ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП АКАДЕМИЧЕСКОГО СОРЕВНОВАНИЯ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ» ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ «ФИЗИКА»

РЕШЕНИЕ ТИПОВОГО ВАРИАНТА

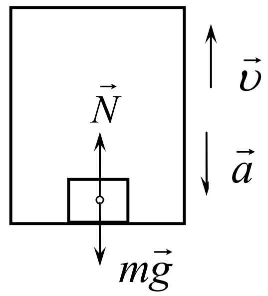
З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{\upsilon_o = \dfrac{g(t_1+t_2)}{2\sin\alpha} = 39{,}2 \ \ м/с}$

$h = \upsilon_o \sin\alpha t_1 - \dfrac{g t_1^{\,2}}{2}$; $h = \upsilon_o \sin\alpha t_2 - \dfrac{g t_2^{\,2}}{2}$, отсюда $\upsilon_o \sin\alpha (t_2 - t_{1)}) = \dfrac{g(t_2^{\,2} - t_1^{\,2})}{2}$;

$\upsilon_o = \dfrac{g(t_1+t_2)}{2\sin\alpha} = 39{,}2 \ \ м/с$

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

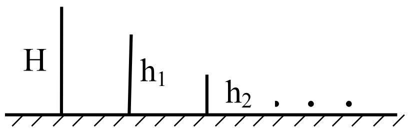


Ответ: $\boxed{N = m(g-a) = 900H}$.

$mg - N = ma$; $N = m(g-a)$; $N = 900H$.

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{S = H\dfrac{n^2+1}{n^2-1} = 1{,}67H}$.



$\upsilon_1 = \dfrac{\upsilon_o}{n}$, $\upsilon_2 = \dfrac{\upsilon_1}{n} = \dfrac{\upsilon_o}{n^2}$, где $n = 2$. $h = \dfrac{\upsilon_1^{\,2}}{2g} = \dfrac{H^2}{n^2}$.

$h_2 = \dfrac{\upsilon_2^{\,2}}{2g} = \dfrac{H^2}{n^4}$;

$$S = H + 2(h_1 + h_2 + ...) = H + \frac{2H}{n^2}\left(1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} + .. + \right).$$

$$\sum = \frac{1}{1 - \dfrac{1}{n^2}} = \frac{n^2}{n^2-1}; \quad S = H + \frac{2H}{n^2-1}; \quad S = H\frac{n^2+1}{n^2-1}; \quad S = \frac{5}{3}H = 1{,}67H.$$

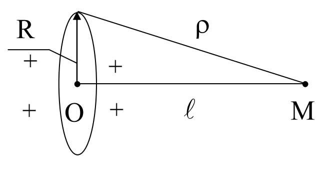
З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\dfrac{T_2}{T_1} = \sqrt{\dfrac{p_2}{p_1}} = \sqrt{2} = 1{,}4}$.

$p_1 V_1^{\,2} = p_2 V_2^{\,2}$, отсюда $\dfrac{(p_1V_1)^2}{p_1} = \dfrac{(p_2V_2)^2}{p_2}$. Т.к. $pV = \nu RT$, то $\dfrac{p_2}{p_1} = \left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^2$;

$\dfrac{T_2}{T_1} = \sqrt{\dfrac{p_2}{p_1}} = \sqrt{2} = 1{,}4$.

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{\ell = R\sqrt{n^2-1} = 5{,}6\cdot 10^{-2}\ м}$.

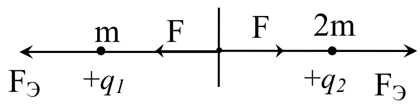
$\varphi_{(M)} = \sum \dfrac{\Delta q_i}{4\pi\varepsilon_o \rho} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_o\sqrt{R^2+\ell^2}}$; $n == \dfrac{\varphi_{(O)}}{\varphi_{(M)}} = \dfrac{\sqrt{R^2+\ell^2}}{R}$;

откуда $\ell = R\sqrt{n^2-1}$.

Для $n = 1{,}5$ $\ell = 1{,}12R = 5{,}6\cdot 10^{-2}\ м$.

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\upsilon_1 = 2\sqrt{\dfrac{F\cdot L}{3m}}}$.



$F = F_Э = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_o L^2}$; $W_n = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_o L}$. Отсюда $W_n = F\cdot L$.

Для максимальных значений скоростей запишем:

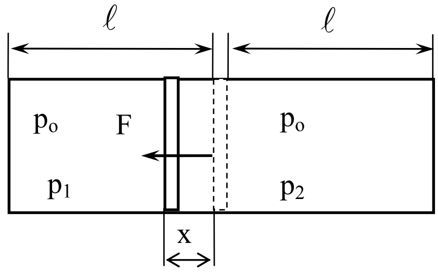
закон сохранения энергии: $\dfrac{m\upsilon_1^{\ 2}}{2} + \dfrac{2m\upsilon_2^{\ 2}}{2} = F\cdot L$;

закон сохранения импульса : $m\upsilon_1 = 2m\upsilon_2$; откуда $\upsilon_2 = \dfrac{\upsilon_1}{2}$. Тогда $\dfrac{m\upsilon_1^{\ 2}}{2} + m\left(\dfrac{\upsilon_1}{2}\right)^2 = F\cdot L$,

откуда $\upsilon_1 = \sqrt{\dfrac{4F\cdot L}{3m}} = 2\sqrt{\dfrac{F\cdot L}{3m}}$.

