XVIII физико-математическая олимпиада для учащихся 8 – 10 классов

ФИЗИКА 10 класс 1 тур (заочный) 2014-2015 уч. год

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ.

- **Максимальный балл за каждую задачу – 20.**
- **За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется X.**
- **Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.**
- **Если решение верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это 20 баллов.**
- **Верные решения задач могут отличаться от авторских.**
- **За отсутствие пояснений, численных расчетов или единиц физических величин при верном решении задачи можно снять 1-2 балла.**
- **В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.**

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

1. Теннисная ракетка движется навстречу мячу. В момент удара ракетка находится на высоте h = 1,76 м от поверхности корта, при этом скорости ракетки и мяча параллельны корту и равны соответственно u = 2 м/с (скорость ракетки) и v = 1 м/с (скорость мяча). Считая удар мяча по ракетке упругим, определите, долетит ли мяч до вертикальной стенки, расположенной на расстоянии L = 2 м от ракетки? Если долетит, то на какой высоте от поверхности корта мяч ударится о стенку? Мяч после удара о ракетку движется в направлении стенки; плоскость, в которой лежит траектория мяча, перпендикулярна стенке. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение.

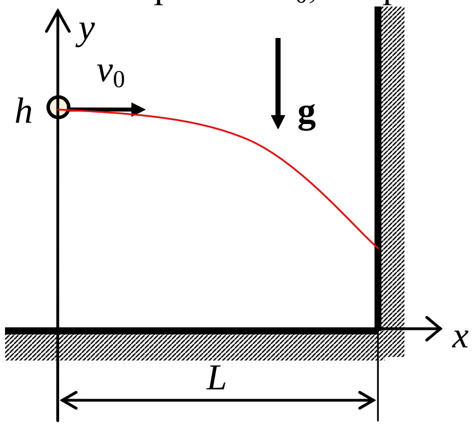
1. Скорость мяча v_0 после упругого удара о ракетку можно получить, если воспользоваться законом сложения скоростей. Для этого сначала перейдем в систему отсчета, движущуюся со скоростью ракетки u. В этой системе отсчета, скорость мяча относительно ракетки равна $v_{îòí} = v + u$. После упругого удара эта скорость поменяет направление, но модуль ее в движущейся

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru

системе отсчета не изменится. Перейдем обратно в неподвижную систему отсчета, связанную с землей и получим $v_0 = v_{îòí} + u = v + 2u = 5$ м/с (1-1).

Можно также получить выражение для скорости v_0, если воспользоваться уравнениями законов сохранения импульса и энергии для упругого столкновения. В этих уравнениях будут присутствовать массы мяча и ракетки. Чтобы получить формулу (1-1) следует принять, что масса ракетки много больше массы мяча.

2. Движение мяча после удара о ракетку – баллистическое движение с начальной скоростью v_0, направленной горизонтально (см. рис).



Уравнения движения мяча в выбранных на рисунке осях координат:

$$\begin{cases} x = v_0 t, \\ y = h - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$$

3. В момент удара о стенку $x = L$, тогда $t = \dfrac{L}{v_0}$ (3-1).

$$y = h - \frac{gL^2}{2v_0^2} = 1\,\text{м} \quad (3\text{-}2).$$

Ответ. Мяч долетит до стенки и ударится о нее на высоте $y = h - \dfrac{gL^2}{2v_0^2} = 1\,\text{м}$.

Критерии оценивания задачи 1.

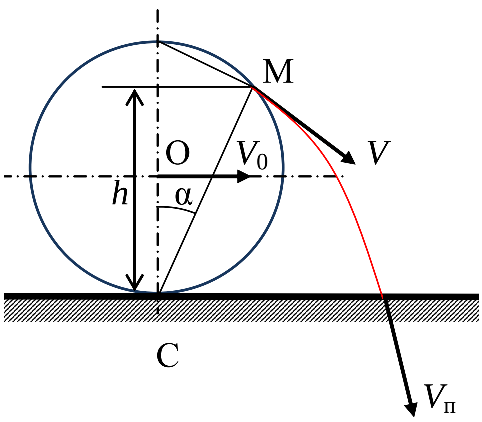
	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Рассмотрено упругое столкновение мяча с ракеткой и получен ответ для скорости мяча после удара v_0.	от 1 до 10 баллов в зависимости от правильности и полноты решения

