XVIII физико-математическая олимпиада для учащихся 8 – 10 классов

ФИЗИКА 10 класс 2 тур ВАРИАНТ 1 2014-2015 уч. год

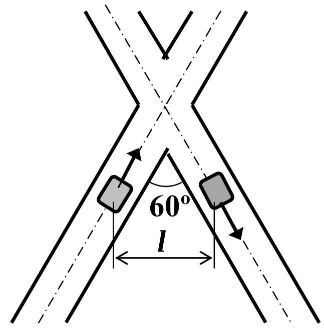
КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ.

- **Максимальный балл за каждую задачу – MAX = 20.**
- **За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется X.**
- **Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.**
- **Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это MAX = 20 баллов.**
- **Верные решения задач могут отличаться от авторских.**
- **За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин можно снять 1-2 балла.**
- **В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.**

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

Вариант 1

1-1. По двум дорогам, пересекающимся под углом 60º, движутся с постоянными скоростями v = 60 км/ч два автомобиля, один – к перекрестку, другой – от него (см. рисунок). В момент времени, когда автомобили оказались на одинаковых расстояниях от перекрестка, расстояние между ними равнялось l = 500 м. Через какое время после этого момента расстояние между автомобилями увеличится вдвое?



Решение.

<u>I способ (*движущаяся система отсчета*)</u>

Свяжем неподвижную систему отсчета с дорогой, а движущуюся с одним из автомобилей, например 1 (см. рисунок). В неподвижной системе отсчета радиус-векторы автомобилей (их координаты) меняются по закону:

$\vec{r}_1 = \vec{r}_{01} + \vec{v}_1 t$, $\vec{r}_2 = \vec{r}_{02} + \vec{v}_2 t$. **(1-1)**

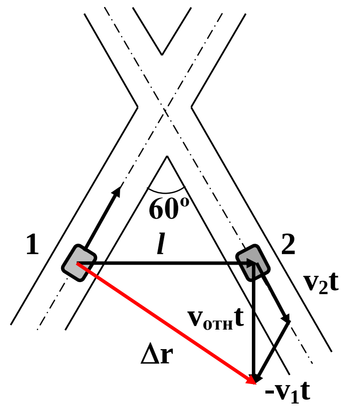
Вектор относительного расстояния между автомобилями равен

$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{l} + \vec{v}_{\text{отн}} t$,

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru

где $\vec{l}$ – вектор начального расстояния между автомобилями, $\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ – вектор относительной скорости автомобилей.

Т.к. в начальный момент автомобили находятся на одинаковых расстояниях от перекрестка, и т.к. $\left|\vec{v}_1\right| = \left|\vec{v}_2\right| = v$, то $\vec{v}_{\text{отн}} \perp \vec{l}$ и $v_{\text{отн}} = 2v\cos 30^\circ = v\sqrt{3}$. **(1-2)**



Из геометрии рисунка следует $\left|\Delta\vec{r}\right|^2 = l^2 + \left(v_{\text{отн}}t\right)^2$. По условию $\left|\Delta\vec{r}\right| = 2l$. Тогда $t = \dfrac{l}{v} = 30\,\text{с} = 0{,}5$ мин. **(1-3)**

Ответ. $t = \dfrac{l}{v} = 30\,\text{с} = 0{,}5$ мин.

Критерии оценивания задачи 1 (1 способ).

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Сделан рисунок к задаче с необходимыми пояснениями	от 1 до 2 баллов
2	Записаны уравнения равномерного движения автомобилей (1-1) (в векторном виде или в проекциях на оси)	от 1 до 2 баллов
3	Получена формула для относительной скорости автомобилей (1-2).	от 1 до 4 баллов
4	Установлено, что $\vec{v}_{\text{отн}} \perp \vec{l}$	от 1 до 4 баллов
5	Получена формула для искомого времени t (1-3)	от 1 до 6 баллов
6	Проведен правильный численный расчет и полученный числовой ответ	От 1 до 2 баллов

II способ (*неподвижная система отсчета*)

Обозначим через l_0 – расстояние до перекрестка в начальный момент, тогда $l_0 = \dfrac{l}{2\sin\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)}$, **(1-4)**

где α – угол, между дорогами, по которым движутся автомобили.

Спустя время t автомобили окажутся от перекрестка на расстояниях $l_1 = \left|l_0 - vt\right|$ и $l_2 = l_0 + vt$. **(1-5)**

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru
Буду признателен, если сообщите мне о найденных в этом тексте ошибках или опечатках

Расстояние между автомобилями s находим с помощью теоремы косинусов: $s = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos\alpha$. **(1-6)**

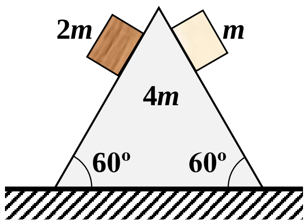
Подставляем выражения для l_0, l_1 и l_2 (1-4) и (1-5) в формулу (1-6). После упрощающих алгебраических преобразований получим

$t = \dfrac{\sqrt{s^2 - l^2}}{2v\cos\dfrac{\alpha}{2}}$. Подставляем $\alpha = 60^\circ$ и $s = 2l$, получим $t = \dfrac{l}{v} = 30\,\text{с}$.