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{m = \dfrac{p_o S T^2}{\pi^2 L}}$.



Так как $T = const$, то $p_1(\ell + x) = p_o\ell$; $p_2(\ell - x) = p_o\ell$;

откуда $p_1 = \dfrac{p_o\ell}{\ell + x}$; $p_2 = \dfrac{p_o\ell}{\ell - x}$.

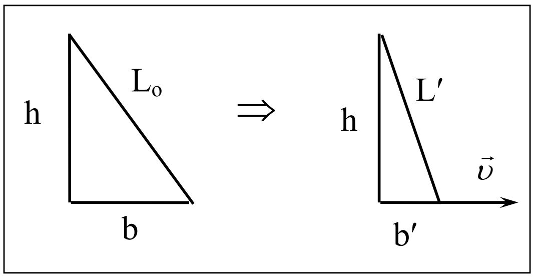
$$F_x = -(p_2 - p_1)S = -p_o\ell S\left(\frac{1}{\ell - x} - \frac{1}{\ell + x}\right) = -p_o\ell S\,\frac{2x}{\ell^2 - x^2}$$

Для $x << \ell$, $F_x = -p_o\ell S\cdot\dfrac{2x}{\ell^2} = -\dfrac{4p_o S}{L}x = -kx$. Для колебаний $a_x = -\omega^2 x$. Поэтому

$\dfrac{F_x}{m} = -\omega^2 x$ или $\dfrac{k}{m} = \omega^2$, $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{mL}{4p_o S}}$. Откуда $m = \dfrac{p_o S T^2}{\pi^2 L}$.

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{L' = L_O\sqrt{1 - \cos^2\alpha\left(\dfrac{\upsilon}{c}\right)^2} = 0{,}9\,м}$.



$h = L_o\sin\alpha$; $b = L_o\cos\alpha$, $b' = b\sqrt{1 - \left(\dfrac{\upsilon}{c}\right)^2}$

$$L' = \sqrt{h^2 + (b')^2} = \sqrt{L_O^{\ 2}\sin^2\alpha + L_O^{\ 2}\cos^2\alpha\left[1 - \left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2\right]};$$

$$L' = L_O\sqrt{1 - \cos^2\alpha\left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2}; \quad L' = L_O\sqrt{\frac{13}{16}} = 0{,}9L_O = 0{,}9\,м.$$

З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ: $E = E_K + E_П = -\dfrac{1}{8\pi\varepsilon_O}\dfrac{e^2}{r_1} = -2{,}17\cdot 10^{-18}\,Дж$.

Условие вращения электрона : $\frac{m\upsilon_1^2}{r_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_O}\frac{e^2}{r_1^2}$.

Кинетическая энергия электрона $E_K = \frac{m\upsilon_1^2}{2} = \frac{1}{8\pi\varepsilon_O}\frac{e^2}{r_1}$.

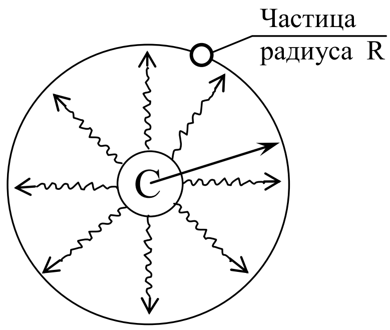
Потенциальная энергия электрона $E_П = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_O}\frac{q_1 \cdot q_2}{r_1}$.

Полная энергия электрона $E = E_K + E_П = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_O}\frac{e^2}{r_1}$. $E = -2{,}17 \cdot 10^{-18}\ Дж = -13{,}6\ эВ$.

Замечание. Если известна формула $m\upsilon_1 r_1 = \hbar$, то $\upsilon_1 = \frac{\hbar}{mr_1}$ и кинетическую энергию электрона можно найти по формуле $E_K = \frac{\hbar^2}{2mr_1^2} = 2{,}17 \cdot 10^{-18}\ Дж$.

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{R = \frac{3W}{16\pi Gc\rho M} = 6 \cdot 10^{-7}\ м}$.



Радиус частицы равен R . Для излучения её эффективная площадь $S = \pi R^2$. Поэтому мощность излучения, падающего на частицу, равна $W_O = W\frac{\pi R^2}{4\pi \cdot r^2} = W\frac{R^2}{4r^2}$. Пусть N_ν -число фотонов частоты ν , падающих на частицу за единицу времени. Тогда $W_{O\nu} = N_\nu h\nu$, а сила светового давления $F_{C\nu} = N_\nu p_ф = N_\nu \frac{h\nu}{c} = \frac{W_O \nu}{c}$.

Для излучения всех частот $F_C = \frac{W_O}{c}$, $(c = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{c})$.