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru

2	Записаны уравнения движения для координат мяча после удара о ракетку	по 1 баллу за каждое уравнение (всего 2 балла)
3а	Получена формула для времени движения мяча до стенки (3-1)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3б	Получена формула для высоты, на которой мяч ударился о стенку (3-2)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3в	Сделан вывод, что мяч долетит до стенки	2 балла
3	Проделан расчет и получено правильное числовое значение *y* (3-1)	от 1 до 2 баллов в зависимости от наличия числового расчета и его точности

2. Колесо диаметра D катится без проскальзывания по горизонтальной плоскости. Скорость центра колеса равна V_0. С точки обода колеса, находящейся на высоте $h = \frac{3D}{4}$, срывается комок грязи. С какой скоростью этот комок упадет на плоскость? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение



1. При движении колеса без проскальзывания скорость точки С соприкосновения колеса с плоскостью равна нулю, поэтому через эту точку можно провести мгновенную ось вращения. Тогда скорость точки М обода колеса, с которой срывается комок грязи, равна $V = \omega \cdot |CM| = 2V_0 \cos\alpha$ (1-1),

где $\omega = \frac{V_0}{R}$ – угловая скорость вращения колеса. Длину хорды СМ можно получить с помощью геометрии: $\cos\alpha = \frac{h}{|CM|} = \frac{|CM|}{D}$, $\Rightarrow$ $|CM| = \sqrt{hD} = D\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Угол α равен $\alpha = 30^\circ$.

Тогда $V = V_0\sqrt{3}$ (1-2).

2. Скорость падения $V_п$ комка грязи массой m на плоскость найдем с помощью закона сохранения энергии.

$$\frac{mV^2}{2} + mgh = \frac{mV_п^2}{2}, \Rightarrow V_п = \sqrt{V^2 + 2gh} = \sqrt{3\left(V_0^2 + \frac{gD}{2}\right)}.$$

Эта формула может быть также получена из кинематики баллистического движения.

Ответ. $V_п = \sqrt{3\left(V_0^2 + \frac{gD}{2}\right)}$.

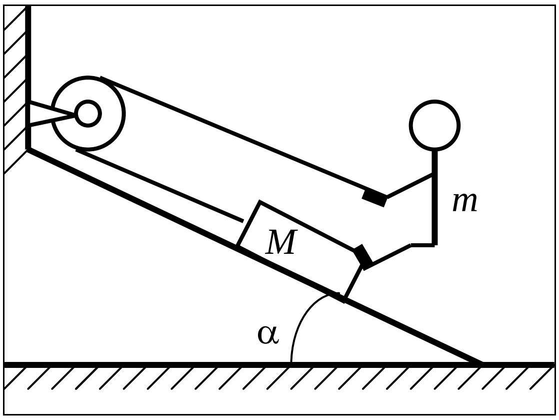
Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1а	Получена формула для скорости V точки M колеса (1-1)	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
1б	С помощью геометрии получено значение угла α (или соответствующего ему центрального угла) или длины хорды CM	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
1в	Получена связь скорости V и V_0 (1-2)	от 1 до 2 баллов
2а	Для нахождения скорости падения на плоскость используется закон сохранения энергии или формулы кинематики, даже если сами формулы записаны неверно	2 балла (только за идею)
2б	Получено выражение для скорости падения камня на плоскость	от 1 до 6 баллов в зависимости от правильности и полноты решения

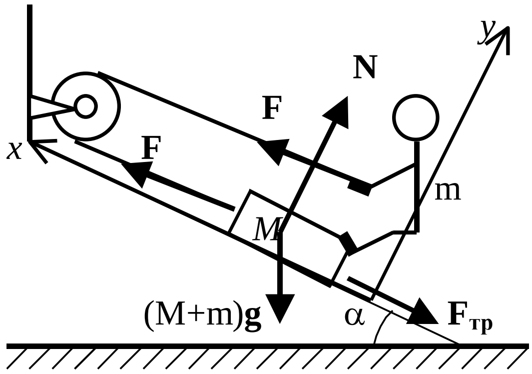
3. Человек массой m, упираясь ногами в ящик массой M, подтягивает его с помощью каната, перекинутого через блок, по наклонной плоскости с углом наклона α (см. рис.). С какой минимальной силой надо тянуть канат человеку, чтобы подтянуть ящик к блоку?