Критерии оценивания задачи 1 (2 способ).

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Сделан рисунок к задаче с необходимыми пояснениями	от 1 до 2 баллов
2	Записаны уравнения равномерного движения автомобилей (1-5) для изменения расстояний до перекрестка	от 1 до 2 баллов
3	Получена формула для начального расстояния l_0 (1-4).	от 1 до 4 баллов
4	Получена формула для расстояния s между автомобилями спустя время t (1-6)	от 1 до 4 баллов
5	Получена формула для искомого времени t (1-3)	от 1 до 6 баллов
6	Проведен правильный численный расчет и полученный числовой ответ	От 1 до 2 баллов

2-1. На гладкой горизонтальной поверхности находится гладкий клин массой $4m$, имеющий форму правильной треугольной призмы (см. рисунок). На клин осторожно поставили два гладких тела, массами $2m$ и m. Определите, в какую сторону, и с каким ускорением будет двигаться клин, если оба тела одновременно начнут скользить по его боковым поверхностям?



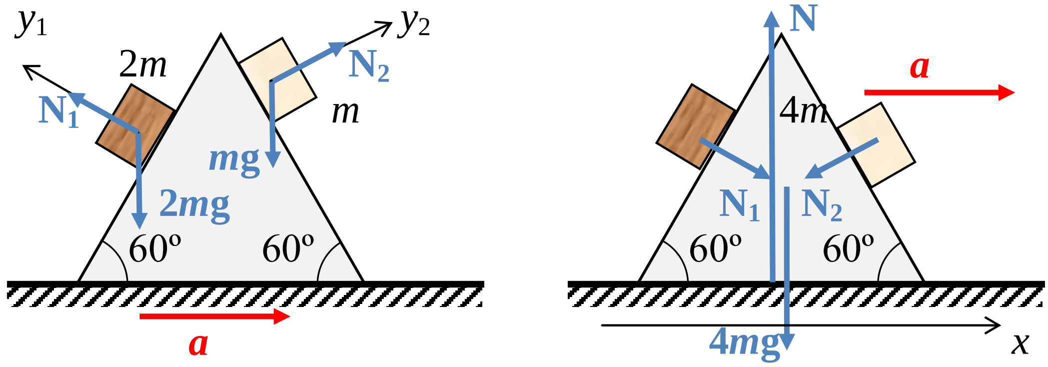
Решение

Очевидно, что клин движется вправо. Пусть ускорение клина равно a. Запишем уравнения динамики для обоих тел (см. рисунок)

$$y_1 : N_1 - 2mg\cos 60^\circ = -2ma\sin 60^\circ, \textbf{ (2-1)}$$

$$y_2 : N_2 - mg\cos 60^\circ = ma\sin 60^\circ. \quad \textbf{(2-2)}$$

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru
Буду признателен, если сообщите мне о найденных в этом тексте ошибках или опечатках



Этих двух уравнений достаточно для нахождения сил давления на клин, которые равны N_1 и N_2.

Тогда $N_1 = mg - ma\sqrt{3}$, **(2-3)**

$N_2 = \frac{1}{2}mg + ma\frac{\sqrt{3}}{2}$. **(2-4)**

Уравнение движения клина в проекции на ось x:

$x: N_1 \sin 60^\circ - N_2 \sin 60^\circ = 4ma$. **(2-5)**

Подставим в (2-5) формулы для N_1 и N_2 из (2-3) и (2-4) и найдем ускорение клина $a = \frac{\sqrt{3}}{25}g = 0{,}68\,\text{м/с}^2$.

Ответ. Клин движется вправо с ускорением $a = \frac{\sqrt{3}}{25}g = 0{,}68\,\text{м/с}^2$.

Критерии оценивания задачи 2.

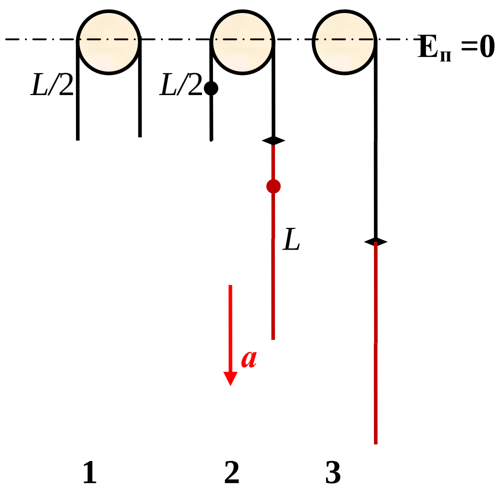
	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Сделан рисунок и правильно расставлены все силы, действующие на оба тела и на клин	от 1 до 3 баллов в зависимости от правильности и полноты рисунка
2	Установлено, что клин движется вправо	от 1 до 2 баллов в зависимости от полноты объяснений
3	Записаны уравнения динамики для каждого тела (2-1) и (2-2) или аналогичные при выборе других осей	по 2 балла для каждого тела (всего 4 балла)
4	Получены выражения сил давления каждого тела, в зависимости от ускорения клина (2-3), (2-4)	по 2 балла за каждую формулу (всего 4 балла)
5	Записаны уравнения динамики для клина (2-5) или аналогичные при выборе других осей	от 1 до 2 баллов

