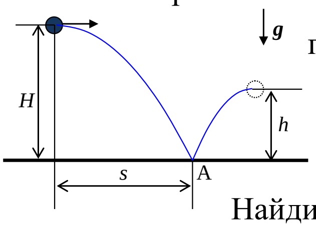
Решение заданий для 10 класса. Вариант 1. Вариант 2.

Задача 1. (Вариант 1)

Мяч бросают горизонтально с высоты H = 121 см. В точке А, находящейся по



горизонтали на расстоянии s = 110 см, он ударяется о пол и затем подпрыгивает на максимальную высоту h = 81 см (см. рисунок). При ударе горизонтальная проекция скорости мяча уменьшается на 40%. Найдите коэффициент трения между полом и мячом. Удар считать почти мгновенным, мяч в процессе движения и при ударе не вращается. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение: Т.к. при мгновенном ударе сила нормальной реакции N много больше силы тяжести, то закон изменения импульса в проекциях на вертикальную ось y и горизонтальную ось x имеет вид:

$$\begin{cases} mv_{2y} - mv_{1y} = N\Delta t, \\ mv_{2x} - mv_{1x} = -F_{mp}\Delta t = -\mu N \Delta t, \end{cases} \Rightarrow \mu = \frac{v_{1x} - v_{2x}}{v_{2y} - v_{1y}}.$$

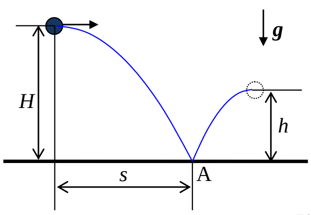
По условию $v_{1x} - v_{2x} = \eta v_{1x}$, где $v_{1x} = \dfrac{s}{t_1}$, $t_1 = \sqrt{\dfrac{2H}{g}}$.

$$v_{1y} = -gt_1 = -\sqrt{2gH}, \; v_{2y} = \sqrt{2gh}. \Rightarrow$$

$$\mu = \frac{\eta s}{2\sqrt{H}\left(\sqrt{H} + \sqrt{h}\right)} = 0{,}1.$$

Ответ. 0,1.

Задача 1. (Вариант 2)



Мяч бросают горизонтально с высоты H = 121 см. В точке А, находящейся по горизонтали на расстоянии s = 110 см, он ударяется о шероховатую поверхность и отскакивает от нее. При ударе горизонтальная проекция скорости мяча уменьшается на 64%. На какую максимальную высоту h подпрыгнет мяч после удара, если коэффициент трения между мячом и поверхностью μ = 0,2. Удар считать почти мгновенным, мяч в процессе движения и при ударе не вращается. Сопротивлением воздуха пренебречь.

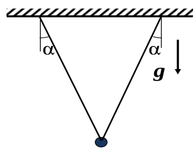
$$h = \left(\frac{\eta s}{2\mu\sqrt{H}} - \sqrt{H}\right)^2 = 0{,}25 \text{ м}.$$

Ответ: 0,25 м.

Критерии оценивания задачи 1.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (MAX = 20 баллов)**
1	Записаны кинематические формулы движения мяча до удара	от 1 до 3 баллов
2	Записаны кинематические формулы движения мяча после удара	от 1 до 2 баллов
3	Записаны уравнения закона изменения импульса в проекции на ось x	от 1 до 2 баллов
4	Записаны уравнения закона изменения импульса в проекции на ось y	от 1 до 3 баллов
5	Записана формула для силы трения	1 балл
6	Записана формула для изменения горизонтальной проекции скорости мяча (по условию)	от 1 до 2 баллов
7	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получен ответ в аналитическом виде	от 1 до 5 баллов
8	Проведен численный расчет и получен числовой ответ с правильными единицами	от 1 до 2 баллов

Задача 2. (Вариант 1)



При испытании парашютной системы груз подвесили на двух стропах так, что стропы составили с вертикалью одинаковые углы α (см. рисунок). При этом натяжение каждой стропы равно T_1 = 2000 Н. Затем одну из строп перерезали. В этот момент сила натяжения другой стропы возросла до величины T_2 = 3000 Н. Определите первоначальный угол α. Размерами груза пренебречь. Стропы считайте невесомыми и нерастяжимыми.