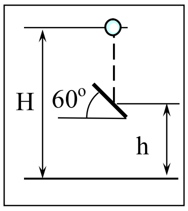
Сила гравитационного притяжения $F_{ГР} = G\frac{mM}{r^2}$. По условию задачи $F_C = F_{ГР}$, т.е.

$W\frac{R^2}{4r^2 c} = G\frac{mM}{r^2}$. Так как для частицы $m = \rho\frac{4}{3}\pi R^3$, то $\frac{W}{4c} = G\rho\frac{4}{3}\pi RM$, откуда

$R = \frac{3W}{16\pi G \cdot c\rho \cdot M}$. $R = 6 \cdot 10^{-7}\ м = 0{,}6\ мкм$.

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 19

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)



Ответ: $\boxed{h=\frac{2}{3}H=\frac{4}{3}\,м}$

Время свободного падения шарика до площадки $t_1=\frac{\sqrt{(2g(H-h)}}{g}$.

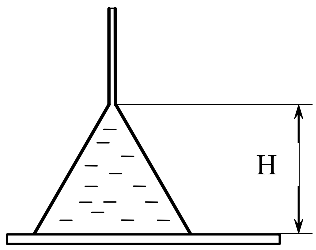
Время дальнейшего движения шарика до момента падения на землю t_2 найдём из кинематического уравнения $h-\upsilon\cos\beta\cdot t_2-\frac{gt_2^{\,2}}{2}=0$, где $\upsilon=\sqrt{2g(H-h)}$; $\beta=\pi-2\alpha$.

Общее время движения $t=t_1+t_2=\frac{1}{2g}\left(\sqrt{2g(H-h)}+\sqrt{(2g(H+3h)}\right)=\frac{1}{\sqrt{2g}}\left(\sqrt{(H-h)}+\sqrt{(H+3h)}\right).$

Из условия $\frac{\Delta t}{\Delta h}=0$, находим $h=\frac{2}{3}H$. $h=\frac{2}{3}\cdot 2=\frac{4}{3}\,м$.

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{m=\frac{2}{3}\pi\rho R^2 H}$.



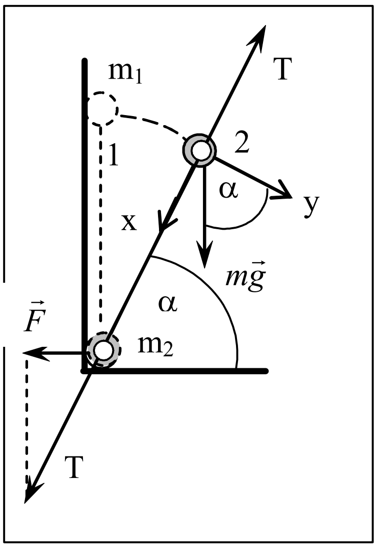
Воронку приподнимает результирующая вертикальных составляющих сил давления жидкости на стенки воронки. В тот момент, когда жидкость начинает вытекать из-под воронки, нижний край воронки перестаёт давить на стол. А это значит, что в этот момент вся сила, действующая на стол,- это сила давления столба воды высотой H на площадь нижнего края воронки. Итак, в момент отрыва

$$mg+\rho gV=\rho gH\pi R^2 \quad \textbf{(1)},$$

где $V=\frac{1}{3}\pi R^2 H$. И из (1) находим $m=\frac{2}{3}\pi\rho R^2 H$

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{F=m_1 g\cos\alpha\,(3\sin\alpha-2)\approx 3\,H}$.



$F=T\cos\alpha$. **(1)**

Используя закон сохранения механической энергии, запишем

$\frac{m_1\upsilon^2}{2}=m_1 g\ell(1-\sin\alpha)$, (2) где ℓ - длина гантели.

На основании 2-го закона Ньютона , запишем

$\frac{m_1\upsilon^2}{\ell}=m_1 g\sin\alpha-T$. **(3)**

Отсюда следует $\frac{m_1\upsilon^2}{\ell}=2m_1 g(1-\sin\alpha)$

С учётом (3) из (2) определим

$T=m_1 g\sin\alpha-2mg(1-\sin\alpha)=mg(3\sin\alpha-2)$. **(4)**

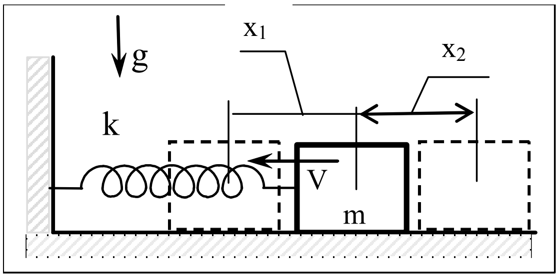
Подставив последнее равенство в (1), найдём $F=m_1 g\cos\alpha\,(3\sin\alpha-2)$.