Известно также, что если человек, стоя на ящике, отпустит канат, то ящик будет двигаться вниз с постоянной скоростью. Части каната, не соприкасающиеся с блоком, параллельны наклонной плоскости. Массой блока и каната пренебречь.

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru



Решение



1. На рисунке показаны силы, действующие на систему – человек + ящик. Уравнения, описывающие движение этой системы, имеют вид:

$$\begin{cases} 2F-(M+m)g\sin\alpha - F_{\text{ðð}} = (M+m)a > 0, \\ N=(M+m)g\cos\alpha, \end{cases} \quad (1\text{-}1)$$

где $F_{\text{ðð}} = \mu N = \mu(M+m)g\cos\alpha$ (1-2).

2. Тогда $F > \frac{1}{2}(M+m)g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$ (2-1).

3. При равномерном движении вниз $F_{mp} = \mu(M+m)g\cos\alpha = (M+m)g\sin\alpha, \Rightarrow \mu = tg\alpha$ (3-1),

$\Rightarrow F_{\min} = (M+m)g\sin\alpha$ (3-2).

Ответ. $F_{\min} = (M+m)g\sin\alpha$.

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1а	Сделан рисунок, на котором указаны все необходимые для решения задачи силы,	от 1 до 2 баллов

	действующие на ящик и человека (или систему в целом)	
1б	Записаны уравнения динамики, описывающие движение человека и ящика или системы в целом (1-1)	от 1 до 2 баллов за каждое уравнение (всего не более 4 баллов)
1в	Записана формула для силы трения, действующей на ящик (1-2)	от 1 до 2 баллов
2	Получена формула для силы F натяжения каната (2-1) или аналогичное ей равенство для минимальной силы	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3а	Сделан рисунок, на котором указаны все необходимые для решения задачи силы, действующие на систему во втором случае, когда ящик с человеком равномерно движется по наклонной плоскости	1 балл
3б	Записаны уравнения динамики во втором случае (для ящика и человека или системы в целом)	по 1 баллу за каждое правильное уравнение (всего не более 2 баллов)
3в	Получена формула, связывающая коэффициент трения и угол наклона плоскости (3-1)	от 1 до 3 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3г	Получена формула для минимальной силы (3-2)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения

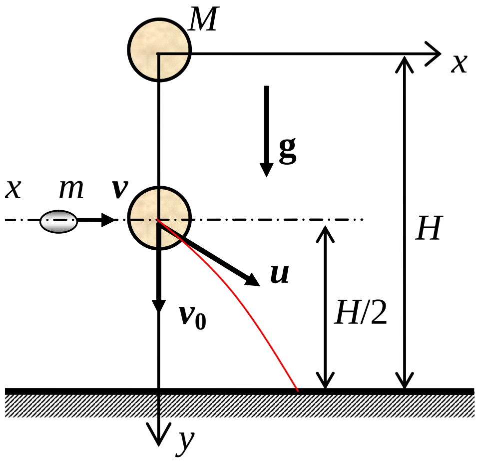
4. Время свободного падения шара массой M с некоторой высоты равно t_0. Каким будет время свободного падения с той же высоты этого шара, если на половине пути в него попала и застряла пуля массой m, летящая горизонтально?

В каком случае время падения шара будет больше, когда масса пули гораздо меньше массы шара ($m << M$), или, когда масса пули гораздо больше массы шара ($m >> M$)? Сопротивление воздуха не учитывать. Размеры пули в обоих случаях гораздо меньше размеров шара, пуля попадает в центр шара. Начальная скорость шара в обоих случаях равна нулю.

Решение

1. Пусть шар падает с высоты H (см. рисунок). Тогда $H = \frac{gt_0^2}{2}$ (1-1).