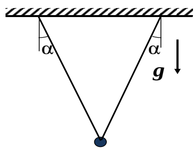
Решение:

Условие равновесия груза, подвешенного на двух стропах: $mg = 2T_1 \cos\alpha$. В момент, когда одну из строп перерезают, ускорение груза в проекции на направление второй оси (нормальное ускорение) равно нулю. Тогда в проекции на это направление: $T_2 = mg\cos\alpha$.

Решая эту систему, получим: $\alpha = \arccos\left(\sqrt{\dfrac{T_2}{T_1}}\right) = 30^\circ$.

Ответ: 30°.

Задача 2. (Вариант 2)



При испытании парашютной системы груз подвесили на двух стропах так, что стропы составили с вертикалью одинаковые углы α (см. рисунок). При этом натяжение каждой стропы равно T_1 = 1000 Н. Затем одну из строп перерезали. В этот момент сила натяжения другой стропы возросла до величины T_2 = 1280 Н. Пренебрегая размерами груза, определите его массу *m*. Стропы считайте невесомыми и нерастяжимыми.

Решение:

Условие равновесия груза, подвешенного на двух стропах: $mg = 2T_1\cos\alpha$. В момент, когда одну из строп перерезают, ускорение груза в проекции на направление второй оси (нормальное ускорение) равно нулю. Тогда в проекции на это направление: $T_2 = mg\cos\alpha$.

Решая эту систему, получим $m = \dfrac{\sqrt{2T_1T_2}}{g} = 160$ кг.

Ответ: 160 кг.

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (MAX = 20 баллов)**
1	Записано условие равновесия груза на двух стропах	от 1 до 4 баллов
2	Установлено, что нормальное ускорение груза сразу после перерезания стропы равно нулю	5 баллов
3	Записаны уравнения второго закона Ньютона для груза сразу после перерезания стропы	от 1 до 4 баллов
4	Сделаны необходимые алгебраические	от 1 до 5 баллов

	преобразования и получен ответ в аналитическом виде	
5	Проведен численный расчет и получен числовой ответ с правильными единицами	от 1 до 2 баллов

Задача 3. (Вариант 1)

Двойными звездами, или двойными системами, называют систему двух звезд, которые движутся под действием гравитационных сил по замкнутым орбитам вокруг общего центра масс. Двойные звезды – весьма распространенные объекты. Как утверждают астрономы, почти половина звезд нашей Галактики принадлежит к подобным системам. Предположим, звезды, входящие в двойную систему, движутся по круговым орбитам. Какие из трех перечисленных величин: масса первой звезды, масса второй звезды, масса двойной системы – можно определить, если известны расстояние L между звездами и период T их обращения? Найдите эти величины

Решение: Пусть m_1, m_2 – массы звёзд, $M = m_1 + m_2$ – масса системы, L – расстояние между звездами, x_1, x_2 – радиусы вращения звезд, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – угловая скорость вращения звёзд. Тогда

$$\begin{cases} G\frac{m_1 m_2}{L^2} = m_1\omega^2 x_1, \\ G\frac{m_1 m_2}{L^2} = m_2\omega^2 x_2, \\ x_1 + x_2 = L. \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = \frac{m_2 L}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{M}L, \\ x_2 = \frac{m_1 L}{m_1 + m_2} = \frac{m_1}{M}L. \end{array} \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{GM}{L^3}, \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L^3}{GM}}.$$

Можно найти только массу системы. $M = \frac{4\pi^2 L^3}{GT^2}$.

Ответ: $M = \frac{4\pi^2 L^3}{GT^2}$.

Задача 3. (Вариант 2)

Двойными звездами, или двойными системами, называют систему двух звезд, которые движутся под действием гравитационных сил по замкнутым орбитам вокруг общего центра масс. Двойные звезды – весьма распространенные объекты. Как утверждают астрономы, почти половина звезд нашей Галактики принадлежит к подобным системам. На фото показана одна из таких систем. Предположим, звезды, входящие в двойную систему, движутся по круговым орбитам. Какие из трех перечисленных величин: масса первой звезды, масса второй звезды, расстояние между звездами – можно определить, если известны период T обращения звезд и масса M звездной системы? Найдите эти величины.