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru
Буду признателен, если сообщите мне о найденных в этом тексте ошибках или опечатках

6	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получена формула для ускорения *a* клина	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
7	Проведен правильный численный расчет и записан числовой ответ	1 балл

3.1 Однородный канат длиной L переброшен через блок. В начальный момент канат покоится и по обе стороны блока свешиваются равные его отрезки. На одном конце каната имеется маленький невесомый крючок, на который подвешивается еще один такой же канат. В результате равновесие системы нарушается, и она приходит в движение. Определите ускорение системы в начальный момент движения. Чему равна ее скорость в момент, когда канат полностью соскользнет с блока? Массой блока и его размерами пренебречь, трение между блоком и канатом не учитывать.

Решение



На рисунке: 1 – первоначальное положение каната, 2 – начальный момент, когда к канату подвесили второй канат, 3 – конечное положение, когда канат полностью соскользнет с блока. Обозначим m первоначальную массу каната длиной L.

В начальный момент (рис. 2) справа на канат действует сила тяжести $\frac{3}{2}mg$, а слева $\frac{1}{2}mg$. Тогда ускорение каната $a = \frac{1}{m}\left(\frac{3}{2}mg - \frac{1}{2}mg\right) = \frac{g}{2}$. **(3-1)**

Выберем уровень, на котором потенциальная энергия равна нулю: $E_п = 0$, (см. рис.).

Начальная энергия (рис. 2)

$$E_{нач} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{m}{2}g\cdot\frac{L}{2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{3m}{2}g\cdot\frac{3L}{2} = -\frac{5}{4}mgL. \quad \textbf{(3-2)}$$

Конечная энергия (рис. 3)

$$E_{кон} = \frac{2mv^2}{2} - \frac{1}{2}\cdot 2mg\cdot 2L = mv^2 - 2mgL. \quad \textbf{(3-3)}$$

Записываем закон сохранения энергии: $E_{нач} = E_{кон}. \Rightarrow$

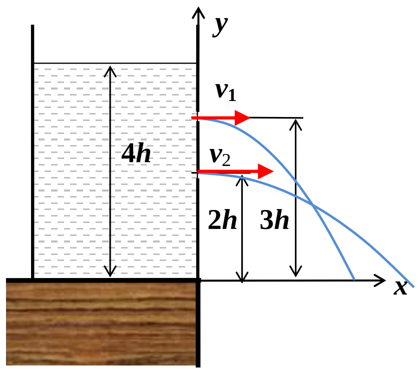
$v = \frac{\sqrt{3gL}}{2}$. **(3-4)**

Ответ. $a = \frac{g}{2}$, $v = \frac{\sqrt{3gL}}{2}$.

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Получена формула (3-1) для ускорения в начальный момент	от 1 до 5 баллов
2	Для нахождения скорости используется закон сохранения энергии	1 балл
3	Получена формула для начальной энергии системы	от 1 до 5 баллов
4	Получена формула для конечной энергии системы	от 1 до 5 баллов
5	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получен аналитический ответ (3-4)	от 1 до 4 баллов

4.1. На краю стола стоит открытый сосуд, заполненный жидкостью до высоты $4h$. В сосуде на одной вертикали сделаны малые одинаковые отверстия, из которых может вытекать жидкость. Отверстия расположены на расстояниях $2h$ и $3h$ от поверхности стола (см. рисунок). Определите, на какой высоте от поверхности стола пересекаются струи, вытекающие из отверстий? Сосуд остается неподвижным, высота уровня жидкости в сосуде за время наблюдения практически не меняется.



Решение

Начальные скорости струй найдем с помощью теоремы Торричелли (уравнение Бернулли):

$$v_1 = \sqrt{2g(4h-3h)} = \sqrt{2gh},\ v_2 = \sqrt{2g(4h-2h)} = \sqrt{4gh}. \quad \textbf{(4-1)}$$

Оси координат выберем, как на рисунке и запишем кинематические уравнения движения частиц струй.

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru

$$Струя\ 1: \begin{cases} x = v_1 t, \\ y_1 = 3h - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}, \quad струя\ 2: \begin{cases} x = v_2 t, \\ y_2 = 2h - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases} \quad \textbf{(4-2)}$$

Исключим t из уравнений (4-2) и получим уравнения струй:

$$y_1 = 3h - \frac{gx^2}{2v_1^2},\ y_2 = 2h - \frac{gx^2}{2v_2^2}. \quad \textbf{(4-3)}$$

Струи пересекутся, когда $y_1 = y_2$. **(4-4)**

Приравнивая функции (4-3), подставляя в них формулы для начальных скоростей струй (4-1), найдем координаты точки пересечения струй.

$$x = 2\sqrt{2}h,\ y_1 = y_2 = h. \quad \textbf{(4-5)}$$

Ответ. $y = h$.