Расстояние $\frac{H}{2}$ шар пролетает за время t_1: $\frac{H}{2} = \frac{gt_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{t_0}{\sqrt{2}}$ (1-2). Обозначим скорость шара в момент попадания пули v_0: $v_0 = gt_1 = \frac{gt_0}{\sqrt{2}}$ (1-3).



2. Столкновение шара и пули. Обозначим скорость пули $\vec{v}$, скорость шара с пулей после столкновения $\vec{u}$ и запишем закон сохранения импульса:

$m\vec{v} + M\vec{v}_0 = (m+M)\vec{u}$. (2-1)

Проецируя его на оси координат, получим проекции скорости $\vec{u}$:

$$u_x = \frac{mv}{m+M},\ u_y = \frac{Mv_0}{m+M} = \frac{M}{m+M}\cdot\frac{gt_0}{\sqrt{2}} \quad (2\text{-}2).$$

3. Найдем время падения t тела с пулей с высоты $\frac{H}{2}$: $\frac{H}{2} = u_y t + \frac{gt^2}{2}$.

Подставляя выражения (1-1) и (2-2), получим квадратное уравнение.

$$t^2 + \frac{M\sqrt{2}}{m+M}t_0\cdot t - \frac{t_0^2}{2} = 0 \quad (3\text{-}1).$$

Из двух корней этого уравнения выбираем положительный корень, который обозначим t_2.

$$t_2 = \frac{t_0}{\sqrt{2}(m+M)}\left(-M + \sqrt{(m+M)^2 + M^2}\right) \quad (3\text{-}2).$$

4. Полное время падения шара

$$t = t_1 + t_2 = \frac{t_0}{\sqrt{2}(m+M)}\left(m + \sqrt{(m+M)^2 + M^2}\right) \quad (4\text{-}1).$$

5. Анализ предельных случаев.

Если $m << M$, то $t = t_0$.

Если $m >> M$, то $t = t_0\sqrt{2} > t_0$.

В случае, когда масса пули гораздо больше массы шара, время падения шара будет больше.

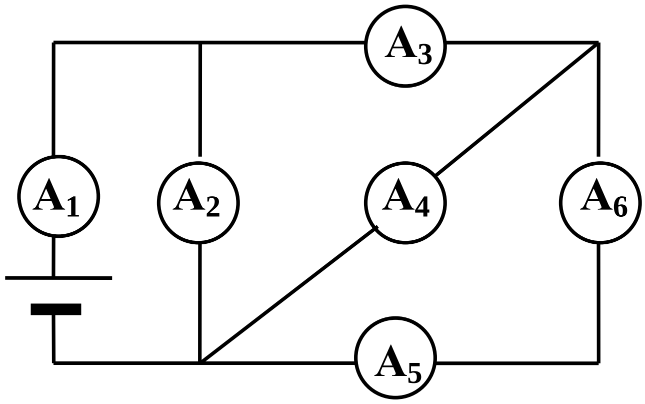
Ответ. $t = \frac{t_0}{\sqrt{2}(m+M)}\left(m + \sqrt{(m+M)^2 + M^2}\right)$. В случае, когда масса пули гораздо больше массы шара, время падения шара будет больше.

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru
Буду признателен, если сообщите мне о найденных в этом тексте ошибках или опечатках

Критерии оценивания задачи 4.