Решение: Пусть m_1, m_2 – массы звёзд, $M = m_1 + m_2$ – масса системы, L – расстояние между звездами, x_1, x_2 – радиусы вращения звезд, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – угловая скорость вращения звёзд. Тогда

$$\begin{cases} G\frac{m_1 m_2}{L^2} = m_1\omega^2 x_1, \\ G\frac{m_1 m_2}{L^2} = m_2\omega^2 x_2, \\ x_1 + x_2 = L. \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = \frac{m_2 L}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{M}L, \\ x_2 = \frac{m_1 L}{m_1 + m_2} = \frac{m_1}{M}L. \end{matrix} \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{GM}{L^3}, \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L^3}{GM}}.$$

Можно найти только расстояние между звездами. $L = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$.

Ответ: $L = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$.

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (MAX = 20 баллов)**
1	Получено уравнение для нахождения центра масс системы	от 1 до 5 баллов
2	Записаны уравнения движения каждой звезды	от 1 до 5 баллов
3	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получен ответ в аналитическом виде	от 1 до 7 баллов
4	Указано, какие величины можно рассчитать	от 1 до 3 баллов

Задача 4. (Вариант 1)

В замкнутом сосуде находится смесь двухатомных газов А и В. Сосуд нагревают, и при температуре T давление смеси равно p. При температуре $2T$ давление в сосуде $\frac{9}{4}p$, при этом половина молекул газа A диссоциировала на атомы, а молекулы газа B сохранили свою химическую структуру. Однако уже при температуре $4T$ распались на атомы все молекулы газа А и половина молекул газа В. Чему равно давление в сосуде при этой температуре? Молекулы газов имеют простые химические формулы: A_2 и B_2.

Решение:

Пусть в сосуде объемом V ν_1 моль газа А и ν_2 моль газа В.

Тогда при температуре T $p=\frac{RT}{V}(\nu_1+\nu_2)$.

При температуре $2T$ $p_2=\frac{3}{2}\nu_1\frac{R\cdot 2T}{V}+\nu_2\frac{R\cdot 2T}{V}=\frac{RT}{V}(3\nu_1+2\nu_2)$,

При температуре $4T$ $p_3=2\nu_1\frac{R\cdot 4T}{V}+\frac{3}{2}\nu_2\frac{R\cdot 4T}{V}=\frac{RT}{V}(8\nu_1+6\nu_2)$,

Далее подставляем значение давления p_2, решаем полученную систему и находим связь ν_1 и ν_2.

$$\begin{cases} p=\frac{RT}{V}(\nu_1+\nu_2), \\ \frac{9}{4}p=\frac{RT}{V}(3\nu_1+2\nu_2) \end{cases} \Rightarrow \nu_2=3\nu_1 \Rightarrow p=\frac{RT}{V}(\nu_1+\nu_2)=4\nu_1\frac{RT}{V}$$

$$p_3=\frac{RT}{V}(8\nu_1+6\cdot 3\nu_1)=26\nu_1\frac{RT}{V}=\frac{13}{2}p$$

Ответ: $p_3=\frac{13}{2}p$

Задача 4. (Вариант 1).

В замкнутом сосуде находится смесь двухатомных газов А и В. Сосуд нагревают, и при температуре T давление смеси равно p. При температуре $2T$ давление в сосуде $\frac{8}{3}p$, при этом половина молекул газа A диссоциировала на атомы, а молекулы газа B сохранили свою химическую структуру. Однако уже при температуре $4T$ распались на атомы все молекулы газа А и половина молекул газа В. Чему равно давление в сосуде при этой температуре? Молекулы газов имеют простые химические формулы: A_2 и B_2.

Решение:

Пусть в сосуде объемом V ν_1 моль газа А и ν_2 моль газа В.

Тогда при температуре T $p=\frac{RT}{V}\left(\nu_1+\nu_2\right)$.