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Для нахождения начальных скоростей струй используется уравнение Бернулли или теорема Торричелли	2 балла
2	Получены формулы для начальных скоростей струй (4-1)	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения (по 2 балла за каждую формулу)
3	Записаны уравнения движения для частиц струй (4-2)	по 1 баллу за каждое уравнение для каждой струи (максимум 4 балла)
4	Получены уравнения струй (4-3)	по 2 балла за каждое уравнение (всего 4 балла)
5	Сформулировано условие пересечения струй (4-4)	1 балл
6	Проделаны необходимые преобразования и получен ответ	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru

5.1. Тепловая машина, рабочим телом которой является одноатомный идеальный газ, совершает циклический процесс, состоящий из трех участков. Вначале газ адиабатически расширяется, при этом его температура уменьшается от $4T$ до T, затем сжимается изобарно до первоначального объема и, наконец, нагревается изохорно до первоначального давления. Найдите КПД тепловой машины, участвующей в этом процессе.

Примечание: уравнение адиабаты $pV^{\gamma} = const$. *Показатель адиабаты* γ *для одноатомного газа равен 5/3*.

Решение

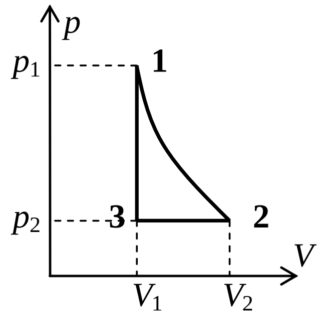


График цикла изображен на рисунке. $T_1 = 4T$, $T_2 = T$.

КПД цикла равен $\eta = \dfrac{A}{Q_{пол}}$. **(5-1)**

Работа за цикл $A = A_{12} + A_{23} + A_{31}$, **(5-2)**

$A_{12} = -\Delta U_{12} = -\dfrac{3}{2}\nu R(T - 4T) = \dfrac{9}{2}\nu RT$, **(5-3)**

$A_{23} = -p_2(V_2 - V_1) = -\nu R(T - T_3)$, **(5-4)**

$A_{31} = 0$. **(5-5)**

$Q_{пол} = Q_{31} = \Delta U_{31} = \dfrac{3}{2}\nu R(4T - T_3)$. **(5-6)**

Чтобы получить связь температуры T_3 с температурами газа в состояниях 1 и 2, запишем сначала уравнение адиабаты и уравнение состояния.

$$\begin{cases} p_1 V_1^{5/3} = p_2 V_2^{5/3}, \\ \dfrac{p_1 V_1}{4T} = \dfrac{p_2 V_2}{T}. \end{cases} \Rightarrow \left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{2/3} = 4,\ \dfrac{V_2}{V_1} = 4^{3/2} = 8. \quad \textbf{(5-7)}$$

Закон Гей-Люссака для изохоры 2-3: $\dfrac{V_1}{T_3} = \dfrac{V_2}{T}, \Rightarrow T_3 = T\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{T}{8}$. **(5-8)**

Подставляем температуру T_3 в формулы для работы газа и $Q_{пол}$.

$$A = \nu R\left(\dfrac{7}{2}T + T_3\right) = \dfrac{29}{8}\nu RT,\ Q_{пол} = \dfrac{3}{2}\nu R\left(4T - \dfrac{T}{8}\right) = \dfrac{93}{16}\nu RT. \quad \textbf{(5-9)}$$

Тогда $\eta = \dfrac{A}{Q_{пол}} = \dfrac{58}{93} = 62{,}4\%$. **(5-10)**

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru

Буду признателен, если сообщите мне о найденных в этом тексте ошибках или опечатках

Ответ. $\eta = \frac{58}{93} = 62,4\%$.

Критерии оценивания задачи 5.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Правильно построен график цикла в PV-координатах	по 1 баллу за каждый процесс (максимум 3 балла)
2	Записана формула для КПД цикла (5-1)	1 балл
3	Записана формула для вычисления работы в адиабатном процессе 1-2 (5-3)	от 1 до 2 баллов
4	Записана формула для вычисления работы в изобарном процессе 2-3 (5-4)	от 1 до 2 баллов
5	Записана работа в изохорном процессе 3-1 (5-5)	1 балл
6	Указано, что газ получает тепло в процессе 3-1	1 балл
7	Записана формула для $Q_{\text{пол.}}$ (5-6)	от 1 до 2 баллов
8	Получено значение температуры в состоянии 3 (5-8)	от 1 до 4 баллов
9	Посчитана работа за цикл (5-9)	от 1 до 2 баллов
10	Посчитано $Q_{\text{пол.}}$ (5-9)	1 балл
11	Получено значение КПД цикла	1 балл

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru

XVIII физико-математическая олимпиада для учащихся 8 – 10 классов

ФИЗИКА 10 класс 2 тур ВАРИАНТ 2 2014-2015 уч. год

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ.