Подставив $m_1=1\,кг$, $\alpha=60^{o}$, найдём $F=1\cdot 10\cdot\frac{1}{2}\left(3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-2\right)\approx 3\ H$

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\mu = \dfrac{kx_0}{mg\left(4N+1\right)}}$

Для половины первого колебания – когда пружина максимально сожмётся на величину x_1 :



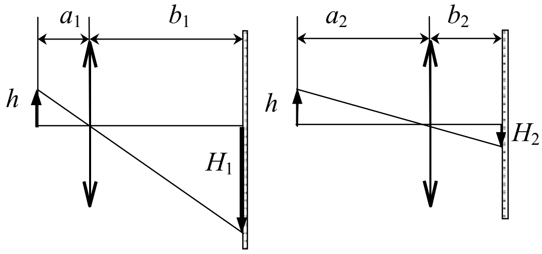
$\Delta W_{\text{Ì ÅÕ}} = A_{\text{ÒÐ}}$, т.е. $k\dfrac{x_1^{\,2}}{2} - k\dfrac{x_0^{\,2}}{2} = -\mu mg\left(x_1 + x_0\right)$ или $\dfrac{k}{2}\left(x_0 - x_1\right)\left(x_1 + x_0\right) = \mu mg\left(x_1 + x_0\right)$. Поэтому изменение максимальной деформации пружины за половину колебания $\Delta x_{1/2} = x_0 - x_1 = \dfrac{2\mu mg}{k}$. За N полных колебаний $\Delta x_N = x_0 - x_{\text{Êî í}} = \dfrac{4\mu mg}{k}N$. Т.к. при остановке бруска $F_{\text{ÒÐ}} = F_{\text{ÓÏ Ð}}$, то $x_{\text{Êî í}} = \dfrac{\mu mg}{k}$.

Поэтому $x_0 - \dfrac{\mu mg}{k} = \dfrac{4\mu mg}{k}N$. Откуда $x_0 = \dfrac{\mu mg}{k}\left(4N+1\right)$ и $\boxed{\mu = \dfrac{kx_0}{mg\left(4N+1\right)}}$.

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{h = \sqrt{H_1 H_2}}$.

Пусть расстояние от предмета до экрана равно L. Тогда $a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = L$. Воспользовавшись рисунком, из подобия треугольников можно получить следующие соотношения: $\dfrac{h}{a_1} = \dfrac{H_1}{b_1}$; $\dfrac{h}{a_2} = \dfrac{H_2}{b_2}$.



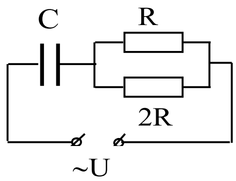
Используем формулу тонкой линзы: $\dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{b_1} = \dfrac{1}{F}$;

$\dfrac{1}{a_2} + \dfrac{1}{b_2} = \dfrac{1}{F}$. Обозначим $a_1 = x$, $b_1 = L - x$. Тогда формула линзы примет вид:

$\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{L-x} = \dfrac{1}{F}$; или $\dfrac{L - x + x}{x(L - x)} = \dfrac{1}{F}$ или $LF = Lx - x^2$.

Тогда уравнение $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{L-x} = \dfrac{1}{F}$ эквивалентно квадратному уравнению $x^2 - Lx + LF = 0$, корни которого $x_1 = a_1$, $x_2 = b_1$. Поэтому должно быть $a_2 = b_1$, $a_1 = b_2$. Перемножим $\dfrac{h}{a_1} = \dfrac{H_1}{b_1}$ на $\dfrac{h}{a_2} = \dfrac{H_2}{b_2}$ и получим $\dfrac{h^2}{a_1 a_2} = \dfrac{H_1 H_2}{b_1 b_2}$. Откуда $\boxed{h = \sqrt{H_1 H_2}}$.

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{R = \dfrac{3}{2\omega C}}$.

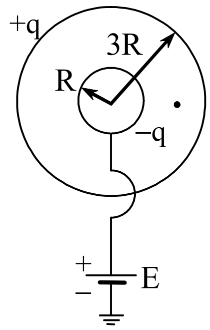
1) Тепловая мощность, выделяющаяся в цепи переменного тока $P = I^2{}_D R_\Sigma$, где $I_D = \dfrac{I_o}{\sqrt{2}}$ - действующее значение тока , а R_Σ – активное сопротивление цепи.

Следовательно, $P = \dfrac{U_o^{\,2}\ R_\Sigma}{2\left(R^2{}_\Sigma + \dfrac{1}{(\omega C)^2}\right)}$.

Исследуя последнее выражение на экстремум, находим, что максимальная мощность в цепи выделяется при $R_\Sigma = \frac{1}{\omega C}$. Так как $R_\Sigma = \frac{2}{3}R$, то $\frac{2}{3}R = \frac{1}{\omega C}$, откуда $R = \frac{3}{2\omega C}$.

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

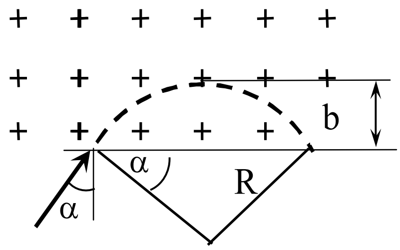
Ответ: $\boxed{Q = 4\pi\varepsilon_o RE + \frac{1}{6}q}$



Согласно принципу суперпозиции , потенциал внутренней сферы равен $\varphi = E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o R} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_o \cdot 2R} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_o 3R}$, откуда находим искомый заряд внутренней сферы $Q = 4\pi\varepsilon_o RE + \frac{1}{6}q$.