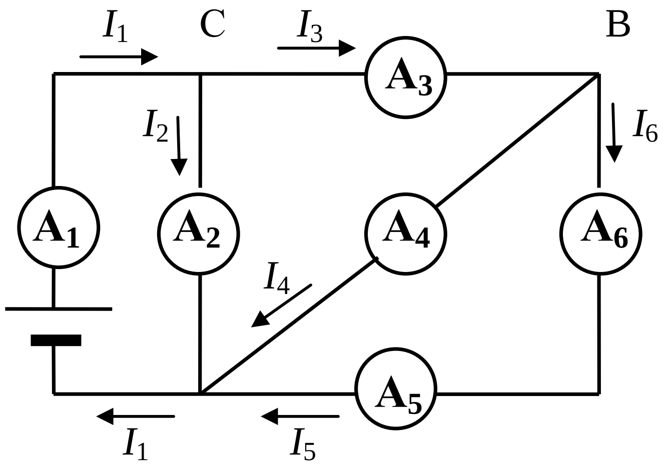
	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1а	Получена связь высоты и времени падения (1-1)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
1б	Получена формула для времени прохождения шаром первой половины пути (1-2)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
1в	Получена формула для скорости шара на первой половине пути (1-3)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
2	Записано уравнение закона сохранения импульса в векторной форме (2-1)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
2б	Записано уравнение закона сохранения импульса в проекциях на оси координат (2-2)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3а	Получено уравнение для нахождения времени прохождения второй половины пути (3-1)	от 1 до 3 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3б	Выбран правильный корень (3-2) квадратного уравнения	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
4	Записана формула для нахождения времени падения тела (4-1)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
5	Проведен анализ предельных случаев и выбран правильный ответ	от 1 до 3 баллов в зависимости от наличия числового расчета и его точности

5. Схема, приведенная на рисунке, содержит шесть одинаковых амперметров и источник постоянного напряжения. Наибольший ток, который показывает один из амперметров, равен I = 1 А. Определите показания всех амперметров.



Решение

1. Выберем направления токов через амперметры, как на рисунке. Обозначим ток, текущий через амперметр A_i (i = 1, 2, …, 6), – I_i, а сопротивления амперметров R. Показания амперметров A_5 и A_6 одинаковы $I_5 = I_6$. Выразим показания всех амперметров через I_5.



2. Напряжения на амперметре A_4 равно сумме напряжений на амперметрах A_5 и A_6: $U_4 = I_4R = I_5R + I_6R = 2I_5R$. Тогда $I_4 = 2I_5$.

Запишем первое правило Кирхгофа в узле B и найдем силу тока I_3 через амперметр A_3: $I_3 = I_4 + I_6 = 3I_5$.

Напряжение на амперметре A_2 равно сумме напряжений на амперметрах A_3 и A_4: $U_2 = I_2R = I_3R + I_4R = 5I_5R$. Тогда $I_2 = 5I_5$.

Запишем первое правило Кирхгофа в узле C и найдем силу тока I_1 через амперметр A_1: $I_1 = I_3 + I_2 = 8I_5$.

3. Таким образом, максимальный ток будет течь через амперметр A_1: $I_1 = 1$ А. Тогда $I_5 = I_6 = \frac{I_1}{8} = \frac{1}{8}$ А = 125 мА; $I_4 = 2I_5 = \frac{1}{4}I_1 = \frac{1}{4}$ А = 250 мА;

$I_3 = 3I_5 = \frac{3}{8}I_1 = \frac{3}{8}$ А = 375 мА; $I_2 = 5I_5 = \frac{5}{8}I_1 = \frac{5}{8}$ А = 625 мА.

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru
Буду признателен, если сообщите мне о найденных в этом тексте ошибках или опечатках

Ответ.

Амперметр	**A_1**	**A_2**	**A_3**	**A_4**	**A_5**	**A_6**
Сила тока в А	**1**	**5/8**	**3/8**	**1/4**	**1/8**	**1/8**
Сила тока в мА	**1000**	**625**	**375**	**250**	**125**	**125**

Критерии оценивания задачи 5.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Установлено, что наибольший ток течет через амперметр A_1.	2 балла
2	Получены правильные значения токов через все амперметры (см. **Ответ**)	по 2 балл за каждое правильное значение тока (всего 12 балла)
3	При расчете токов **правильно записана хотя бы одна формула** закона Ома для однородного участка цепи (связь напряжения и тока) или аналогичное ей выражение второго правила Кирхгофа (обход замкнутого контура).	от 1 до 3 баллов (не более), 3 балла ставится, если есть одна правильная формула
4	При расчете токов **правильно записана хотя бы одна формула** для токов в узлах (первое правило Кирхгофа).	от 1 до 3 баллов (не более), 3 балла ставится, если есть одна правильная формула

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru
Буду признателен, если сообщите мне о найденных в этом тексте ошибках или опечатках