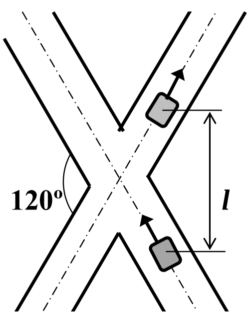
- **Максимальный балл за каждую задачу – MAX = 20.**
- **За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется Х.**
- **Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.**
- **Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это MAX = 20 баллов.**
- **Верные решения задач могут отличаться от авторских.**
- **За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин можно снять 1-2 балла.**
- **В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.**

1

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

Вариант 2

1-2. По двум дорогам, пересекающимся под углом 120º, движутся с постоянными скоростями v = 60 км/ч два автомобиля, один – к перекрестку, другой – от него (см. рисунок). В момент времени, когда автомобили оказались на одинаковых расстояниях от перекрестка, расстояние между ними равнялось l = 300 м. Через какое время после этого момента расстояние между автомобилями станет равным s = 500 м?



Решение.

I способ (*движущаяся система отсчета*)

Свяжем неподвижную систему отсчета с дорогой, а движущуюся с одним из автомобилей, например 1 (см. рисунок). В неподвижной системе отсчета радиус-векторы автомобилей (их координаты) меняются по закону:

$\vec{r}_1 = \vec{r}_{01} + \vec{v}_1 t$, $\vec{r}_2 = \vec{r}_{02} + \vec{v}_2 t$. **(1-1)**

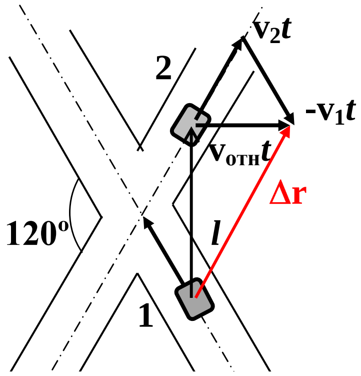
Вектор относительного расстояния между автомобилями равен

$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{l} + \vec{v}_{отн} t$,

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru

Буду признателен, если сообщите мне о найденных в этом тексте ошибках или опечатках

где $\vec{l}$ – вектор начального расстояния между автомобилями, $\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ – вектор относительной скорости автомобилей.



Т.к. в начальный момент автомобили находятся на одинаковых расстояниях от перекрестка, и т.к. $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$, то $\vec{v}_{\text{отн}} \perp \vec{l}$ и $v_{\text{отн}} = 2v\cos 60^\circ = v$. **(1-2)**

Из геометрии рисунка следует $|\Delta\vec{r}|^2 = l^2 + (v_{\text{отн}}t)^2$. По условию $|\Delta\vec{r}| = s$. Тогда $t = \dfrac{\sqrt{s^2 - l^2}}{v} = 24\,\text{с}$. **(1-3)**

Ответ. $t = \dfrac{\sqrt{s^2 - l^2}}{v} = 24\,\text{с}$.

Критерии оценивания задачи 1 (1 способ).

2

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Сделан рисунок к задаче с необходимыми пояснениями	от 1 до 2 баллов
2	Записаны уравнения равномерного движения автомобилей (1-1) (в векторном виде или в проекциях на оси)	от 1 до 2 баллов
3	Получена формула для относительной скорости автомобилей (1-2).	от 1 до 4 баллов
4	Установлено, что $\vec{v}_{\text{отн}} \perp \vec{l}$	от 1 до 4 баллов
5	Получена формула для искомого времени t (1-3)	от 1 до 6 баллов
6	Проведен правильный численный расчет и полученный числовой ответ	От 1 до 2 баллов

<u>II способ (*неподвижная система отсчета*)</u>

Обозначим через l_0 – расстояние до перекрестка в начальный момент, тогда $l_0 = \dfrac{l}{2\sin\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)}$, **(1-4)**

где α – угол, между дорогами, по которым движутся автомобили.

Спустя время t автомобили окажутся от перекрестка на расстояниях $l_1 = |l_0 - vt|$ и $l_2 = l_0 + vt$. **(1-5)**

Расстояние между автомобилями s находим с помощью теоремы косинусов: $s = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos\alpha$. **(1-6)**

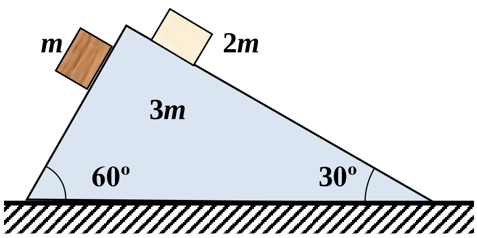
Подставляем выражения для l_0, l_1 и l_2 (1-4) и (1-5) в формулу (1-6). После упрощающих алгебраических преобразований получим

$t = \dfrac{\sqrt{s^2 - l^2}}{2v\cos\dfrac{\alpha}{2}}$. Подставляем $\alpha = 120^\circ$, получим $t = \dfrac{\sqrt{s^2 - l^2}}{v} = 24\,$с.