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{b = \frac{1}{2eB}\sqrt{2m\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}}$.



При освещении металлической пластины светом с длиной волны λ , вылетающий электрон попадает в область однородного магнитного поля с индукцией B.

Используя уравнение Эйнштейна для фотоэффекта, найдём скорость вылетающих из металлической пластины электронов:

$h\frac{c}{\lambda} = A + \frac{m\upsilon^2}{2}$, где A - работа выхода электрона из металлической пластины. Отсюда

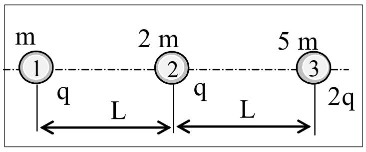
$$\upsilon = \sqrt{\frac{2\left(h\frac{c}{\lambda} - A\right)}{m}}. \qquad (1)$$

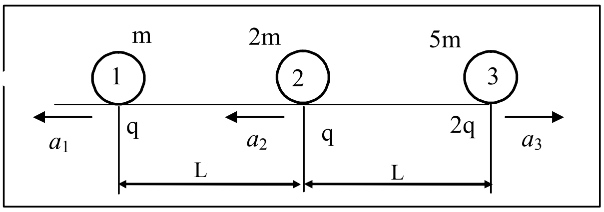
По второму закону Ньютона для электрона в магнитном поле $\frac{m\upsilon^2}{R} = e\upsilon B$. Следовательно, радиус окружности, по которой движется электрон в магнитном поле $R = \frac{m\upsilon}{eB}$. Из рисунка видно, что $b = R(1-\sin\alpha) = \frac{m\upsilon}{eB}(1-\sin\alpha)$. Подставляя в последнее уравнение (1), получим :

$$b = \frac{m}{eB}(1-\sin\alpha)\sqrt{\frac{2\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}{m}}.$$ При $\alpha = 30^o$ $$b = \frac{1}{2eB}\sqrt{2m\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}.$$

З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ : $\boxed{\upsilon_1 = 3q\sqrt{\frac{1}{8\pi\varepsilon_o mL}}}$ $\boxed{\upsilon_2 = \upsilon_3 = q\sqrt{\frac{1}{8\pi\varepsilon_o mL}}}$.





После разлета на большие расстояния суммарная кинетическая энергия шариков будет равна начальной потенциальной энергии электростатического взаимодействия зарядов:

$$\boxed{\mathrm{W} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q^2}{L} + \frac{2q^2}{L} + \frac{2q^2}{2L}\right) = \frac{q^2}{\pi\varepsilon_o L}}$$

Ускорения шариков сразу после того, как их отпустили:

$\boxed{\mathrm{m}a_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q^2}{L^2} + \frac{2q^2}{4L^2}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{3q^2}{2L^2}}$, откуда $\boxed{a_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{3q^2}{2L^2\mathrm{m}}}$ (1)

Аналогично $\boxed{a_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{q^2}{2L^2\mathrm{m}}}$ (2) $\boxed{a_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{q^2}{2L^2\mathrm{m}}}$ (3)

Из (2) и (3) видно, что крайние шарики двигались относительно среднего в разные стороны с одинаковым ускорением, следовательно, расстояние от каждого из них до среднего шарика будет все время одинаковым. Отношение скоростей шариков будет таким же, как отношение их ускорений: $\boxed{\upsilon_1 : \upsilon_2 : \upsilon_3 = 3:1:1}$

Из закона сохранения энергии $\boxed{\frac{\mathrm{m}\cdot(3\upsilon)^2}{2} + \frac{2m\upsilon^2}{2} + \frac{5m\upsilon^2}{2} = \frac{q^2}{\pi\varepsilon_o L}}$ Отсюда $\boxed{\upsilon = q\sqrt{\frac{1}{8\pi\varepsilon_o mL}}}$

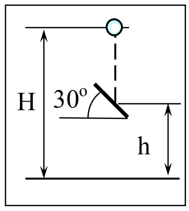
и соответственно $\boxed{\upsilon_1 = 3q\sqrt{\frac{1}{8\pi\varepsilon_o mL}}}$ $\boxed{\upsilon_2 = \upsilon_3 = q\sqrt{\frac{1}{8\pi\varepsilon_o mL}}}$.

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{\upsilon = \sqrt{2}\cdot\upsilon_0}$.

Если температуру гелия увеличить в два раза, то $\boxed{\frac{\upsilon}{\upsilon_o} = \sqrt{\frac{2T}{T}} = \sqrt{2} \approx 1{,}4}$., откуда $\boxed{\upsilon = \sqrt{2}\cdot\upsilon_0}$.

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 21



З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{h = 0}$

Время свободного падения шарика до площадки $t_1 = \dfrac{\sqrt{(2g(H-h)}}{g}$.

