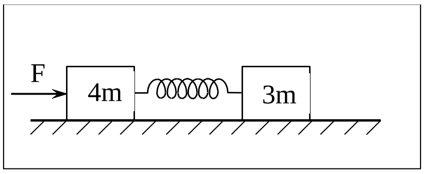
$T_o^{\ 2} = T_{ox}^{\ 2} + T_{oy}^{\ 2} = T^2 + \left(\dfrac{mg}{2}\right)^2$;

$T_o = \sqrt{T^2 + \left(\dfrac{mg}{2}\right)^2}$.

Отношение $\dfrac{T_o}{T} = \dfrac{\sqrt{T^2 + \left(\dfrac{mg}{2}\right)^2}}{T} = \dfrac{\sqrt{T^2 + \left(\dfrac{mg}{2}\right)^2}}{\sqrt{T^2}} = \sqrt{1 + \left(\dfrac{mg}{2T}\right)^2}$.

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{F_{\min} = 5{,}5\mu mg}$.



Если брусок массы 3m остается неподвижным при смещении на x бруска массы 4m, то сила F совершает работу по сжатию пружины и против сил трения (при условии, что в конечный момент скорость бруска массы 4m обращается в нуль): $Fx = \dfrac{kx^2}{2} + \mu \cdot 4mgx$, (1) т.е.

$F = \dfrac{kx}{2} + \mu \cdot 4mg$ (2)

Уравнение движения второго бруска массы 3 m $3ma = kx - \mu 3mg$ (3)

Брусок массы m сдвинется при условии $a > 0$,

т.е. при условии $kx > 3\mu \cdot mg$ (4)

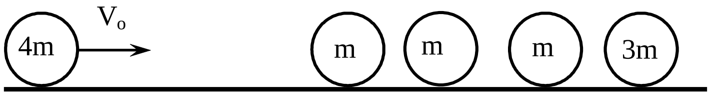
Минимальное значение $F_{min.}$ получим, если положим $kx = 3\mu mg$ (5)

Таким образом, подставив (5) в (2) , найдем

$$F_{min} = \frac{3\mu m\ g}{2} + \mu 4mg = 5{,}5\mu \text{mg}\ , \qquad F_{min} = 5{,}5\mu \text{mg}\ .$$

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{Q = -\Delta E = \frac{6}{5} m\upsilon_o{}^2 = 1{,}2 m\upsilon_o{}^2}$



1) Используя закон сохранения импульса $4\text{m}\upsilon_\text{o} = 10m\upsilon$, найдем скорость шариков υ после прекращения соударений $\upsilon = \frac{4\upsilon_\text{o}}{10} = \frac{2\upsilon_\text{o}}{5}$.

2) Количество выделившейся теплоты равно убыли механической энергии системы

$$Q = -\Delta E = \frac{4\text{m}\upsilon_\text{o}{}^2}{2} - \frac{10\text{m}\upsilon^2}{2} = \frac{4\text{m}\upsilon_\text{o}{}^2}{2} - \frac{10m}{2}\left(\frac{4\upsilon_o{}^2}{25}\right) = \frac{4\text{m}\upsilon_\text{o}{}^2}{2} - \frac{4\text{m}\upsilon_\text{o}{}^2}{5} = \frac{6}{5} m\upsilon_o{}^2 = 1{,}2 m\upsilon_o{}^2\ .$$

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{Q_2 \approx 2A_1}$.

1) $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$, где

2) $Q_1 = \Delta U + A = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_1 + \nu R\Delta T_1 = \frac{5}{2}\nu R\Delta T_1 = \frac{5}{2} A_1$;

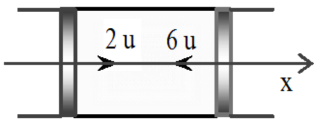
3) $Q_2 = \frac{5}{2}\nu R\Delta T_2 = \frac{5}{2} A_2$; 4) $\eta = \dfrac{\frac{5}{2}A_1 - \frac{5}{2}A_2}{\frac{5}{2}A_1} = \dfrac{A_1 - A_2}{A_1}$;

$A_2 = A_1(1-\eta) = A_1(1-0{,}2) = 0{,}8A_1$,

5) $Q_2 = \frac{5}{2}A_2 = \frac{5}{2}\cdot\frac{4}{5}A_1 = 2A_1$; $Q_2 \approx 2A_1$.

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{T = T_o + \frac{32}{3}\frac{Mu^2}{R}}$.



В системе отсчёта, связанной с центром масс поршней, они движутся навстречу друг другу с равными скоростями (так как по условию их массы одинаковые). При этом кинетическая энергия поршней, переходит во внутреннюю энергию газа.

$$E_{кин} + U_o = U,$$

где U_0 –начальная внутренняя энергия газа $U_o = \nu c_v T_o$, , где $\nu = 1$.

U- внутренняя энергия газа при максимальном его сжатии $U = \nu c_v T$.

Скорость центра масс поршней $\boxed{\upsilon_C = \frac{M \cdot 2u - M \cdot 6u}{2M} = -2u}$

Скорость левого поршня в системе центра масс $\boxed{\upsilon = 2u - \upsilon_C = 2u + 2u = 4u}$.