Критерии оценивания задачи 1 (2 способ).

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Сделан рисунок к задаче с необходимыми пояснениями	от 1 до 2 баллов
2	Записаны уравнения равномерного движения автомобилей (1-5) для изменения расстояний до перекрестка	от 1 до 2 баллов
3	Получена формула для начального расстояния l_0 (1-4).	от 1 до 4 баллов
4	Получена формула для расстояния s между автомобилями спустя время t (1-6)	от 1 до 4 баллов
5	Получена формула для искомого времени t (1-3)	от 1 до 6 баллов
6	Проведен правильный численный расчет и полученный числовой ответ	От 1 до 2 баллов

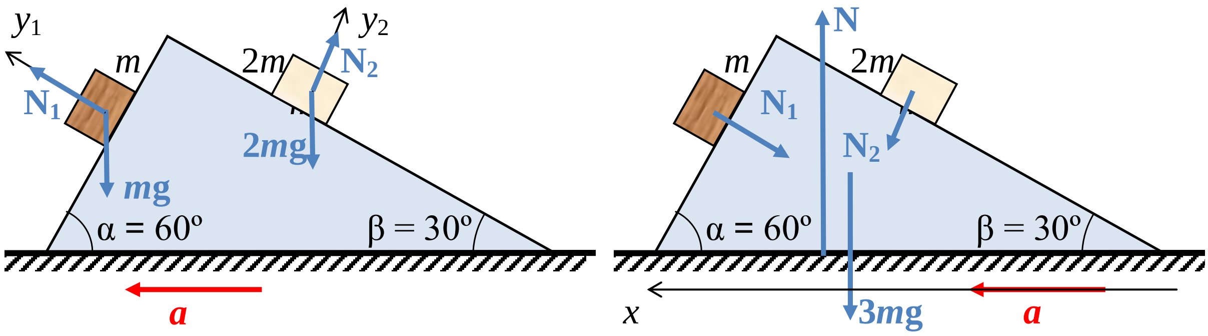
2-2. На гладкой горизонтальной поверхности находится гладкий клин массой $3m$, имеющий форму треугольной призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник с углами 60º и 30º. На клин осторожно поставили два гладких тела, массами m и $2m$, как показано на рисунке. Определите, в какую сторону, и с каким ускорением будет двигаться клин, если оба тела одновременно начнут скользить по его боковым поверхностям?



Решение

Предположим, что клин движется влево. Пусть ускорение клина равно a. Запишем уравнения динамики для обоих тел (см. рисунок)

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru
Буду признателен, если сообщите мне о найденных в этом тексте ошибках или опечатках



$y_1: N_1 - mg\cos\alpha = ma\sin\alpha$, **(2-1)**

$y_2: N_2 - 2mg\cos\beta = -2ma\sin\beta$. **(2-2)**

Этих двух уравнений достаточно для нахождения сил давления на клин, которые равны N_1 и N_2.

Тогда $N_1 = m(g\cos\alpha + a\sin\alpha)$, **(2-3)**

$N_2 = 2m(g\cos\beta - a\sin\beta)$. **(2-4)**

Уравнение движения клина в проекции на ось x:

$x: -N_1\sin\alpha + N_2\sin\beta = 3ma$. **(2-5)**

Подставим в (2-5) формулы для N_1 и N_2 из (2-3) и (2-4) и найдем уско-

4 рение клина $a = \dfrac{g\left(\sin 2\beta - \frac{1}{2}\sin 2\alpha\right)}{3+\sin^2\alpha + 2\sin^2\beta} = \dfrac{\sqrt{3}}{17}g = 0{,}1\,\text{м/с}^2$.

Т.к. $a > 0$, значит предположение, что клин движется влево верно.

Ответ. Клин движется влево с ускорением $a = \dfrac{\sqrt{3}}{17}g = 0{,}1\,\text{м/с}^2$.

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Сделан рисунок и правильно расставлены все силы, действующие на оба тела и на клин	от 1 до 3 баллов в зависимости от правильности и полноты рисунка
2	Установлено, что клин движется влево	от 1 до 2 баллов в зависимости от полноты объяснений
3	Записаны уравнения динамики для каждого тела (2-1) и (2-2) или аналогичные при выборе других осей	по 2 балла для каждого тела (всего 4 балла)
4	Получены выражения сил давления каждого тела, в зависимости от ускорения клина (2-3), (2-4)	по 2 балла за каждую формулу (всего 4 балла)

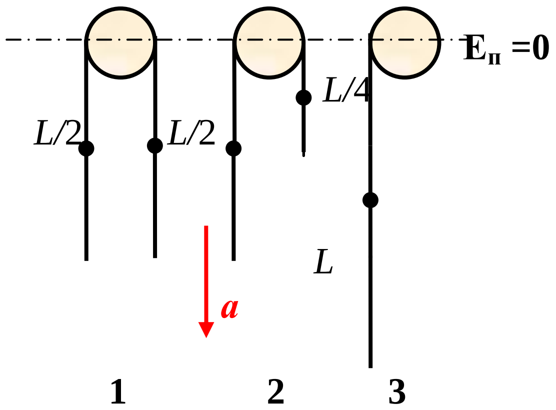
Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru
Буду признателен, если сообщите мне о найденных в этом тексте ошибках или опечатках