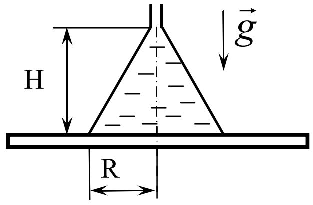
Время дальнейшего движения шарика до момента падения на землю t_2 найдём из кинематического уравнения $h - \upsilon\cos\beta\cdot t_2 - \dfrac{gt_2{}^2}{2} = 0$, где $\upsilon = \sqrt{2g(H-h)}$; $\beta = \pi - 2\alpha$.

Общее время движения $t = t_1 + t_2 = \dfrac{1}{2g}\left(\sqrt{2g(H-h)} + \sqrt{(2g(H+3h)}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{2g}}\left(\sqrt{(H-h)} + \sqrt{(H+3h)}\right).$

Из условия $\dfrac{\Delta t}{\Delta h} = 0$, находим $h = 0$.

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{\rho = \dfrac{3M}{2\pi R^2 H}}$.



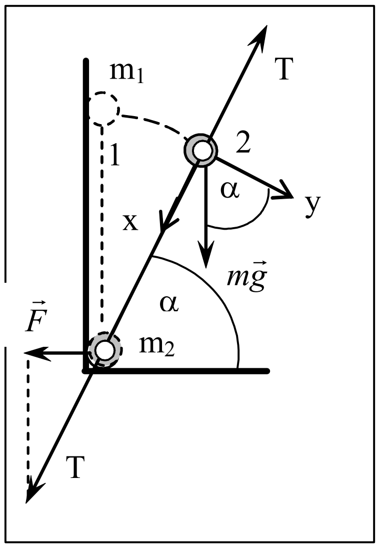
Воронку приподнимает результирующая вертикальных составляющих сил давления жидкости на стенки воронки. В тот момент, когда жидкость начинает вытекать из-под воронки, нижний край воронки перестаёт давить на стол. А это значит, что в этот момент вся сила, действующая на стол,- это сила давления столба воды высотой H на площадь нижнего края воронки. Итак, в момент отрыва

$$mg + \rho gV = \rho gH\pi R^2 \quad \textbf{(1)},$$

где $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 H$ **.** И из (1) находим $\rho = \dfrac{3M}{2\pi R^2 H}$.

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{F = m_1 g\cos\alpha(3\sin\alpha - 2) = 0}$.



$F = T\cos\alpha$ **.** **(1)**

Используя закон сохранения механической энергии, запишем

$\dfrac{m_1\upsilon^2}{2} = m_1 g\ell(1 - \sin\alpha)$, (2) где ℓ - длина гантели.

На основании 2-го закона Ньютона , запишем

$\dfrac{m_1\upsilon^2}{\ell} = m_1 g\sin\alpha - T$ **.** **(3)**

Отсюда следует $\dfrac{m_1\upsilon^2}{\ell} = 2m_1 g(1 - \sin\alpha)$

С учётом (3) из (2) определим

$T = m_1 g\sin\alpha - 2mg(1 - \sin\alpha) = mg(3\sin\alpha - 2)$ **.** **(4)**

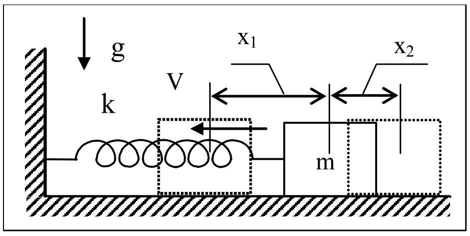
Подставив последнее равенство в (1), найдём

$F = m_1 g\cos\alpha(3\sin\alpha - 2)$ **.**

Подставив $m_1 = 2кг$ **,** $\alpha = 30^o$, найдём $F = 2\cdot 10\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(3\cdot\dfrac{1}{2} - 2\right) = 1{,}73\cdot(-0{,}5) \approx -0{,}9\ H$

Знак минус указывает на то, что нижний шарик уже не касается вертикальной стенки, следовательно, сила давления на неё равна нулю. $F = 0$ **.**

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{x_0 = \frac{\mu mg}{k}(4N+1)}$

Для половины первого колебания – когда пружина максимально сожмётся на величину x_1: $\Delta W_{мех} = A_{тр}$, т.е.

$$k\frac{x_1^2}{2} - k\frac{x_0^2}{2} = -\mu mg(x_1 + x_0)$$ или

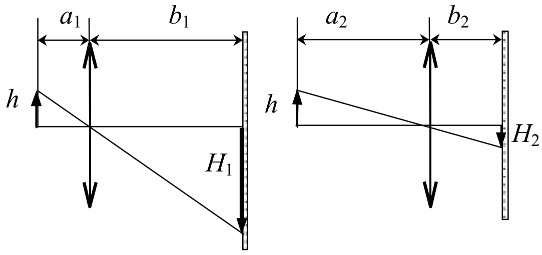
$\frac{k}{2}(x_0 - x_1)(x_1 + x_0) = \mu mg(x_1 + x_0)$. Поэтому изменение максимальной деформации пружины за половину колебания $\Delta x_{1/2} = x_0 - x_1 = \frac{2\mu mg}{k}$. За N полных колебаний $\Delta x_N = x_0 - x_{кон} = \frac{4\mu mg}{k}N$.