Скорость правого поршня в системе центра масс $\boxed{\upsilon = 6u - \upsilon_C = -6u + 2u = -4u}$.

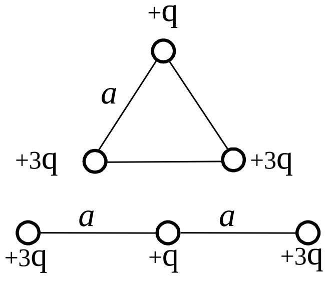
Используя закон сохранения энергии, запишем

Используя закон сохранения энергии, запишем (при $\nu = 1$) :

$\boxed{2\frac{M}{2}(4u)^2 + \frac{3}{2}RT_o = \frac{3}{2}RT}$, откуда $\boxed{T = T_o + \frac{32}{3}\frac{Mu^2}{R}}$.

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{A = \frac{9q^2}{8\pi\varepsilon_o a}}$.



Работа сил электрического поля, необходимая для перестройки системы, равна убыли потенциальной энергии взаимодействующих зарядов при изменении конфигурации расположения зарядов $A = W_1 - W_2$.

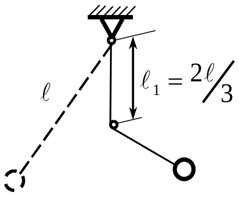
Начальная энергия системы $W_1 = k\frac{3q \cdot q}{a} + k\frac{q \cdot 3q}{a} + k\frac{3q \cdot 3q}{a} = 15k\frac{q^2}{a}$.

Конечная энергия системы $W_2 = k\frac{3q \cdot q}{a} + k\frac{3q \cdot 3q}{2a} + k\frac{q \cdot 3q}{a} = 10{,}5k\frac{q^2}{a}$.

$$A = W_1 - W_2 = 15k\frac{q^2}{a} - 10{,}5k\frac{q^2}{a} = 4{,}5k\frac{q^2}{a} = \frac{4{,}5q^2}{4\pi\varepsilon_o a} = \frac{9q^2}{8\pi\varepsilon_o a}. \qquad A = \frac{9q^2}{8\pi\varepsilon_o a}$$

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

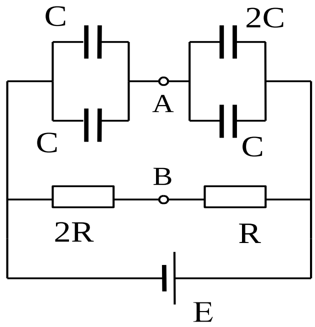
Ответ: $\boxed{T = \left(\frac{3+\sqrt{6}}{3}\right)\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}$.



$$T = \pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\cdot\left(1+\sqrt{\frac{2}{3}}\right) = \left(\frac{3+\sqrt{6}}{3}\right)\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{\mathrm{U} = \varphi_{\mathrm{A}} - \varphi_B = -\frac{E}{15}}$.



$$\varphi_A = \frac{q}{2C} = \frac{C_{БАТ}E}{2C}, \quad \text{где} \quad C_{БАТ} = \frac{2C\cdot 3C}{2C+3C} = \frac{6}{5}C .$$

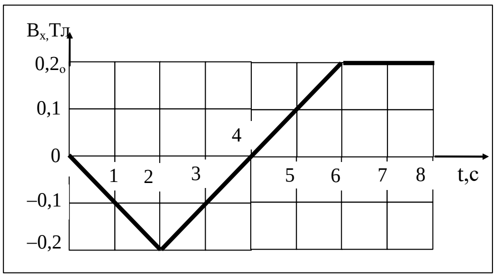
Подставив выражение для $C_{БАТ}$, получим $\boxed{\varphi_A = \frac{6\cdot CE}{5\cdot 2C} = \frac{3}{5}E}$.

$\boxed{\varphi_B = \frac{2}{3}E}$.

И тогда $\mathrm{U} = \varphi_{\mathrm{A}} - \varphi_B = \frac{3}{5}E - \frac{2}{3}E = -\frac{E}{15}$.

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{Q = \frac{S^2}{R}\cdot\left(\frac{dB}{dt}\right)^2\cdot\Delta t = 6\cdot 10^{-4}\,Дж}$.



1) Из рисунка видно, что ЭДС индукции, действующая в контуре, а, следовательно, и ток, текущий в нем, остаются постоянными по модулю в течение времени от 0 до 6 с (в момент времени t = 4c ЭДС и ток изменяют направление).

2) Найдем теплоту Q, выделяющуюся в контуре

$$\boxed{Q = I^2R\Delta t = \left(\frac{E}{R}\right)^2\cdot R\Delta t = \frac{1}{R}\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)^2\Delta t = \frac{S^2}{R}\cdot\left(\frac{dB}{dt}\right)^2\cdot\Delta t = \frac{\left(10^{-2}\right)^2}{10^{-2}}\cdot\left(10^{-1}\right)^2\cdot 6 = 6\cdot 10^{-4}\,Дж}$$

$$Q = \frac{S^2}{R}\cdot\left(\frac{dB}{dt}\right)^2\cdot\Delta t = 6\cdot 10^{-4}\,Дж.$$