5	Записаны уравнения динамики для клина (2-5) или аналогичные при выборе других осей	от 1 до 2 баллов
6	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получена формула для ускорения *a* клина	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
7	Проведен правильный численный расчет и записан числовой ответ	1 балл

3.2 Однородная веревка длиной L переброшена через блок. В начальный момент веревка покоится и по обе стороны блока свешиваются равные ее отрезки. С одной стороны веревки отрезают от нее кусок длиной $L/4$. В результате равновесие веревки нарушается, и она приходит в движение. Определите ускорение веревки в начальный момент движения. Чему равна скорость веревки в момент, когда она полностью соскользнет с блока? Массой блока и его размерами пренебречь, трение между блоком и веревкой не учитывать.

Решение

5



На рисунке: 1 – первоначальное положение каната, 2 – начальный момент, когда от каната отрезали кусок длиной $L/4$, 3 – конечное положение, когда канат полностью соскользнет с блока. Обозначим m первоначальную массу каната длиной L.

В начальный момент (рис. 2) справа на канат действует сила тяжести $\frac{mg}{4}$, а слева $\frac{mg}{2}$. Тогда ускорение каната $a = \dfrac{\frac{mg}{2} - \frac{mg}{4}}{\frac{3}{4}m} = \frac{g}{3}$. **(3-1)**

Выберем уровень, на котором потенциальная энергия равна нулю: $E_п = 0$, (см. рис.).

Начальная энергия (рис. 2)

$$E_{нач} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{m}{2}g\cdot\frac{L}{2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{m}{4}g\cdot\frac{L}{4} = -\frac{5}{32}mgL. \qquad \textbf{(3-2)}$$

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru

Конечная энергия (рис. 3)

$$E_{кон} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3m}{4}\right)v^2 - \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}mg\cdot\frac{3}{4}L = \frac{3}{8}mv^2 - \frac{9}{32}mgL. \quad \textbf{(3-3)}$$

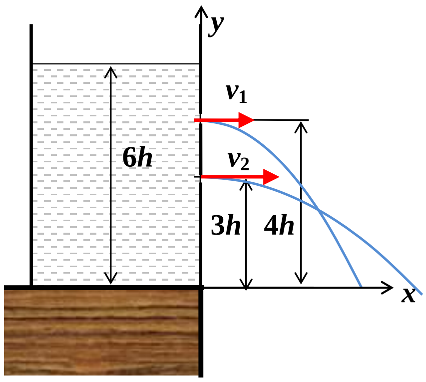
Записываем закон сохранения энергии: $E_{нач} = E_{кон}. \Rightarrow v = \sqrt{\frac{gL}{3}}$. **(3-4)**

Ответ. $a = \frac{g}{3}$, $v = \sqrt{\frac{gL}{3}}$.

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Получена формула (3-1) для ускорения в начальный момент	от 1 до 5 баллов
2	Для нахождения скорости используется закон сохранения энергии	1 балл
3	Получена формула для начальной энергии системы	от 1 до 5 баллов
4	Получена формула для конечной энергии системы	от 1 до 5 баллов
5	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получен аналитический ответ (3-4)	от 1 до 4 баллов

4.2. На краю стола стоит открытый сосуд, заполненный жидкостью до высоты $6h$. В сосуде на одной вертикали сделаны малые одинаковые отверстия, из которых может вытекать жидкость. Отверстия расположены на расстояниях $3h$ и $4h$ от поверхности стола (см. рисунок). Определите, на какой высоте от поверхности стола пересекаются струи, вытекающие из отверстий? Сосуд остается неподвижным, высота уровня жидкости в сосуде за время наблюдения практически не меняется.



Решение

Начальные скорости струй найдем с помощью теоремы Торричелли (уравнение Бернулли):

$$v_1 = \sqrt{2g(6h-4h)} = \sqrt{4gh}, \; v_2 = \sqrt{2g(6h-3h)} = \sqrt{6gh}. \quad \textbf{(4-1)}$$

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru
Буду признателен, если сообщите мне о найденных в этом тексте ошибках или опечатках

Оси координат выберем, как на рисунке и запишем кинематические уравнения движения частиц струй.

$$Струя\ 1: \begin{cases} x = v_1 t, \\ y_1 = 4h - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases},\quad струя\ 2: \begin{cases} x = v_2 t, \\ y_2 = 3h - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases} \qquad \textbf{(4-2)}$$

Исключим t из уравнений (4-2) и получим уравнения струй:

$$y_1 = 4h - \frac{gx^2}{2v_1^2},\ y_2 = 3h - \frac{gx^2}{2v_2^2}. \quad \textbf{(4-3)}$$

Струи пересекутся, когда $y_1 = y_2$. **(4-4)**

Приравнивая функции (4-3), подставляя в них формулы для начальных скоростей струй (4-1), найдем координаты точки пересечения струй.

$$x = 2\sqrt{6}h,\ y_1 = y_2 = h. \quad \textbf{(4-5)}$$

Ответ. $y = h$.