Т.к. при остановке бруска $F_{тр} = F_{упр}$, то $x_{кон} = \frac{\mu mg}{k}$. Поэтому $x_0 - \frac{\mu mg}{k} = \frac{4\mu mg}{k}N$.

Откуда $\boxed{x_0 = \frac{\mu mg}{k}(4N+1)}$.

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\Gamma_2 = \frac{1}{\Gamma_1}}$

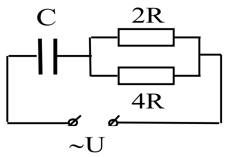


Пусть расстояние от предмета до экрана равно L. Тогда $a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = L$. Исходя из рисунка, можно получить следующие соотношения: $\Gamma_1 = \frac{H_1}{h} = \frac{b_1}{a_1}$, $\Gamma_2 = \frac{H_2}{h} = \frac{b_2}{a_2}$.

Используем формулу тонкой линзы: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F}$,

$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{F}$. Уравнение $\frac{1}{x} + \frac{1}{L-x} = \frac{1}{F}$ эквивалентно квадратному уравнению $FL - xL + x^2 = 0$, корни которого $x_1 = a_1$, $x_2 = b_1$. Поэтому должно быть $a_2 = b_1$, $a_1 = b_2$. Умножаем $\Gamma_1 = \frac{b_1}{a_1}$ на $\Gamma_2 = \frac{b_2}{a_2}$ и получим $\Gamma_1\Gamma_2 = 1$. Откуда $\Gamma_2 = \frac{1}{\Gamma_1}$.

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{R = \frac{3}{4\omega C}}$.

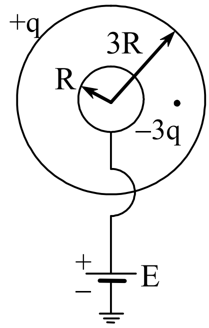
1) Тепловая мощность, выделяющаяся в цепи переменного тока $P = I^2{}_D R_\Sigma$, где $I_D = \frac{I_o}{\sqrt{2}}$ - действующее значение тока , а R_Σ – активное сопротивление цепи.

Следовательно, $$P = \frac{U_o{}^2 R_\Sigma}{2\left(R^2{}_\Sigma + \frac{1}{(\omega C)^2}\right)}.$$

Исследуя последнее выражение на экстремум, находим, что максимальная мощность в цепи выделяется при $R_\Sigma = \frac{1}{\omega C}$. Так как $R_\Sigma = \frac{4}{3}R$, то $\frac{4}{3}R = \frac{1}{\omega C}$, откуда $R = \frac{3}{4\omega C}$.

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

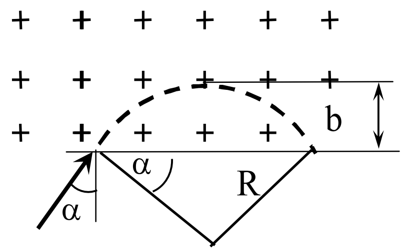
Ответ: $\boxed{Q = 4\pi\varepsilon_o RE + \frac{7}{6}q}$



Согласно принципу суперпозиции , потенциал внутренней сферы равен $\varphi = E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o R} - \frac{3q}{4\pi\varepsilon_o \cdot 2R} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_o 3R}$, откуда находим искомый заряд внутренней сферы $Q = 4\pi\varepsilon_o RE + \frac{7}{6}q$

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{b = \frac{\sqrt{2m(h\nu - A)}}{2eB}}$.



При освещении металлической пластины светом с длиной волны λ , вылетающий электрон попадает в область однородного магнитного поля с индукцией B.

Используя уравнение Эйнштейна для фотоэффекта, найдём скорость вылетающих из металлической пластины электронов $h\nu = A + \frac{m\upsilon^2}{2}$,

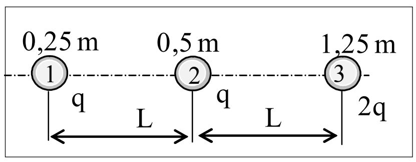
где A - работа выхода электрона из металлической пластины. Отсюда $\upsilon = \sqrt{\frac{2(h\nu - A)}{m}}$.