При температуре $2T$ $p_2=\frac{3}{2}\nu_1\frac{R\cdot 2T}{V}+\nu_2\frac{R\cdot 2T}{V}=\frac{RT}{V}\left(3\nu_1+2\nu_2\right)$,

При температуре $4T$ $p_3=2\nu_1\frac{R\cdot 4T}{V}+\frac{3}{2}\nu_2\frac{R\cdot 4T}{V}=\frac{RT}{V}\left(8\nu_1+6\nu_2\right)$,

Далее подставляем значение давления p_2, решаем полученную систему и находим связь ν_1 и ν_2.

$$\begin{cases} p=\frac{RT}{V}\left(\nu_1+\nu_2\right), \\ \frac{8}{3}p=\frac{RT}{V}\left(3\nu_1+2\nu_2\right) \end{cases} \Rightarrow \nu_2=\frac{\nu_1}{2} . \Rightarrow p=\frac{RT}{V}\left(\nu_1+\nu_2\right)=\frac{3}{2}\cdot\frac{\nu_1 RT}{V}$$

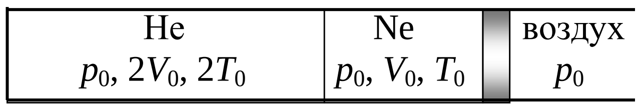
$$p_3=\frac{RT}{V}\left(8\nu_1+6\cdot\frac{\nu_1}{2}\right)=11\frac{\nu_1 RT}{V}=\frac{22}{3}p$$

Ответ: $p_3=\frac{22}{3}p$

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.** **(MAX = 20 баллов)**
1	Записаны формулы для парциальных давлений газов А и В	от 1 до 2 баллов
2	Получена формула для давления смеси при температуре T	от 1 до 3 баллов
3	Получена формула для давления смеси при температуре $2T$	от 1 до 5 баллов
4	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получено отношение количеств (масс, или числа молекул) газов А и В	от 1 до 5 баллов
5	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получена формула для давления смеси при температуре $4T$	от 1 до 5 баллов

Задача 5. (Вариант 1, Вариант 2). Длинный горизонтальный теплоизолированный цилиндр состоит из двух отсеков, объемами $2V_0$ и V_0, разделенных закрепленной теплопроводящей перегородкой (см. рисунок). Левый отсек заполняют гелием при атмосферном давлении p_0 и начальной температуре $2T_0$, а правый – неоном при таком же давлении p_0 и начальной температуре T_0. Правый отсек перекрыт справа подвижным теплоизолирующим поршнем, отделяющим содержимое цилиндра от атмосферного воздуха при давлении p_0. Какой станет температура газов в цилиндре после установления теплового равновесия? Передачей тепла от гелия и неона цилиндру, поршню и перегородке пренебречь.



Решение:

Из уравнений состояния газов в цилиндре получим

$$\begin{cases} p_0 \cdot 2V_0 = \nu_1 R \cdot 2T_0, \\ p_0 V_0 = \nu_2 R T_0 \end{cases} \Rightarrow \nu_2 = \nu_1 = \nu .$$

$$U_{нач} = \frac{3}{2}\left(\nu R \cdot 2T_0 + \nu R T_0\right) = \frac{3}{2} \cdot 3\nu R T_0,\ U_{кон} = \frac{3}{2}\left(\nu R T + \nu R T\right) = \frac{3}{2} \cdot 2\nu R T ,$$

$$A = p_0(V - V_0) = \nu R(T - T_0) .$$

Т.к. сосуд теплоизолирован, то $Q = U_{кон} - U_{нач} + A = 0$, $\Rightarrow T = \frac{11}{8} T_0$.

Ответ. $T = \frac{11}{8} T_0$.

Критерии оценивания задачи 5.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (MAX = 20 баллов)**
1	Записаны уравнения состояния гелия и неона	от 1 до 2 баллов (по одному баллу за каждое уравнение)
2	Установлено, что к-во He равно к-ву Ne	от 1 до 2 баллов
3	Записаны выражения для внутренней энергии каждого газа в начальном и конечном состоянии	от 1 до 4 баллов (по 1 баллу за каждую верную формулу)
4	Получена формула для работы газа в правом отсеке	от 1 до 4 баллов
5	Используется первое начало термодинамики для изолированной системы	от 1 до 4 баллов
6	Проделаны необходимые алгебраические преобразования и получен ответ	от 1 до 4 баллов