Критерии оценивания задачи 4.

7

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Для нахождения начальных скоростей струй используется уравнение Бернулли или теорема Торричелли	2 балла
2	Получены формулы для начальных скоростей струй (4-1)	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения (по 2 балла за каждую формулу)
3	Записаны уравнения движения для частиц струй (4-2)	по 1 баллу за каждое уравнение для каждой струи (максимум 4 балла)
4	Получены уравнения струй (4-3)	по 2 балла за каждое уравнение (всего 4 балла)
5	Сформулировано условие пересечения струй (4-4)	1 балл
6	Проделаны необходимые преобразования и получен ответ	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения

5.2. Тепловая машина, рабочим телом которой является одноатомный идеальный газ, совершает циклический процесс, состоящий из трех участков. Вначале газ адиабатически сжимается, при этом его температура увеличивается от T до $4T$, затем расширяется изобарно до первоначального объема и, наконец, охлаждается изохорно до первоначального давления. Найдите КПД тепловой машины, участвующей в этом процессе.

Примечание: уравнение адиабаты $pV^\gamma = const$. Показатель адиабаты γ для одноатомного газа равен 5/3.

Решение

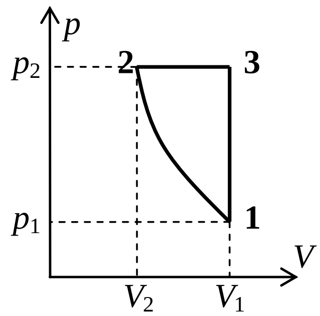


График цикла изображен на рисунке. $T_1 = T$, $T_2 = 4T$.

8 КПД цикла равен $\eta = \dfrac{A}{Q_{пол}}$. **(5-1)**

Работа за цикл $A = A_{12} + A_{23} + A_{31}$, **(5-2)**

$A_{12} = -\Delta U_{12} = -\dfrac{3}{2}\nu R(4T - T) = -\dfrac{9}{2}\nu RT$, **(5-3)**

$A_{23} = p_2(V_1 - V_2) = \nu R(T_3 - 4T)$, **(5-4)**

$A_{31} = 0$. **(5-5)**

$Q_{пол} = Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = \dfrac{5}{2}\nu R(T_3 - 4T)$. **(5-6)**

Чтобы получить связь температуры T_3 с температурами газа в состояниях 1 и 2, запишем сначала уравнение адиабаты и уравнение состояния.

$$\begin{cases} p_1V_1^{5/3} = p_2V_2^{5/3}, \\ \dfrac{p_1V_1}{T} = \dfrac{p_2V_2}{4T}. \end{cases} \Rightarrow \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{2/3} = 4,\ \dfrac{V_1}{V_2} = 4^{3/2} = 8. \quad \textbf{(5-7)}$$

Закон Гей-Люссака для изохоры 2-3: $\dfrac{V_1}{T_3} = \dfrac{V_2}{4T}, \Rightarrow T_3 = 4T\dfrac{V_1}{V_2} = 32T$. **(5-8)**

Подставляем температуру T_3 в формулы для работы газа и $Q_{пол}$.

$$A = \nu R\left(T_3 - \dfrac{17}{2}T\right) = \dfrac{47}{2}\nu RT,\ Q_{пол} = \dfrac{5}{2}\nu R\ \ 32T - 4T\ \ = 70\nu RT. \quad \textbf{(5-9)}$$

Тогда $\eta = \dfrac{A}{Q_{пол}} = \dfrac{47}{140} = 33,6\%$. **(5-10)**

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru
Буду признателен, если сообщите мне о найденных в этом тексте ошибках или опечатках

Ответ. $\eta = \frac{47}{140} = 33,6\%$.

Критерии оценивания задачи 5.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Правильно построен график цикла в PV-координатах	по 1 баллу за каждый процесс (максимум 3 балла)
2	Записана формула для КПД цикла (5-1)	1 балл
3	Записана формула для вычисления работы в адиабатном процессе 1-2 (5-3)	от 1 до 2 баллов
4	Записана формула для вычисления работы в изобарном процессе 2-3 (5-4)	от 1 до 2 баллов
5	Записана работа в изохорном процессе 3-1 (5-5)	1 балл
6	Указано, что газ получает тепло в процессе 2-3	1 балл
7	Записана формула для $Q_{пол.}$ (5-6)	от 1 до 2 баллов
8	Получено значение температуры в состоянии 3 (5-8)	от 1 до 4 баллов
9	Посчитана работа за цикл (5-9)	от 1 до 2 баллов
10	Посчитано $Q_{пол.}$ (5-9)	1 балл
11	Получено значение КПД цикла	1 балл

9

Сост. Белолипецкий С.Н. belols@mail.ru
Буду признателен, если сообщите мне о найденных в этом тексте ошибках или опечатках