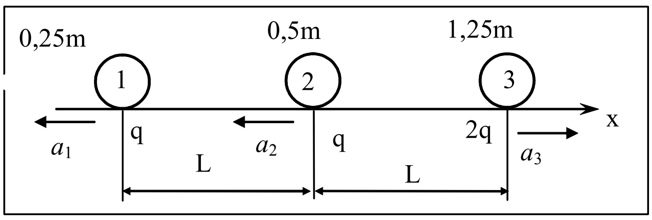
По второму закону Ньютона для электрона в магнитном поле $\frac{m\upsilon^2}{R} = e\upsilon B$. Следовательно, радиус окружности, по которой движется электрон в магнитном поле $R = \frac{m\upsilon}{eB}$. Из рисунка видно, что $b = R(1 - \sin\alpha) = \frac{m\upsilon}{eB}(1 - \sin\alpha)$. Подставляя в последнее уравнение (1), получим :

$b = \frac{m}{eB}(1 - \sin\alpha)\sqrt{\frac{2(h\nu - A)}{m}} = (1 - \sin\alpha)\frac{\sqrt{2m(h\nu - A)}}{eB}$. При $\alpha = 30^o$ $b = \frac{\sqrt{2m(h\nu - A)}}{2eB}$.

З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ : $\boxed{\upsilon_1 = 3q\sqrt{\frac{1}{2\pi\varepsilon_o mL}}}$ $\boxed{\upsilon_2 = \upsilon_3 = q\sqrt{\frac{1}{2\pi\varepsilon_o mL}}}$.





После разлета на большие расстояния суммарная кинетическая энергия шариков будет равна начальной потенциальной энергии электростатического взаимодействия зарядов:

$$\boxed{W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q^2}{L} + \frac{2q^2}{L} + \frac{2q^2}{2L}\right) = \frac{q^2}{\pi\varepsilon_o L}}$$

Ускорения шариков сразу после того, как их отпустили:

$$\boxed{ma_1 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q^2}{L^2} + \frac{2q^2}{4L^2}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{3q^2}{2L^2}},$$

Откуда $\boxed{a_1 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{3q^2}{2L^2\mathrm{m}} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{3}{2\cdot 0{,}25}\frac{q^2}{L^2 m} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}6\cdot\frac{q^2}{L^2 m}}$ (1)

Аналогично

$$\boxed{\mathrm{m}a_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q^2}{L^2} - \frac{2q^2}{L^2}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{q^2}{L^2}} \qquad \boxed{a_2 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{q^2}{L^2\mathrm{m}} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{q^2}{0{,}5L^2 m} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{2q^2}{L^2 m}} \quad (2)$$

Аналогично

$$\mathrm{m}a_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{2q^2}{L^2} + \frac{2q^2}{4L^2}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{5q^2}{2L^2}\ ; \quad a_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{5q^2}{2L^2\mathrm{m}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_{щ}}\cdot\frac{5q^2}{2\cdot 1{,}25L^2 m} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{2q^2}{L^2 m} \quad (3)$$

$$\boxed{a_{12} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot 6\frac{q^2}{L^2 m} - \left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{2q^2}{L^2 m}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\left(-6\frac{q^2}{L^2 m} + \frac{2q^2}{L^2 m}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{4q^2}{L^2 m}} \quad (4)$$

$$a_{32} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot 2\frac{q^2}{L^2 m} - \left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{2q^2}{L^2 m}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\left(2\frac{q^2}{L^2 m} + \frac{2q^2}{L^2 m}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{4q^2}{L^2 m} \quad (5)$$

$$\boxed{a_1 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}6\cdot\frac{q^2}{L^2 m}};\ \boxed{a_2 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{2q^2}{L^2 m}};\ \boxed{a_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{2q^2}{L^2 m}}.$$

Из (2) и (3) видно, что крайние шарики двигались относительно среднего в разные стороны с одинаковым ускорением, следовательно, расстояние от каждого из них до среднего шарика будет все время одинаковым. Отношение скоростей шариков будет таким же, как отношение их ускорений: $\boxed{\upsilon_1 : \upsilon_2 : \upsilon_3 = 3:1:1}$

Из закона сохранения энергии

$$E_{КИН} = \frac{0{,}25\mathrm{m}\cdot(3\upsilon)^2}{2} + \frac{0{,}5m\upsilon^2}{2} + \frac{1{,}25m\upsilon^2}{2} = 2m\upsilon^2\ . \qquad 2m\upsilon^2 = \frac{q^2}{\pi\varepsilon_o L}.$$

Отсюда $\boxed{\upsilon = q\sqrt{\frac{1}{2\pi\varepsilon_o mL}}}$ и соответственно $\boxed{\upsilon_1 = 3q\sqrt{\frac{1}{2\pi\varepsilon_o mL}}}$ $\boxed{\upsilon_2 = \upsilon_3 = q\sqrt{\frac{1}{2\pi\varepsilon_o mL}}}$.

З А Д А Ч А 10 (12 баллов)

Ответ: $\boxed{\upsilon = \frac{\upsilon_o}{\sqrt{10}}}$.

$$\frac{\upsilon}{\upsilon_o} = \sqrt{\frac{\mu_{He}}{\mu_{Ar}}}. \quad \text{Так как. } \frac{\mu_{He}}{\mu_{Ar}} = \frac{1}{10}, \quad \text{то} \quad \frac{\upsilon}{\upsilon_o} = \sqrt{\frac{\mu_{He}}{\mu_{Ar}}} = \sqrt{\frac{1}{10}} \qquad \upsilon = \frac{\upsilon_o}{\sqrt{10}}.$$